**Harmonický průměr**

**Harmonický průměr** kladných hodnot (statistického souboru) je definován jako podíl rozsahu souboru (počtu členů) a součtu převrácených hodnot znaků. Jinými slovy je to [převrácená hodnota](http://cs.wikipedia.org/wiki/P%C5%99evr%C3%A1cen%C3%A1_hodnota) [aritmetického průměru](http://cs.wikipedia.org/wiki/Aritmetick%C3%BD_pr%C5%AFm%C4%9Br) převrácených hodnot zadaných členů:

\overline{x_h}=\frac{n}{\sum\limits_{i=1}^{n}{\frac{1}{x_i}}}

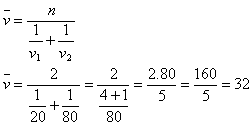
Používá se, pokud potřebujeme hodnotu, která zastupuje ostatní, co se týče převrácených hodnot, například při výpočtu průměrné rychlosti na úsecích stejné délky. Dále jsou-li hodnoty znaku nerovnoměrně rozloženy kolem aritmetického průměru, nebo když jsou hodnoty extrémně nízké či vysoké.

Pro [harmonickou řadu](http://cs.wikipedia.org/wiki/Harmonick%C3%A1_%C5%99ada) platí, že každý její člen kromě prvního je harmonickým průměrem sousedních členů.

Harmonický průměr je vždy menší nebo roven než [geometrický průměr](http://cs.wikipedia.org/wiki/Geometrick%C3%BD_pr%C5%AFm%C4%9Br), což je snadný důsledek [nerovnosti mezi aritmetickým a geometrickým průměrem](http://cs.wikipedia.org/wiki/Nerovnosti_mezi_pr%C5%AFm%C4%9Bry).

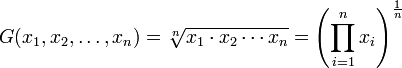
Př.

Auto išlo prvú polovicu cesty priemernou rýchlosťou v1 = 20 km/hod a druhú polovicu cesty priemernou rýchlosťou v2 = 80 km/hod. Akou priemernou rýchlosťou auto išlo?

Řešení:   
  
Auto každú polovicu cesty išlo rôznou rýchlosťou, preto ich prešlo za rôzne časy.   
Priemernú rýchlosť auta vypočítame ako harmonický priemer rýchlostí v1 a v2.   
  
   
  
Průměrná rychlost auta byla 32 km/hod.

# Geometrický průměr

**Geometrický průměr** *n* nezáporných čísel x_1, x_2, \dots, x_nje definován jako *n*-tá [odmocnina](http://cs.wikipedia.org/wiki/Odmocnina) jejich součinu:

.

Geometrický průměr je veličina, která udává v jistém smyslu typický [koeficient](http://cs.wikipedia.org/wiki/Koeficient) v souboru koeficientů, nahrazuje hodnoty, co se týče jejich součinu. Používá se např. na koeficienty růstu pro výpočet průměrného tempa růstu: pokud růst cen byl postupně 20 [%](http://cs.wikipedia.org/wiki/Procento), 10 %, poté 15 % pokles a 10 % růst, pak průměrný růst je roven (1,20 · 1,10 · 0,85 · 1,10)1/4 ≅ 1,054, tzn. průměrný růst je přibližně 5,4 %. Toto číslo vyjadřuje, že výsledná cena by taková byla i v případě, že by růst byl konstantní, každý rok 5,4 % (neboť 1,0544 ≅ 1,2 · 1,1 · 0,85 · 1,1).

Geometrický průměr je vždy menší než [aritmetický průměr](http://cs.wikipedia.org/wiki/Aritmetick%C3%BD_pr%C5%AFm%C4%9Br) (ledaže jsou všechny průměrované hodnoty stejné – viz [nerovnosti mezi průměry](http://cs.wikipedia.org/wiki/Nerovnosti_mezi_pr%C5%AFm%C4%9Bry)). To umožňuje definovat [aritmeticko-geometrický průměr](http://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Aritmeticko-geometrick%C3%BD_pr%C5%AFm%C4%9Br&action=edit&redlink=1), který vždy leží mezi aritmetickým a geometrickým průměrem.

# Vážený průměr

**Vážený průměr** zobecňuje [aritmetický průměr](http://cs.wikipedia.org/wiki/Aritmetick%C3%BD_pr%C5%AFm%C4%9Br) a poskytuje charakteristiku statistického souboru v případě, že hodnoty v tomto souboru mají různou důležitost, různou váhu. Používá se zejména při počítání celkového aritmetického průměru souboru složeného z více podsouborů.

Pro výpočet váženého průměru potřebujeme jednak hodnoty, jejichž průměr chceme spočítat, a zároveň jejich váhy.

Máme-li soubor nhodnot

X = \{x_1, \ldots, x_n\}

a k nim odpovídající váhy

W = \{w_1, \ldots, w_n\},

je vážený průměr dán vzorcem


\bar{x} = \frac{ \sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}


či


\bar{x} = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + w_3 x_3 + ... + w_n x_n}{w_1 + w_2 + w_3 + ... + w_n}


Pokud jsou všechny váhy stejné, je vážený průměr totožný s aritmetickým průměrem. Ačkoli se vážený průměr chová podobně jako aritmetický průměr, má několik nezvyklých vlastností, které jsou například vyjádřeny v [Simpsonově paradoxu](http://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Simpson%C5%AFv_paradox&action=edit&redlink=1).

Vážené verze jiných průměrů lze také spočítat. Příkladem je [vážený geometrický průměr](http://cs.wikipedia.org/wiki/V%C3%A1%C5%BEen%C3%BD_geometrick%C3%BD_pr%C5%AFm%C4%9Br) nebo [vážený harmonický průměr](http://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=V%C3%A1%C5%BEen%C3%BD_harmonick%C3%BD_pr%C5%AFm%C4%9Br&action=edit&redlink=1).

Řekněme, že škola má dvě třídy, jednu s 20 studenty a druhou s 32. Bodové ohodnocení v každé třídě při jednom testu bylo

* Třída A — 62, 67, 71, 74, 76, 77, 78, 79, 79, 80, 80, 81, 81, 82, 83, 84, 86, 89, 93, 98
* Třída B — 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 87, 88, 88, 89, 89, 89, 90, 90, 90, 90, 91, 91, 91, 92, 92, 93, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100

Aritmetický průměr bodů ve třídě A je 80, ve třídě B je 90. Když spočítáme aritmetický průměr 80 a 90, dostaneme 85. Toto ovšem není aritmetický průměr bodů všech studentů. K jeho určení potřebujeme spočítat součet všech bodů a vydělit počtem všech studentů, tedy


\bar{x} = \frac{4480}{52} = 86,15385

Nebo si můžeme pomoci váženým průměrem a spočítat vážený průměr průměrů bodů obou tříd použitím počtu studentů jako vah:


\bar{x} = \frac{20\cdot 80 + 32\cdot 90}{20 + 32} = 86,15385


Nyní jsme již nepotřebovali znát, k spočtení aritmetického průměru všech bodů, jednotlivé známky, stačily nám pouze aritmetické průměry a počty studentů v jednotlivých třídách.

# Rozptyl

**Rozptyl** (též **střední kvadratická odchylka**, **střední kvadratická fluktuace**, **variance** nebo také **disperze**) se používá v [teorii pravděpodobnosti](http://cs.wikipedia.org/wiki/Teorie_pravd%C4%9Bpodobnosti) a [statistice](http://cs.wikipedia.org/wiki/Statistika).

Rozptyl [náhodné veličiny](http://cs.wikipedia.org/wiki/N%C3%A1hodn%C3%A1_veli%C4%8Dina) Xse označuje S^2(X)

|  |
| --- |
|  |

## Definice

Rozptyl je definován jako [střední hodnota](http://cs.wikipedia.org/wiki/St%C5%99edn%C3%AD_hodnota) kvadrátů odchylek od [střední hodnoty](http://cs.wikipedia.org/wiki/St%C5%99edn%C3%AD_hodnota). Odchylku od střední hodnoty, která má rozměr stejný jako náhodná veličina, zachycuje [směrodatná odchylka](http://cs.wikipedia.org/wiki/Sm%C4%9Brodatn%C3%A1_odchylka).

Pro diskrétní náhodnou veličinu jej můžeme definovat vztahem

statistika1d

kde x_ijsou hodnoty, kterých může náhodná veličina Xnabývat, kde *n* je počet prvků souboru.

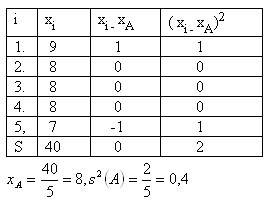
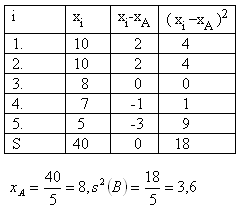
## Příklad u kostky

Mějme kostku a náhodnou veličinu X, která přiřadí každému z šesti možných jevů takové číslo, kolik puntíků je v daném jevu na horní straně kostky (čísla 1 až 6). Máme 6 jevů s pravděpodobností \frac{1}{6}a střední hodnota (průměr) je 3,5.

\sigma^2=\frac{1}{6}\sum_{i=1}^6 (x_i-3,5)^2 = \frac{1}{6}( {(1-3,5)}^2 + {(2-3,5)}^2 + {(3-3,5)}^2 + {(4-3,5)}^2 + {(5-3,5)}^2 + {(6-3,5)}^2 )  = \frac{17,5}{6}  \dot{=}  2,92 

Dva střelci A a B soutěžili v střelbě na terč. Kdo z nich střílel přesněji a soutěž vyhrál?

Získali zásahy:   
A = {9;8;8;8;7}   
B = {10;10;8;7;5}

Řešení:   
  
Střelec A   
   
  
Střelec B   
   
  
Rozptyl A je s2(A) = 0,4 , B je s2(B) = 3,6. Platí s2(A) < s2(B).   
Lepší střílel a soutěž vyhrál střelec A.