FUNKCE

DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE

OBOR HODNOT FUNKCE

ÚVOD

O ČEM BYLA ŘEČ MINULE?

- V PŘEDEŠLÉ PREZENTACI JSME SE SEZNÁMILI:
  - S POJMEM FUNKCE
  - S GRAFEM FUNKCE
  - JAK VYPADÁ ROSTOUCÍ NEBO KLESAJÍCÍ FUNKCE

CO NÁS ČEKÁ NYNÍ?

- SEZNÁMÍME SE S DALŠÍMI POJMY, KTERÉ S FUNKCÍ ÚZCE SOUVISÍ:
  - DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE **D(f)**
  - OBOR HODNOT FUNKCE **H(f)**

DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE

ODVOZENÍ:

- NE PRO VŠECHNY ČÍSLA (HODNOTY) MÁ FUNKCE SMYSL.
- MÁME FUNKCI $f\colon y = \frac{1}{x-3}$

POKUD BYCHOM CHTĚLI ZA PROMĚNNOU ***x*** (VSTUP) DOSADIT ČÍSLO **1**, SNADNO SPOČÍTÁME HODNOTU PROMĚNNÉ ***y*** (VÝSTUP).

$$y = \frac{1}{x-3} = \frac{1}{\mathbf{1}-3} = \frac{1}{-2} = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$$

POKUD BYCHOM DOSADILI HODNOTU ***x = 2***, SPOČÍTÁME ***y***:

$$y = \frac{1}{x-3} = \frac{1}{\mathbf{2}-3} = \frac{1}{-1} = -\mathbf{1}$$

POKUD ALE DOSADÍME HODNOTU ***x = 3***, VYJDE NÁM:

$$y = \frac{1}{x-3} = \frac{1}{\mathbf{3}-3} = \cancel{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{0}}}$$ **NELZE!**

NULOU NELZE DĚLIT, PROTO FUNKCE PRO ***x = 3*** NEMÁ SMYSL A NEMŮŽEME NAJÍT JEJÍ HODNOTU ***y***

JAKÁ ČÍSLA (HODNOTY) MŮŽEME ZA PROMĚNNÉ X DO FUNKCE DOSADIT, URČUJE **DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE**

definiční obor funkce značíme zkratkou:

D(f)

DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE

CO TO JE?

- DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE JE MNOŽINA HODNOT, KTERÉ MŮŽE PROMĚNNÁ ***x*** NABÝVAT, ANIŽ BY SE PORUŠILO NĚKTERÉ ZE ZÁKLADNÍCH PRAVIDEL MATEMATIKY

- TĚCHTO PRAVIDEL EXISTUJE HNED NĚKOLIK, MY SI PŘIPOMENEME POUZE DVĚ NEJČASTĚJŠÍ:
    1. NESMÍME DĚLIT NULOU (VÝRAZ POD ZLOMKOVOU ČAROU NESMÍ BÝT ROVEN NULE)
    2. POD DRUHOU ODMOCNINOU MUSÍ BÝT NEZÁPORNÉ ČÍSLO

- POKUD DOSADÍME ZA PROMĚNNOU ***x*** ČÍSLA (HODNOTY), KTERÁ JSOU V DEFINIČNÍM OBORU FUNKCE, VŽDY BUDEME SCHOPNI URČIT HODNOTU PROMĚNNÉ ***y***

- NEBOLI: PRO TAKOVÉ VSTUPY ***x***, JSME SCHOPNI SPOČÍTAT VÝSTUPY ***y***

DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE – PŘÍKLAD 1

- FUNKCE $f\colon y = \dfrac{x-1}{x-3}$

POSTUP:
1) ZJISTÍME RIZIKOVÉ OPERACE
2) VYTVOŘÍME PODMÍNKY
3) ZAPÍŠEME DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE

1) RIZIKOVÉ OPERACE:

- NEJPRVE SI MUSÍME UVĚDOMIT, JAKÁ RIZIKOVÁ OPERACE SE V NAŠÍ FUNKCI NACHÁZÍ:
- VÝRAZ POD ZLOMKOVOU ČAROU (VE JMENOVATELI) NESMÍ BÝT ROVEN NULE:

$$x - 3 \neq 0 \;\Rightarrow\; x \neq 3$$

2) PODMÍNKY:

- ZJISTILI JSME, ŽE NESMÍME DOSADIT ZA ***x*** ČÍSLO 3, JINAK BYCHOM MĚLI POD ZLOMKOVOU ČAROU NULU.
- ŽÁDNÁ DALŠÍ RIZIKOVÁ OPERACE SE V NAŠÍ FUNKCI JIŽ NENACHÁZÍ, MŮŽEME TEDY ZAPSAT VÝSLEDNÝ DEFINIČNÍ OBOR

3) DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE:

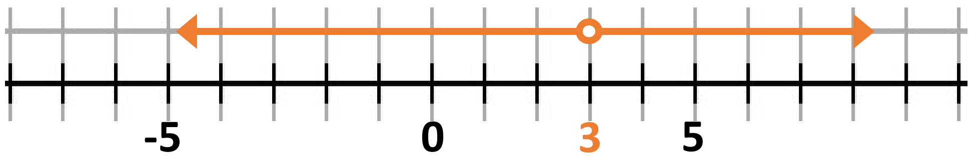
ZPŮSOB 1:

$\underline{\underline{D(f) = R - \{3\}}}$

ZPŮSOB 2:

$\underline{\underline{D(f) = (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)}}$

GRAFICKÉ ZNÁZORNĚNÍ:



ZÁPIS DEFINIČNÍHO OBORU FUNKCE
lze provést více způsoby:

ZPŮSOB 1:
výčet všech reálných čísel **R** ze kterého „odebereme“ nežádoucí hodnoty

ZPŮSOB 2:
pomocí intervalů

DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE – PŘÍKLAD 2

- FUNKCE $f\colon\ y = \dfrac{\sqrt{x-3}}{x\ -4} - \dfrac{x}{x+1}$

POSTUP:
1) ZJISTÍME RIZIKOVÉ OPERACE
2) VYTVOŘÍME PODMÍNKY
3) ZAPÍŠEME DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE

1) RIZIKOVÉ OPERACE:

- POD ZLOMKOVOU ČAROU NESMÍ BÝT NULA, POZOR – FUNKCE MÁ DOKONCE DVA ZLOMKY
- PRVNÍ ZLOMEK JEŠTĚ NAVÍC OBSAHUJE VÝRAZ POD DRUHOU ODMOCNINOU

2) PODMÍNKY:

- POD ZLOMKOVOU ČAROU NESMÍ BÝT NULA:

$$x-4\ \neq 0\ \Rightarrow\ x \neq 4$$

$$x+1\ \neq 0\ \Rightarrow\ x \neq -1$$

- VÝRAZ POD DRUHOU ODMOCNINOU MUSÍ BÝT NEZÁPORNÝ:

$$x-3\ \geq 0\ \Rightarrow\ x \geq 3$$

- ***x*** *MUSÍ BÝT VĚTŠÍ ROVNO ČÍSLU* ***3****, PROTO ŠIPKA ZAČÍNÁ V HODNOTĚ 3 A BOD TAM PATŘÍ (JE PLNÝ)*
- *TUDÍŽ BOD* ***-1*** *VŮBEC NEBEREME V POTAZ A DÁLE S NÍM NEPRACUJEME*

3) DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE:

- DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE MUSÍ ZAHRNOVAT VŠECHNY PODMÍNKY, KTERÉ JSME ZJISTILI: $x \neq 4,\quad x \neq -1,\quad x \geq 3$

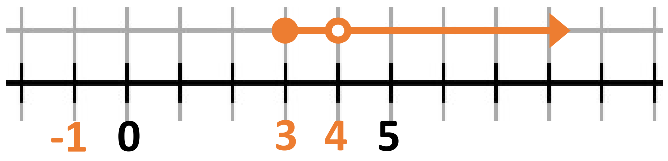
ZPŮSOB 1:

$$D(f) = \langle 3;+\infty) - \{4\}$$

ZPŮSOB 2:

$$D(f) = \langle 3;4) \cup (4;+\infty)$$

GRAFICKÉ ZNÁZORNĚNÍ:



DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE – PŘÍKLAD 3

POSTUP:
1) ZJISTÍME RIZIKOVÉ OPERACE
2) VYTVOŘÍME PODMÍNKY
3) ZAPÍŠEME DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE

- FUNKCE $f\colon y = 4x$

1) RIZIKOVÉ OPERACE:
   - VE FUNKCI SE NENACHÁZÍ ŽÁDNÁ RIZIKOVÁ OPERACE
   - POKUD ZA PROMĚNNOU ***x*** DOSADÍME JAKOUKOLIV HODNOTU, VŽDY ZÍSKÁME ***y***

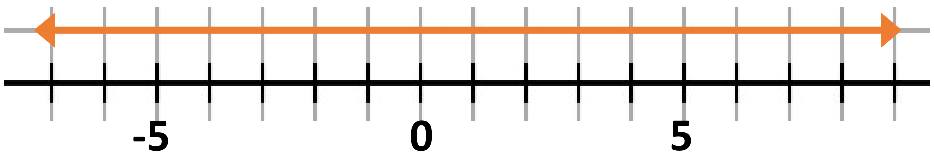
2) PODMÍNKY:
   - ŽÁDNÉ NEJSOU

3) DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE:

ZPŮSOB 1:
$\underline{\underline{D(f) = R}}$

ZPŮSOB 2:
$\underline{\underline{D(f) = (-\infty; +\infty)}}$

GRAFICKÉ ZNÁZORNĚNÍ:



OBOR HODNOT FUNKCE

<u>CO TO JE?</u>

- OBOR HODNOT FUNKCE PŘEDSTAVUJE VŠECHNY HODNOTY ***<u>y</u>*** *(VÝSTUPY)*, KTERÝCH FUNKCE NABÝVÁ
- JE TO MNOŽINA VŠECH ***<u>y</u>*** *(VÝSTUPŮ ČI VÝSLEDKŮ)*, KTERÁ JSOU FUNKCÍ PŘIŘAZENÁ VŠEM HODNOTÁM ***<u>x</u>*** *(VSTUPŮM)* Z DEFINIČNÍHO OBORU FUNKCE
- TAKOVÉ HODNOTY ***<u>y</u>*** *(VÝSTUPY)* ZÍSKÁME POKUD DOSADÍME ZA ***<u>x</u>*** *(VSTUPY)* VŠECHNY SMYSLUPLNÉ HODNOTY

JAKÉ HODNOTY (VÝSTUPY) ***<u>y</u>*** ZÍSKÁME PO DOSAZENÍ DO FUNKCE ZA VSTUPY ***<u>x</u>***, URČUJE **OBOR HODNOT FUNKCE**

obor hodnot funkce značíme zkratkou:

H(f)

OBOR HODNOT FUNKCE – PŘÍKLAD 4

- FUNKCE JE DÁNA TABULKOU VSTUPŮ A VÝSTUPŮ:

x	-1	0	2
y	2	3	5

1) DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE: $D(f) = \{-1; 0; 2\}$

2) OBOR HODNOT FUNKCE: $H(f) = \{2; 3; 5\}$

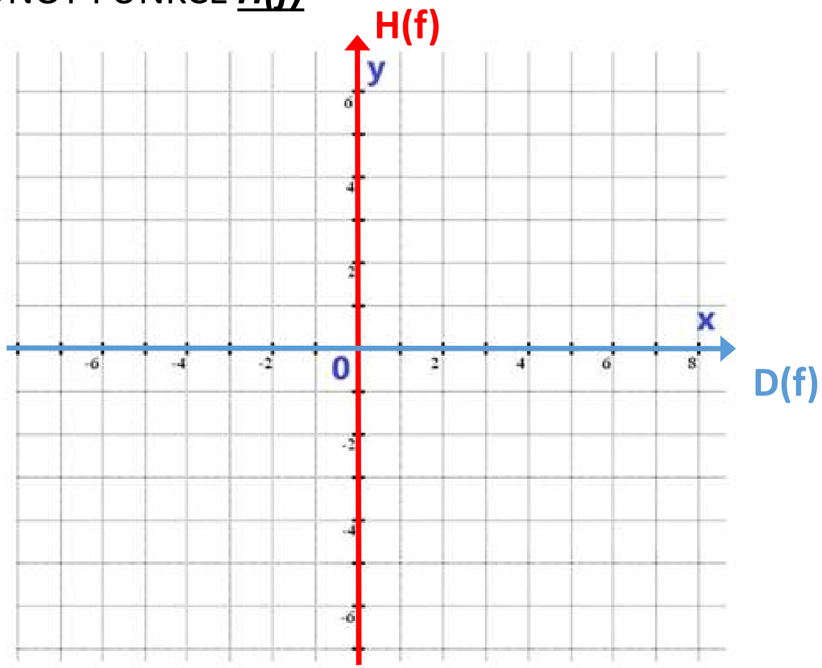
- *tabulka obsahuje jen tři vstupy a tři výstupy:*
  - *vstupy = definiční obor*
  - *výstupy = obor hodnot funkce*
- *hodnoty D(f) a H(f) zapisujeme do složené závorky {} jako výčet všech uvedených čísel*

POSTUP:

1) URČÍME DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE
2) URČÍME OBOR HODNOT FUNKCE

VZTAH D(f), H(f) S GRAFEM

- Z GRAFU SNADNĚJI POZNÁME DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE ***<u>D(f)</u>*** A OBOR HODNOT FUNKCE ***<u>H(f)</u>***



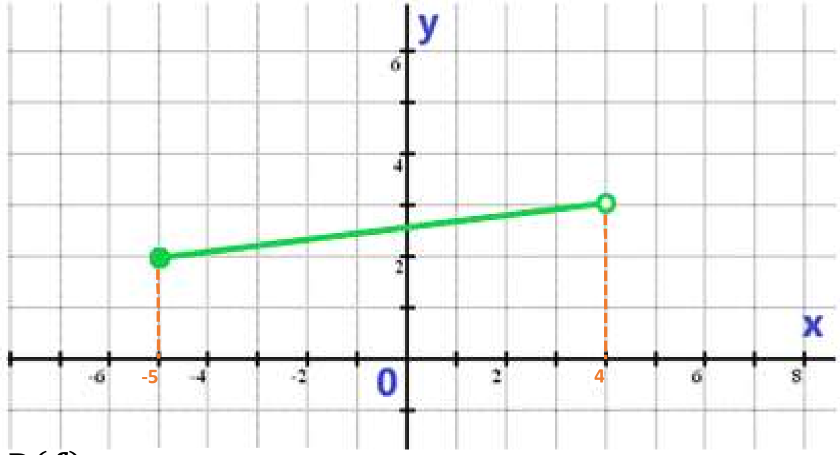
- DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE:
  - ***D(f)*** *= množina všech x (vstupů)*
  - *v grafu hledáme definiční obor funkce na* ***ose x***
  - *na ose x čteme zleva doprava (jako když čteme v knize)*

- OBOR HODNOT FUNKCE:
  - ***H(f)*** *= množina všech y (výstupů či výsledků)*
  - *v grafu hledáme obor hodnot funkce na* ***ose y***
  - *na ose y čteme zespoda nahoru (jako když dáváme obličej ke slunci)*

- POKUD JE GRAF SPOJITÝ (NENÍ NIKDE PŘERUŠEN) A JDE PO CELÉ **OSE x**, JE DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE **D(f) = R**
- POKUD JE **D(f) = R**, PAK I JE I OBOR HODNOT FUNKCE **H(f) = R**

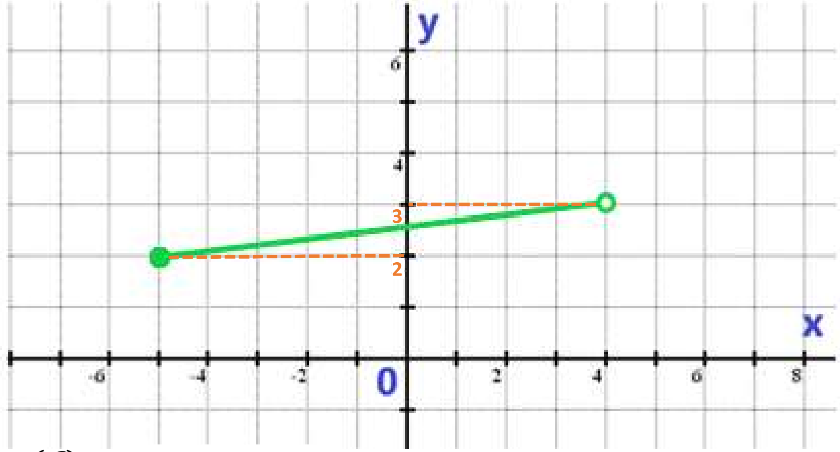
VZTAH D(f), H(f) S GRAFEM – PŘÍKLAD 5

- FUNKCE JE DÁNA GRAFEM:



$D(f) =$

- DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE:
  - *D(f) = množina všech x (vstupů)*
  - *v grafu hledáme D(f) na **ose x***



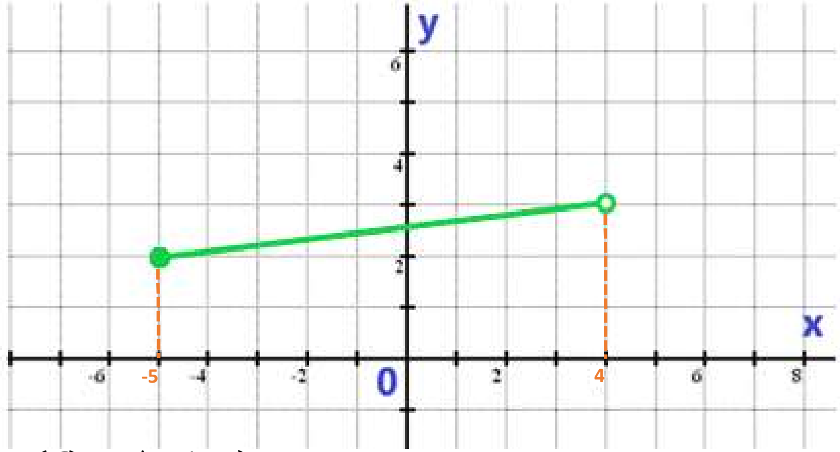
$H(f) =$

- OBOR HODNOT FUNKCE:
  - *H(f) = množina všech y (výstupů či výsledků)*
  - *v grafu hledáme H(f) na **ose y***

VZTAH D(f), H(f) S GRAFEM – ŘEŠENÍ PŘÍKLADU 5

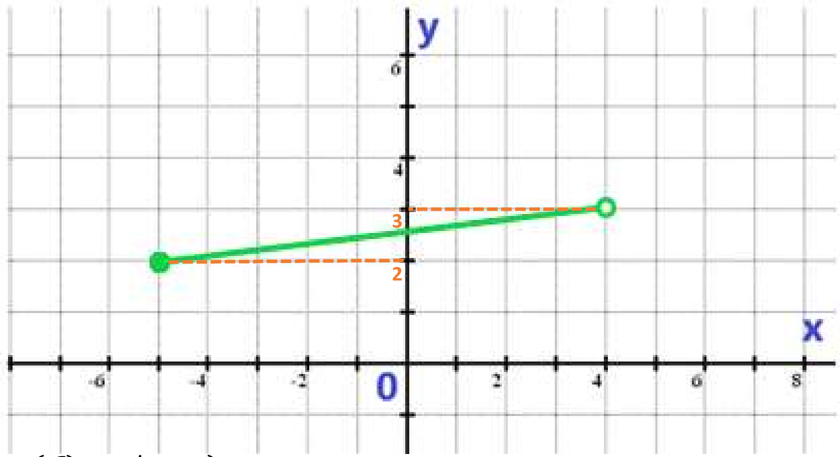
- FUNKCE JE DÁNA NÁSLEDUJÍCÍMI GRAFY:

- DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE:
  - *D(f) = množina všech x (vstupů)*
  - *v grafu hledáme D(f) na **ose x***



$\boldsymbol{D(f) = \langle -5; 4)}$

- OBOR HODNOT FUNKCE:
  - *H(f) = množina všech y (výstupů či výsledků)*
  - *v grafu hledáme H(f) na **ose y***

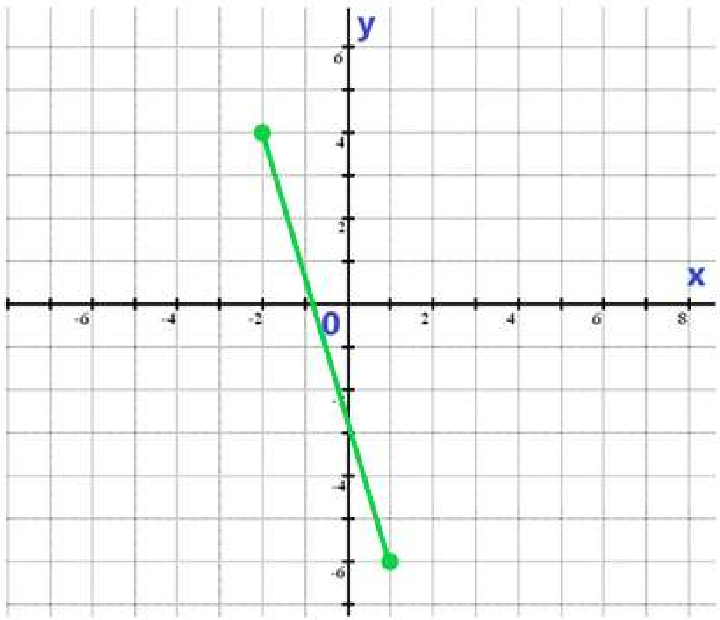


$\boldsymbol{H(f) = \langle 2; 3)}$

VZTAH D(f), H(f) S GRAFEM – PŘÍKLADY

- FUNKCE JSOU DÁNY GRAFY. U KAŽDÉHO GRAFU URČETE DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE D(f) A OBOR HODNOT FUNKCE H(f):

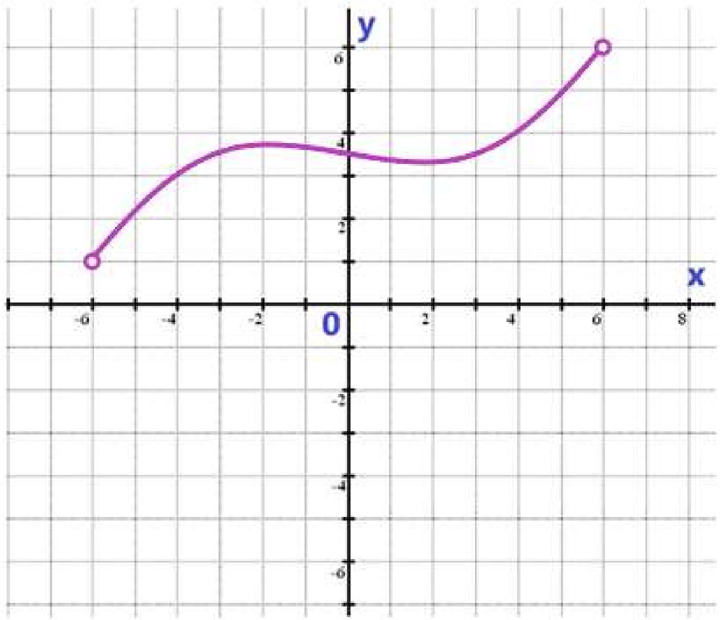
A)



$\boldsymbol{D(f_A)} =$

$\boldsymbol{H(f_A)} =$

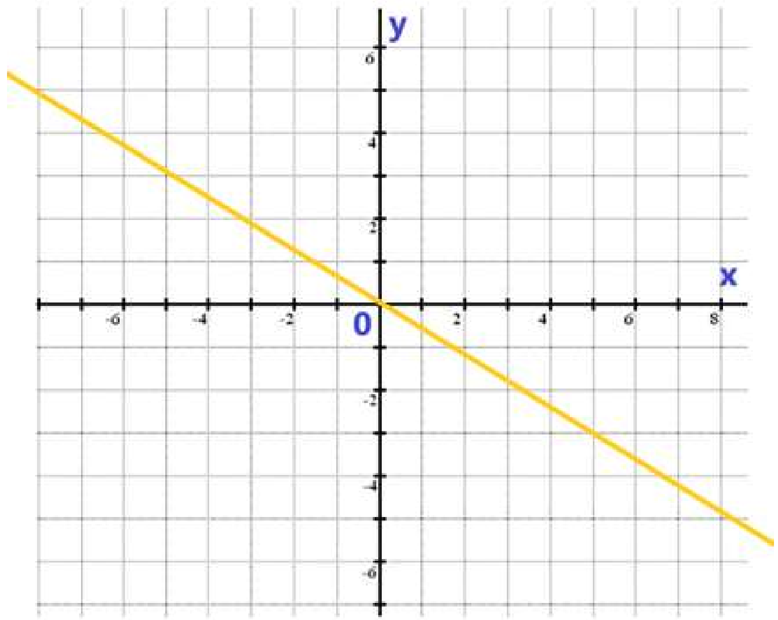
B)



$\boldsymbol{D(f_B)} =$

$\boldsymbol{H(f_B)} =$

C)



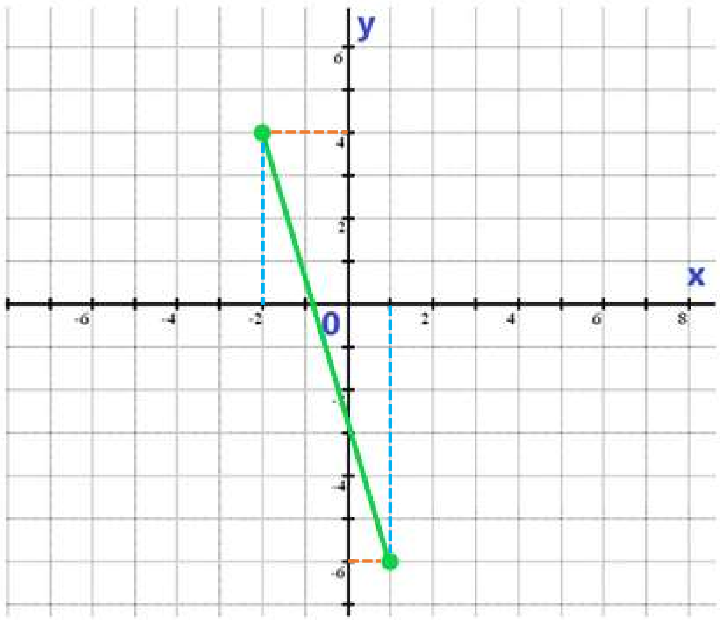
$\boldsymbol{D(f_C)} =$

$\boldsymbol{H(f_C)} =$

VZTAH D(f), H(f) S GRAFEM – ŘEŠENÍ

- FUNKCE JSOU DÁNY GRAFY. U KAŽDÉHO GRAFU URČETE DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE D(f) A OBOR HODNOT FUNKCE H(f):

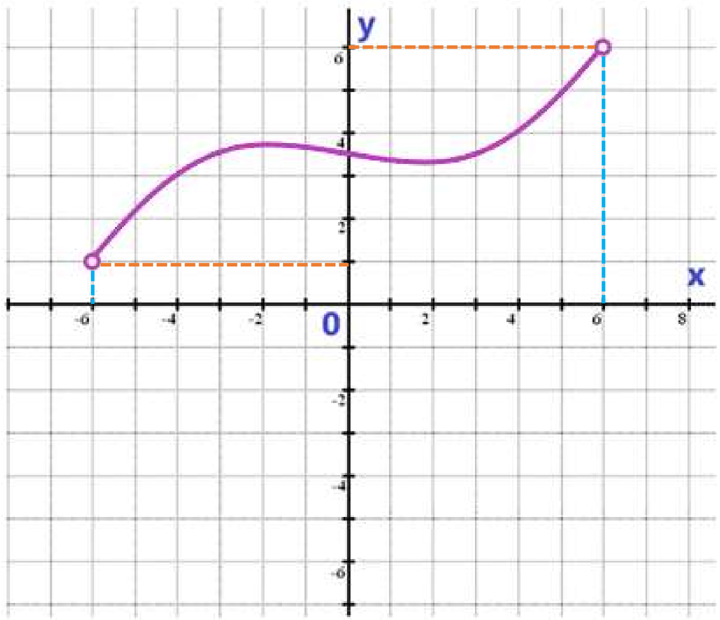
A)



$D(f_A) = \langle -2; 1 \rangle$

$H(f_A) = \langle -6; 4 \rangle$

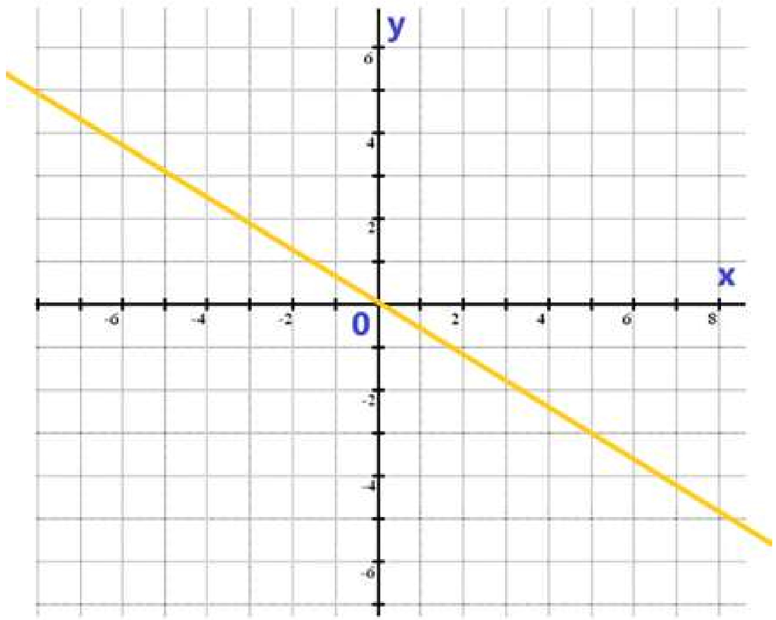
B)



$D(f_B) = (-6;\ 6)$

$H(f_B) = (1;\ 6)$

C)



$D(f_C) = R$

$H(f_C) = R$

SHRNUTÍ

<u>DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE</u>

- TÝKÁ SE VSTUPŮ
- JAKÝ VSTUP (***<u>x</u>***) MŮŽEME DO PŘEDPISU FUNKCE DOSADIT, ABY „VYPADL“ VÝSTUP (***<u>y</u>***)
- HLEDÁME JE POMOCÍ **OSY x**
- ZNAČÍME **D(f)**

<u>OBOR HODNOT FUNKCE</u>

- TÝKÁ SE VÝSTUPŮ
- JAKÉ VÝSTUPY (***<u>y</u>***) NÁM Z PŘEDPISU FUNKCE BUDOU VYPADÁVAT
- HLEDÁME JE POMOCÍ **OSY y**
- ZNAČÍME **H(f)**

DOPORUČENÉ ODKAZY NA

- matematikaCZ, 2016, *Definiční obor a obor hodnot*, YouTube video. [2016-01-31]. Dostupné z: https://www.youtube.com/watch?v=I0FMRs9J1gY#t=5m49s

- Dr. Matika, 2018, *Jak určím obor hodnot a definiční obor z grafu funkce? | Dr. Matika*, YouTube video. [2018-09-09]. Dostupné z: https://www.youtube.com/watch?v=k7XUBMaDNMg