



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Kombinační čísla a jejich vlastnosti

**Tento výukový materiál vznikl za přispění Evropské unie,
státního rozpočtu ČR a Středočeského kraje**

Duben 2011 - Mgr. Milena Tichá

Faktoriál n!

n! čteme n faktoriál, $n \in \mathbb{N}$

$$0! = 1$$

Úprava:

$$n! = n \cdot (n - 1)!$$

$$= n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2)!$$

$$= n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot (n - 3)!$$

$$= n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot (n - 3) \dots (n - n + 1) \cdot (n - n)!$$

Například:

$$7! = 7 \cdot 6! = 7 \cdot 6 \cdot 5! = \dots = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Poznámka :

Pro výpočet n-faktoriálu použijeme kalkulačku

Příklad 1

Upravte:

a) $10! : 7!$

b) $n! : (n - 2)!$

Řešení

a) $10! : 7! = 10.9.8.7! : 7! = 10.9.8 = 720$

b) $n! : (n - 2)! = n.(n - 1).(n - 2)! : (n - 2)! =$
 $= n.(n - 1)$

Kombinační číslo

Jsou- li n, k přirozená čísla kde $n \geq k$, pak $\binom{n}{k}$ je kombinační číslo. Čteme n nad k

Platí:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$
$$\binom{8}{5} = \frac{8!}{5!3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5! \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 0!} = \frac{8 \cdot 7}{1} = 56$$

Vlastnosti kombinačních čísel

1)

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$$

$$\binom{9}{0} = \binom{9}{9} = 1$$

2)

$$\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$$

$$\binom{9}{1} = \binom{9}{8} = 9$$

Vlastnosti kombinačních čísel

3)

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$
$$\binom{9}{3} = \binom{9}{6}$$

4)

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$
$$\binom{11}{4} + \binom{11}{5} = \binom{12}{5}$$

Příklad 2

Zjednodušte

$$a) \frac{8!}{5!}$$

$$b) \frac{(n + 1)!}{(n - 1)!}$$

$$c) \binom{10}{3} + \binom{7}{2}$$

Řešení 2

$$a) \frac{8!}{5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$$

$$b) (n + 1)! : (n - 1)! = (n + 1)n(n - 1)! : (n - 1)! = (n + 1)n$$

$$c) \binom{10}{3} + \binom{7}{2} = \frac{10!}{7! \cdot 3!} + \frac{7!}{5! \cdot 2!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} + \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} = 120 + 21 = 141$$

Cvičení

Řešte rovnice v \mathbb{N}

$$a) \binom{n-1}{n-2} + \binom{n-2}{n-4} = 16 \qquad b) \binom{x}{x-2} = 780$$

Výsledky : a) $n = 7$ b) $x = 40$



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Literatura:

RNDr. Alois Halouzka

Přehled učiva k maturitní zkoušce z matematiky

FORTUNA 176-1067-02. První vydání Praha 2002

ISBN 80-7168-808-8