

LOMENÉ

VÝRAZY

# ZLOMEK A LOMENÝ VÝRAZ

## ZLOMEK

- GRAFICKY ZNÁZORNĚNÉ DĚLENÍ
- OBSAHUJE POUZE ČÍSLA

$$1 : 4 = 0,25$$

$$\frac{1}{4} = 0,25$$

$$\begin{array}{l} \text{1} \quad \text{ČITATEL} \\ \text{—} \quad \text{ZLOMKOVÁ ČÁRA} \\ \text{4} \quad \text{JMENOVATEL} \end{array}$$

## LOMENÝ VÝRAZ

- VÝRAZ VE ZLOMKU
- OBSAHUJE ČÍSLA I PROMĚNNÉ

PŘÍKLADY:

$$\frac{2a}{b}$$

$$\frac{2}{x+1}$$

$$\frac{m-5}{m^2}$$

$$\frac{4c+8d}{(c+1)^2}$$

# PODMÍNKY U LOMENÝCH VÝRAZŮ

- NULOU NELZE DĚLIT, PROTO JE NUTNÉ U LOMENÝCH VÝRAZŮ URČIT **PODMÍNKY**, ZA KTERÝCH MÁ LOMENÝ VÝRAZ SMYSL
- TO ZNAMENÁ, ŽE HLEDÁME HODNOTY, KTERÉ NEMŮŽE PROMĚNNÁ VE JMENOVATELI NABÝVAT
- POSTUP: CELÝ VÝRAZ VE JMENOVATELI POLOŽÍME NEROVNÝ NULE

≠

$\frac{2}{b} \rightarrow b = 0 \rightarrow \frac{2}{0}$

VÝRAZ:      PODMÍNKA:

$\frac{2}{b}$        $b \neq 0$

## PŘÍKLADY:

VÝRAZ:

PODMÍNKA:

1

$$\frac{2}{b}$$

$$\underline{b \neq 0}$$

2

$$\frac{x}{x - y}$$

$$x - y \neq 0$$

$$\underline{x \neq y}$$

3

$$\frac{4c}{c \cdot d}$$

$$c \cdot d \neq 0$$

$$\underline{c \neq 0; d \neq 0}$$

# KRÁCENÍ LOMENÝCH VÝRAZŮ

- KRÁTIT LOMENÝ VÝRAZ ZNAMENÁ DĚLIT ČITATELE I JMENOVATELE STEJNÝM ČÍSLEM (RŮZNÝM OD NULY), PROMĚNNOU ČI MNOHOČLENEM

$$\frac{a^2}{2a} = \frac{a^2 : a}{2a : a} = \frac{a}{\underline{\underline{2}}} \quad \underline{\underline{a \neq 0}}$$

---

$$\frac{x \cdot y}{x} = \frac{x \cdot y : x}{x : x} = \frac{y}{1} = \underline{\underline{y}} \quad \underline{\underline{x \neq 0}}$$

---

$$\frac{x+y}{x} = \text{NELZE KRÁTIT} \quad \underline{\underline{x \neq 0}}$$

# KRÁCENÍ LOMENÝCH VÝRAZŮ

## PŘÍKLADY:

1

$$\frac{2ab+8a}{2a} = \frac{2a(b+4)}{2a} = \underline{\underline{b+4}} \quad \underline{a \neq 0}$$

### POSTUP:

- 1) URČÍME PODMÍNKU  $a \neq 0$
- 2) V ČITATELI VYTKNEME VÝRAZ  $2a$
- 3) ZKRÁTÍME VÝRAZEM  $2a$

2

$$\frac{x^2 - 4}{(x - 2)^2} = \frac{(x + 2)(x - 2)}{(x - 2)(x - 2)} = \underline{\underline{\frac{x + 2}{x - 2}}} \quad \begin{array}{l} x - 2 \neq 0 \\ \underline{x \neq 2} \end{array}$$

### POSTUP:

- 1) URČÍME PODMÍNKU  $x \neq 2$
- 2) ČITATELE ROZLOŽÍME PODLE VZORCE  $A^2 - B^2$
- 3) JMENOVATELE ROZLOŽÍME NA SOUČIN DVOU ZÁVOREK
- 4) ZKRÁTÍME VÝRAZEM  $(x - 2)$

3

$$\frac{6y^2}{9y} = \frac{6y^2 : 3y}{9y : 3y} = \underline{\underline{\frac{2y}{3}}} \quad \underline{y \neq 0}$$

### POSTUP:

- 1) URČÍME PODMÍNKU  $y \neq 0$
- 2) ZKRÁTÍME VÝRAZEM  $3y$

# ROZŠIŘOVÁNÍ LOMENÝCH VÝRAZŮ

- ROZŠIŘOVAT LOMENÝ VÝRAZ ZNAMENÁ NÁSOBIT ČITATELE I JMENOVATELE STEJNÝM ČÍSLEM (RŮZNÝM OD NULY), PROMĚNNOU ČI MNOHOČLENEM

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot b}{b \cdot b} = \frac{ab}{\underline{\underline{b^2}}} \quad \underline{\underline{b \neq 0}}$$

---

$$\frac{2x}{y} = \frac{2x \cdot 3y}{y \cdot 3y} = \frac{6xy}{\underline{\underline{3y^2}}} \quad \underline{\underline{y \neq 0}}$$

# ROZŠIŘOVÁNÍ LOMENÝCH VÝRAZŮ

## PŘÍKLADY:

1) ROZŠIŘTE LOMENÝ VÝRAZ PROMĚNNOU  $x$ :

$$\frac{3x}{2y} = \frac{3x \cdot x}{2y \cdot x} = \frac{3x^2}{\underline{\underline{2xy}}} \quad \begin{array}{l} \underline{x \neq 0} \\ \underline{y \neq 0} \end{array}$$

### POSTUP:

- 1) VYNÁSOBÍME ČITATELE I JMENOVATELE PROMĚNNOU  $x$
- 2) URČÍME PODMÍNKY  $x \neq 0$ ;  $y \neq 0$

2) ROZŠIŘTE LOMENÝ VÝRAZ ČÍSLEM 2:

$$\frac{1}{ab} = \frac{1 \cdot 2}{ab \cdot 2} = \frac{2}{\underline{\underline{2ab}}} \quad \begin{array}{l} \underline{a \neq 0} \\ \underline{b \neq 0} \end{array}$$

### POSTUP:

- 1) VYNÁSOBÍME ČITATELE I JMENOVATELE ČÍSLEM 2
- 2) URČÍME PODMÍNKY  $a \neq 0$ ;  $b \neq 0$

3) ROZŠIŘTE LOMENÝ VÝRAZ MNOHOČLENEM  $(y + 1)$ :

$$\frac{y}{y-1} = \frac{y \cdot (y+1)}{(y-1) \cdot (y+1)} = \frac{y^2 + y}{\underline{\underline{y^2 - 1}}} \quad \begin{array}{l} y - 1 \neq 0 \\ \underline{y \neq 1} \\ y + 1 \neq 0 \\ \underline{y \neq -1} \end{array}$$

### POSTUP:

- 1) VYNÁSOBÍME Č, J MNOHOČLENEM  $(y + 1)$
- 2) Č: VYNÁSOBÍME, J: VZOREC  $A^2 - B^2$
- 3) URČÍME PODMÍNKY  $y \neq 1$ ;  $y \neq -1$

# SČÍTÁNÍ A ODCÍTÁNÍ LOMENÝCH VÝRAZŮ

- POSTUPOJEME SHODNĚ JAKO U SČÍTÁNÍ A ODCÍTÁNÍ ZLOMKŮ

## ZLOMEK

- POKUD MÁME STEJNÉHO JMENOVATELE, MŮŽEME ČITATELE SEČÍST / ODEČÍST

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$$

- POKUD NEMÁME STEJNÉHO JMENOVATELE, MUSÍME NEJPRVE PŘEVÉST ZLOMKY NA SPOLEČNÉHO JMENOVATELE, A AŽ POTÉ ČITATELE SEČÍST / ODEČÍST

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{10 + 9}{15} = \frac{19}{15}$$

$5 \cdot 2 = 10$

$15 : 3 = 5$     $15 = 3 \cdot 5$

## LOMENÝ VÝRAZ

- POKUD MÁME STEJNÉHO JMENOVATELE, MŮŽEME ČITATELE SEČÍST / ODEČÍST

$$\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a + b}{d}$$

- POKUD NEMÁME STEJNÉHO JMENOVATELE, MUSÍME NEJPRVE PŘEVÉST LOMENÝ VÝRAZ NA SPOLEČNÉHO JMENOVATELE, A AŽ POTÉ ČITATELE SEČÍST / ODEČÍST

$$\frac{2}{c} + \frac{b}{7} = \frac{7 \cdot 2 + c \cdot b}{c \cdot 7} = \frac{14 + bc}{7c}$$

$7 \cdot 2$

$c \cdot 7 : c = 7$

$c \neq 0$



# SČÍTÁNÍ A ODCÍTÁNÍ LOMENÝCH VÝRAZŮ

## PŘÍKLADY:

1 VYPOČTĚTE:

$$\frac{3x}{5} + \frac{2}{y} = \frac{3xy + 10}{\underline{\underline{5y}}} \quad \underline{\underline{y \neq 0}}$$

### POSTUP:

- 1) NALEZNEME SPOLEČNÉHO JMENOVATELE  $5y$
- 2) DOPOČTEME ČITATELE  $3xy + 10$
- 3) URČÍME PODMÍNKU  $y \neq 0$

2 VYPOČTĚTE:

$$\frac{3}{4a^2b} - \frac{5b^2}{6a^3} = \frac{9a - 10b^3}{\underline{\underline{12a^3b}}} \quad \begin{array}{l} \underline{\underline{a \neq 0}} \\ \underline{\underline{b \neq 0}} \end{array}$$

### POSTUP:

- 1) NALEZNEME SPOLEČNÉHO JMENOVATELE  $12a^3b$
- 2) DOPOČTEME ČITATELE  $9a - 10b^3$
- 3) URČÍME PODMÍNKY  $a \neq 0; b \neq 0$

3 VYPOČTĚTE:

$$1 + \frac{x}{x+3} = \frac{(x+3) + x}{x+3} = \frac{x+3+x}{x+3} = \frac{2x+3}{\underline{\underline{x+3}}} \quad \begin{array}{l} x+3 \neq 0 \\ \underline{\underline{x \neq -3}} \end{array}$$

### POSTUP:

- 1) NALEZNEME SPOLEČNÉHO JMENOVATELE  $x+3$
- 2) DOPOČTEME ČITATELE  $(x+3)+x$
- 3) UPRAVÍME ČITATELE  $2x+3$
- 4) URČÍME PODMÍNKU  $x \neq -3$

# NÁSOBENÍ A DĚLENÍ LOMENÝCH VÝRAZŮ

- POSTUPOJEME SHODNĚ JAKO U NÁSOBENÍ A DĚLENÍ ZLOMKŮ

## ZLOMEK

### NÁSOBENÍ:

- ZLOMKY NÁSOBÍME MEZI SEBOU TAK, ŽE VYNÁSOBÍME ZVLÁŠTĚ ČITATELE S ČITATELEM A ZVLÁŠTĚ JMENOVATELE S JMENOVATELEM

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{20}$$

### DĚLENÍ:

- ZLOMKY DĚLÍME TAK, ŽE DĚLENÍ NEJPRVE PŘEVEDEME NA NÁSOBENÍ (U DRUHÉHO ZLOMKU ZAMĚNÍME ČITATELE ZA JMENOVATELE), POTÉ VYNÁSOBÍME

$$\frac{1}{5} : \frac{3}{4} = \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{15}$$

## LOMENÝ VÝRAZ

### NÁSOBENÍ:

- LOMENÝ VÝRAZ NÁSOBÍME MEZI SEBOU TAK, ŽE VYNÁSOBÍME ZVLÁŠTĚ ČITATELE S ČITATELEM A ZVLÁŠTĚ JMENOVATELE S JMENOVATELEM

$$\frac{a}{d} \cdot \frac{4}{c} = \frac{4a}{cd}$$

$\frac{c \neq 0}{d \neq 0}$

### **POZOR NA POŘADÍ!**

- NEJPRVE SE VE VÝRAZU PÍŠE ČÍSLO, POTÉ PÍSMENO,
- PÍSMENA PÍŠEME DLE ABECEDNÍHO POŘÁDKU

### DĚLENÍ:

- LOMENÝ VÝRAZ DĚLÍME TAK, ŽE DĚLENÍ NEJPRVE PŘEVEDEME NA NÁSOBENÍ (U DRUHÉHO VÝRAZU ZAMĚNÍME ČITATELE ZA JMENOVATELE), POTÉ VYNÁSOBÍME

$$\frac{a}{d} : \frac{4}{c} = \frac{a}{d} \cdot \frac{c}{4} = \frac{ac}{4d}$$

$\frac{c \neq 0}{d \neq 0}$

# NÁSOBENÍ A DĚLENÍ LOMENÝCH VÝRAZŮ

## PŘÍKLADY:

1 VYPOČTĚTE:

$$\frac{3x}{4} \cdot \frac{5}{2y} = \frac{15x}{\underline{\underline{8y}}}$$

$$\underline{\underline{y \neq 0}}$$

### POSTUP:

- 1) VYNÁSOBÍME ČITATELE **15x**
- 2) VYNÁSOBÍME JMENOVATELE **18y**
- 3) URČÍME PODMÍNKU **y ≠ 0**

2 VYPOČTĚTE:

$$\frac{3a}{4} \cdot 3a = \frac{3a}{4} \cdot \frac{3a}{1} = \frac{9a^2}{\underline{\underline{4}}}$$

### POSTUP:

- 1) VÝRAZ 3a ZAPÍŠEME JAKO  $\frac{3a}{1}$
- 2) VYNÁSOBÍME Č: **9a<sup>2</sup>** A J: **4**
- 3) PODMÍNKU NEŘEŠÍME (JMENOV. NEMŮŽE BÝT 0)

3 VYPOČTĚTE:

$$\frac{4x^3}{5y^2} : \frac{10xy^2}{11x^2} = \frac{4x^3}{5y^2} \cdot \frac{11x^2}{10xy^2} = \frac{2x^2}{5y^2} \cdot \frac{11x^2}{5y^2} = \frac{22x^4}{\underline{\underline{25y^4}}}$$

*Annotations:  $4x^3 : 2x = 2x^2$  (pointing to the 2x<sup>2</sup> in the second fraction),  $10xy^2 : 2x = 5y^2$  (pointing to the 5y<sup>2</sup> in the second fraction).*

$$\underline{\underline{x \neq 0}}$$
$$\underline{\underline{y \neq 0}}$$

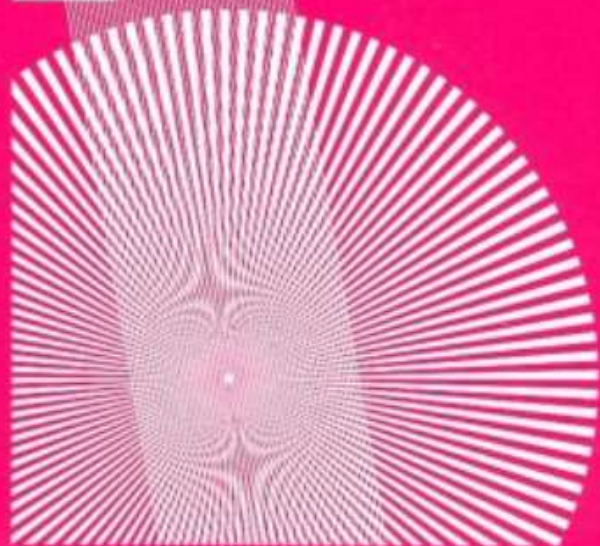
### POSTUP:

- 1) PŘEVEDEME DĚLENÍ NA NÁSOBENÍ
- 2) ZKRÁTÍME KŘÍŽEM **4x<sup>3</sup>** A **10xy<sup>2</sup>** VÝRAZEM **2x**
- 3) VYNÁSOBÍME Č: **22x<sup>4</sup>** A J: **25y<sup>4</sup>**
- 4) URČÍME PODMÍNKY **x ≠ 0; y ≠ 0**

# ODKAZY NA UČEBNICI

## Sbírka úloh z matematiky

pro SOU a SOŠ



Hudcová & Kubičková

### SBÍRKA ÚLOH Z MATEMATIKY

#### ŘEŠENÉ PŘÍKLADY:

- 131/Příklad 9
- 132/Příklad 10
- 134/Příklad 11
- 136/Příklad 12
- 137/Příklad 13