

Zvyšování kvality výuky technických oborů

Klíčová aktivita IV.2

**Inovace a zkvalitnění výuky
směřující k rozvoji
matematické gramotnosti
žáků středních škol**

Téma IV.2.1

**Algebraické výrazy,
výrazy s mocninami
a odmocninami**

RNDr. Jana Nováková

30.9.2012

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Obsah

ÚVOD.....	1
1 MOCNINY S PŘIROZENÝM MOCNITELEM I	2
2 MOCNINY S PŘIROZENÝM MOCNITELEM II.....	10
3 MOCNINY S CELÝM MOCNITELEM I	14
3.1 PRACOVNÍ LIST – MOCNINY S CELÝM MOCNITELEM I	18
4 MOCNINY S CELÝM MOCNITELEM II	20
4.1 PRACOVNÍ LIST – MOCNINY S CELÝM MOCNITELEM I	23
5 ZÁPIS ČÍSLA POMOCÍ MOCNINY DESETI I.....	25
5.1 PRACOVNÍ LIST – MOCNINY S CELÝM MOCNITELEM I	28
6 POČÍTÁNÍ S ČÍSLY A $\cdot 10^N$	30
6.1 PRACOVNÍ LIST – POČÍTÁNÍ S ČÍSLY A $\cdot 10^N$	34
7 DRUHÁ A TŘETÍ ODMOCNINA.....	36
7.1 PRACOVNÍ LIST – DRUHÁ A TŘETÍ ODMOCNINA	42
8 MOCNINY S RACIONÁLNÍM MOCNITELEM I.....	44
8.1 PRACOVNÍ LIST – MOCNINY S RACIONÁLNÍM MOCNITELEM I	47
9 MOCNINY S RACIONÁLNÍM MOCNITELEM II.....	48
9.1 PRACOVNÍ LIST – MOCNINY S RACIONÁLNÍM MOCNITELEM II.....	51
10 MOCNINY S RACIONÁLNÍM MOCNITELEM III	52
10.1 PRACOVNÍ LIST – MOCNINY S RACIONÁLNÍM MOCNITELEM III	54
11 ZÁKLADNÍ POČETNÍ OPERACE S ODMOCNINAMI	55
11.1 PRACOVNÍ LIST – ZÁKLADNÍ POČETNÍ OPERACE S ODMOCNINAMI	58
12 ODSTRAŇOVÁNÍ ODMOCNINY ZE JMENOVATELE	59
12.1 PRACOVNÍ LIST – ODSTRAŇOVÁNÍ ODMOCNINY ZE JMENOVATELE	61
13 VÝRAZ.....	62
13.1 PRACOVNÍ LIST – VÝRAZ.....	65
14 HODNOTA VÝRAZU	67
14.1 PRACOVNÍ LIST – HODNOTA VÝRAZU	69
15 ČLEN VÝRAZU, ABSOLUTNÍ HODNOTA	71
15.1 PRACOVNÍ LIST – ČLEN VÝRAZU, ABSOLUTNÍ HODNOTA	74
16 SČÍTÁNÍ A ODČÍTÁNÍ VÝRAZŮ.....	76
16.1 PRACOVNÍ LIST – SČÍTÁNÍ A ODČÍTÁNÍ VÝRAZŮ	79
17 NÁSOBENÍ VÝRAZŮ.....	81
17.1 PRACOVNÍ LIST – NÁSOBENÍ VÝRAZŮ	84
18 DĚLENÍ VÝRAZŮ.....	85



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

18.1	PRACOVNÍ LIST – DĚLENÍ VÝRAZŮ.....	88
19	DRUHÁ MOCNINA DVOJČLENU A ROZDÍL DRUHÝCH MOCNIN	90
19.1	PRACOVNÍ LIST – DRUHÁ MOCNINA DVOJČLENU A ROZDÍL DRUHÝCH MOCNIN	93
20	ROZKLAD VÝRAZŮ NA SOUČIN VYTÝKÁNÍM	95
20.1	PRACOVNÍ LIST – ROZKLAD VÝRAZŮ NA SOUČIN VYTÝKÁNÍM	97
21	ROZKLAD VÝRAZŮ NA SOUČIN UŽITÍM VZORCŮ.....	99
21.1	PRACOVNÍ LIST – ROZKLAD VÝRAZŮ NA SOUČIN UŽITÍM VZORCŮ	102
22	DEFINIČNÍ OBOR LOMENÝCH VÝRAZŮ.....	103
22.1	PRACOVNÍ LIST – DEFINIČNÍ OBOR LOMENÝCH VÝRAZŮ.....	105
23	KRÁCENÍ LOMENÝCH VÝRAZŮ	107
23.1	PRACOVNÍ LIST – KRÁCENÍ LOMENÝCH VÝRAZŮ	109
24	VHODNÝ SPOLEČNÝ NÁSOBEK VÝRAZŮ.....	110
24.1	PRACOVNÍ LIST – VHODNÝ SPOLEČNÝ NÁSOBEK VÝRAZŮ	113
25	SČÍTÁNÍ A ODČÍTÁNÍ LOMENÝCH VÝRAZŮ.....	115
25.1	PRACOVNÍ LIST – SČÍTÁNÍ A ODČÍTÁNÍ LOMENÝCH VÝRAZŮ I.....	120
26	SČÍTÁNÍ A ODČÍTÁNÍ LOMENÝCH VÝRAZŮ II.....	122
26.1	PRACOVNÍ LIST – SČÍTÁNÍ A ODČÍTÁNÍ LOMENÝCH VÝRAZŮ II.....	125
27	NÁSOBENÍ LOMENÝCH VÝRAZŮ	127
27.1	PRACOVNÍ LIST – NÁSOBENÍ LOMENÝCH VÝRAZŮ	129
28	DĚLENÍ LOMENÝCH VÝRAZŮ.....	130
28.1	PRACOVNÍ LIST – DĚLENÍ LOMENÝCH VÝRAZŮ	132
29	SLOŽENÉ LOMENÉ VÝRAZY	133
29.1	PRACOVNÍ LIST – SLOŽENÉ LOMENÉ VÝRAZY	135
30	ÚPRAVY LOMENÝCH VÝRAZŮ – SHRNUÍ I.....	136
31	ÚPRAVY LOMENÝCH VÝRAZŮ – SHRNUÍ II.....	138
32	LOMENÉ VÝRAZY S ODMOCNINAMI.....	140
33	DOPORUČENÁ LITERATURA	142
34	POUŽITÁ LITERATURA A ZDROJE	143



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Úvod

Výukový materiál Algebraické výrazy, výrazy s mocninami a odmocninami je určen žákům prvních ročníků všech oborů ukončených maturitní zkouškou, včetně žáků nástavbového studia. Je vhodný k samostudiu i jako podpora pedagogických pracovníků při jejich přípravě na vyučovací hodinu.

Rozsah učiva je v souladu s ŠVP předmětu Matematika s ohledem na Katalog požadavků společné části maturitní zkoušky z matematiky.

Novému učivu vždy předchází opakování znalostí na dané téma ze základní školy, následuje vysvětlení s ukázkovými příklady a příklady k samostatnému řešení. Ke každé kapitole je vypracován pracovní list sloužící k procvičení a upevnění učiva.

1 Mocniny s přirozeným mocnitelem I

Výukový materiál se zabývá výkladem a následným procvičením pravidel pro počítání s mocninami přirozených čísel, desetinných čísel, zlomků a záporných čísel. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

Pro každé reálné číslo a a každé přirozené číslo n je

$$a^n = a \cdot \dots \cdot a$$

kde na pravé straně v součinu je n činitelů.

Základní pojmy:

a^n mocnina

a základ mocniny (mocněnec)

n mocnitel (exponent)
určuje počet stejných činitelů v součinu

Příklad:

$$4^2 = 4 \cdot 4 = 16$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$$

$$0^5 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$$

$$1^3 = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$$

$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$$

$$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$$

Platí:

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1$$

$$1^n = 1$$

$$0^n = 0$$

Poznámka:

$-$ sudou = +

$-$ lichou = -

Procvičte si z paměti:

$$4^3$$

$$(-3)^5$$

$$(-10)^4$$

$$(-29)^0$$

$$-29^0$$

$$-1^{56}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Výsledek:

64 -243 10 000 1 -1 -1

Častá chyba!

Rozlišujte mezi mocninami $(-a)^n$ a $-a^n$.

$(-4)^2 = (-4) \cdot (-4) = 16$, ale $-4^2 = -(4 \cdot 4) = -16$

Procvičte si z paměti:

3^2 0^3 $(-3)^2$ $(-2)^3$ -3^2 -2^3 $(-1)^0$ -1^0

Výsledek:

9 0 9 -8 -9 -8 1 -1

Vypočtěte:

$$300^2 =$$

$$0,6^2 =$$

Řešení:

$$300^2 = (3 \cdot 100)^2 = 3^2 \cdot 100^2 = 9 \cdot 10\,000 = 90\,000$$

$$0,6^2 = (6 \cdot 0,1)^2 = 6^2 \cdot 0,1^2 = 36 \cdot 0,01 = 0,36$$

Při umocňování **na druhou** se počet nul, příp. desetinných míst **zdvojnásobuje**.

Vypočtěte:

$$20^3 =$$

$$0,04^3 =$$

Řešení:

$$20^3 = (2 \cdot 10)^3 = 2^3 \cdot 10^3 = 8 \cdot 1\,000 = 8\,000$$

$$0,04^3 = (4 \cdot 0,01)^3 = 4^3 \cdot 0,01^3 = 64 \cdot 0,000\,001 = 0,000\,064$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Při umocňování **na třetí** se počet nul, příp. desetinných míst **ztrojnásobuje**.

Procvičte si bez užití kalkulačky:

Skupina A

$$1,3^2 \quad 0,011^2 \quad 8\,000^2 \quad 140^2 \quad (-0,12)^2 \quad -300^3$$

Skupina B

$$0,15^2 \quad 110^2 \quad 1,4^2 \quad 0,004^2 \quad -40^2 \quad (-0,3)^3$$

Řešení:

Skupina A

$$1,69 \quad 0,000\,121 \quad 64\,000\,000 \quad 19\,600 \quad 0,0144 \quad -27\,000\,000$$

Skupina B

$$0,0225 \quad 12\,100 \quad 1,96 \quad 0,000\,016 \quad -1\,600 \quad -0,027$$

Vypočtete:

$$\left(\frac{2}{7}\right)^2 = \quad \text{umocníme čitatele i jmenovatele}$$

$$\left(1\frac{1}{4}\right)^2 = \quad \text{umocníme čitatele i jmenovatele}$$

$$\frac{6^2}{4} = \quad \text{umocníme pouze čitatele}$$

$$\frac{3}{9^2} = \quad \text{umocníme pouze jmenovatele}$$

Řešení:

$$\left(\frac{2}{7}\right)^2 = \frac{2^2}{7^2} = \frac{4}{49}$$

$$\left(1\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16} = 1\frac{9}{16}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Druhá mocnina zlomku se rovná podílu druhých mocnin čitatele a jmenovatele.

$$\frac{6^2}{4} = \frac{36}{4} = 9$$

$$\frac{3}{9^2} = \frac{3}{81} = \frac{1}{27}$$

Pozor na pořadí prováděných početních operací!

Procvičte si:

Skupina A

$$\left(2\frac{2}{3}\right)^2 \quad \left(-1\frac{2}{7}\right)^2 \quad -\frac{2^3}{3} \quad -\frac{1}{(-3)^2} \quad -\left(\frac{3}{5}\right)^3$$

Skupina B

$$-\left(1\frac{1}{2}\right)^3 \quad \left(-3\frac{2}{3}\right)^2 \quad -\frac{(-3)^3}{4} \quad -\frac{2}{(-3)^2} \quad \left(-\frac{3}{5}\right)^3$$

Řešení:

Skupina A

$$\frac{64}{9} \quad \frac{81}{49} \quad -\frac{8}{3} \quad -\frac{1}{9} \quad -\frac{27}{125}$$

- sudou = +

- opisujeme

- sudou = +

- opisujeme

Skupina B

- . - = +

$$-\frac{27}{8} \quad \frac{121}{9} \quad \frac{27}{4} \quad -\frac{2}{9} \quad -\frac{27}{125}$$

Platí:

**Součin mocnin o stejném základu
(mocnitele se sčítají)**

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Upravte:

$$a^3 \cdot a^2$$

$$10^4 \cdot 10^2$$

$$(-2) \cdot (-2)^5$$

Řešení:

$$a^3 \cdot a^2 = a^{3+2} = a^5$$

$$10^4 \cdot 10^2 = 10^{4+2} = 10^6$$

$$(-2) \cdot (-2)^5 = (-2)^{1+5} = (-2)^6$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Platí: **Podíl mocnin o stejném základu**
(mocnitele se odčítají) $a^n : a^m = a^{n-m}$, $a \neq 0$

Upravte: $a^3 : a^2$ $(-3)^5 : (-3)^2$ $2^7 : (-2)^5$

Řešení: $a^3 : a^2 = a^{3-2} = a$ $(-3)^5 : (-3)^2 = (-3)^{5-2} = (-3)^3$ **nelze upravit !!!**

Platí: **Umocňování mocniny**
(mocnitele se násobí) $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

Umocňování součinu
(umocní se každý činitel) $(ab)^n = a^n b^n$

Umocňování zlomku
(umocní se čítec i jmenovatel) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, $b \neq 0$

Upravte: $(2^5)^3$ $(3 \cdot 5)^2$ $\left(-\frac{2}{5}\right)^3$

Řešení: $(2^5)^3 = 2^{5 \cdot 3} = 2^{15}$ $3^2 \cdot 5^2 = 9 \cdot 25 = 225$ $\left(-\frac{2}{5}\right)^3 = -\frac{2^3}{5^3} = -\frac{8}{125}$

Upravte: $(6a^5) \cdot (-2a^2) =$
 $(-8c^2) : (-4c)^2 =$
 $(3a^2 \cdot 2a^5)^2 =$

Řešení: $(6a^5) \cdot (-2a^2) = 6 \cdot (-2) \cdot a^{5+2} = -12 a^7$
 $(-32c^2) : (-4c)^2 = -32c^2 : (16c^2) = -2c^0 = -2$
 $(3a^2 \cdot 2a^5)^2 = (6 a^7)^2 = 36 a^{14}$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Procvičte si:

Skupina A

$2^8 : 2^6$

$2a^4 : (-a^3)$

$3a^6 \cdot (-3a^6)$

$(2a^1 \cdot 3a^4)^2$

$(-0,3a^3)^3$

Skupina B

$5a^4 : 10a^2$

$5^5 \cdot 5^3$

$(a^3b^4 \cdot a^4b^6)^2$

$-2a^3 : 2a$

$(-2b^3)^2$

Řešení:

Skupina A

2^2

$-2a$

$-9a^{12}$

$36a^{10}$

$-0,027a^9$

Skupina B

$0,5a^2$

5^8

$a^{14}b^{20}$

$-a^2$

$4b^6$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

1.1 Pracovní list – Mocniny s přirozeným mocnitelem I

Pracovní list k procvičení pravidel pro počítání s mocninami přirozených čísel, desetinných čísel, zlomků a záporných čísel.

1. Vypočtěte z paměti:

$$0,4^3 \quad (-0,2)^3 \quad (-0,1)^4 \quad 0,07^2 \quad (-0,6)^0 \quad -0,6^0$$

2. Rozhodněte, zda platí:

$$a) \left(-\frac{1}{3}\right)^{28} > 0 \quad b) (-5)^{11} > 0 \quad c) \left(-\frac{1}{5}\right)^{23} < 0 \quad d) 0^{15} > 0 \quad e) (-3)^7 \cdot (-3)^8 < 0$$

3. Vypočtěte: (není-li pořadí početních výkonů určeno závorkami, provádíme nejprve umocňování a odmocňování, pak násobení a dělení a nakonec sčítání a odčítání)

$$a) 3 \cdot (-4) : (-2) \cdot (-1)^2 + 4 =$$

$$b) (-3)^2 \cdot (-2)^3 - 4 \cdot (-3) + 3 =$$

$$c) -(-3)^2 - (-2)^2 + 6 \cdot (-1) =$$

$$d) -(-3)^3 - (-2)^3 - 6 \cdot (-1) =$$

$$e) 4^2 - (-5)^2 - (-2 - 2)^2 + (2 - 3)^2 =$$

4. Vypočtěte:

$$a) -2^3 \cdot (-1)^5 =$$

$$b) \frac{4^3}{16} =$$

$$c) -\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 9 =$$

$$d) (5 \cdot 10)^4 : (5 \cdot 10)^2 =$$

$$e) \left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot 8^2 =$$

$$f) \frac{2^5 \cdot 2^7}{2^{10}} =$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

5. Upravte:

$$a) (x^2 y^3)^2 \cdot xy =$$

$$b) \frac{(a^2 \cdot a^4)^3}{a^{17}} =$$

$$c) \frac{(a^3 b)^3 \cdot (b^2)^4}{a^8 b^{11}} =$$

$$d) (-y)^2 \cdot (-y)^5 =$$

$$e) (-2p)^3 \cdot 3p =$$

$$f) 7t^3 \cdot (-3t^2) =$$

$$g) (-2a^5)^3 : \left(\frac{1}{2}a^3\right) =$$

$$h) \left(-\frac{3}{4}ab^3\right)^2 =$$

Výsledky:

1. 0,064 -0,008 0,0001 0,0049 1 -1

2. a) ano; b) ne; c) ano; d) ne; e) ano

3. a) 10; b) -57; c) -19; d) 41; e) -24

4. a) 8; b) 4; c) -1; d) 2 500; e) 27; f) 4

5. a) $x^5 y^7$; b) $a^1 = a$; c) $a^1 b^0 = a$; d) $-y^7$; e) $-24 p^4$; f) $-21 t^5$; g) $-16a^{12}$ h) $\frac{9}{16} a^2 b^6$

2 Mocniny s přirozeným mocnitelem II

Výukový materiál se zabývá výkladem a následným procvičením pravidel pro zjednodušování výrazů s mocninami s přirozeným mocnitelem. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

Vzorové úlohy - vypočtěte bez užití kalkulačky:

Návod:

- všechna čísla vyjádřete jako mocniny s nejmenším základem, případně rozložte na součin (často na **součin prvočísel**)
- umocněte závorky → vynásobte mocnitele
- mocniny vynásobte → sečtěte mocnitele; případně vydělte → mocnitele odečtěte
- výraz upravte

$$a) \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 6$$

$$b) 12^3 : 6^2$$

$$c) \left(\frac{1}{10}\right)^4 : \left(\frac{1}{5}\right)^6$$

$$d) \left(\frac{3}{5}\right)^8 : 0,6^7$$

$$e) \frac{16^2 \cdot 8^4}{4}$$

$$f) \frac{15 \cdot 9^3}{125}$$

Řešení:

$$a) \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 6 = \frac{2^2}{3^2} \cdot 2 \cdot 3 = \frac{2^3 \cdot 3}{3^2} = \frac{2^3}{3} = \frac{8}{3}$$

$$b) 12^3 : 6^2 = (3 \cdot 2^2)^3 : (2 \cdot 3)^2 = \frac{3^3 \cdot 2^6}{2^2 \cdot 3^2} = \frac{3 \cdot 2^4}{1} = 48$$

$$\text{lépe: } 12^3 : 6^2 = (2 \cdot 6)^3 : 6^2 = \frac{2^3 \cdot 6^3}{6^2} = 2^3 \cdot 6 = 8 \cdot 6 = 48$$

$$c) \left(\frac{1}{10}\right)^4 : \left(\frac{1}{5}\right)^6 = \frac{1}{(2 \cdot 5)^4} : \frac{1}{5^6} = \frac{1}{2^4 \cdot 5^4} \cdot 5^6 = \frac{5^2}{2^4} = \frac{25}{16}$$

$$d) \left(\frac{3}{5}\right)^8 : 0,6^7 = 0,6^8 : 0,6^7 = 0,6$$

$$e) \frac{16^2 \cdot 8^4}{4} = \frac{(2^4)^2 \cdot (2^3)^4}{2^2} = \frac{2^8 \cdot 2^{12}}{2^2} = \frac{2^{20}}{2^2} = 2^{18}$$

$$f) \frac{15 \cdot 9^3}{125} = \frac{5 \cdot 3 \cdot (3^2)^3}{5^3} = \frac{5 \cdot 3 \cdot 3^6}{5^3} = \frac{3^7}{5^2}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Procvičte si:

$$a) \frac{2^5 \cdot 6^4}{8^3 \cdot 9^2} \quad b) 0,4^2 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^3 \quad c) (25^2 \cdot 10^3) : (5^6 \cdot 8) \quad d) \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4$$

Výsledky:

$$a) 1 \quad b) \frac{5}{2} \quad c) 5 \quad d) \frac{9}{4}$$

Vzorové úlohy - upravte:

$$a) \frac{(3x)^4}{(9x^2)^2} \quad b) \frac{2(ab)^3 \cdot (3a^3b^2)^2}{3a^2b \cdot a^5b^3}$$

Řešení:

$$a) \frac{(3x)^4}{(9x^2)^2} = \frac{3^4 x^4}{(3^2 x^2)^2} = \frac{3^4 x^4}{3^4 x^4} = 1$$

$$b) \frac{2(ab)^3 \cdot (3a^3b^2)^2}{3a^2b \cdot a^5b^3} = \frac{2a^3b^3 \cdot 3^2 a^6 b^4}{3a^2b \cdot a^5b^3} = \frac{2ab^2 \cdot 3^2 ab}{3 \cdot 1} = 2a^2b^3 \cdot 3 = 6a^2b^3$$

Procvičte si:

$$a) \left(\frac{a^2}{b}\right)^3 \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^2 \quad b) \frac{x^4 y^5}{(2xy^2)^2} : \frac{x^2 y}{4(xy)^3}$$

Výsledky:

$$a) \frac{a^4}{b} \quad b) x^3 y^3$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

2.1 Pracovní list – Mocniny s přirozeným mocnitelem II

Pracovní list určený k procvičení pravidel pro zjednodušování výrazů s mocninami s přirozeným mocnitelem.

1. Vypočtěte:

a) $(a^2b)(ab^2) =$

b) $(x^2y^3)(2xy) =$

c) $(x^{r-1}y)(xy) =$

d) $(2ab)^2 =$

e) $(3x^2yz^3)^3 =$

f) $(a^2bc^5)^4(3ab^2c^3)^2 =$

g) $\frac{a^2b^3c}{ab^2c} =$

h) $(a^6b^3c^2) : abc =$

i) $(a^3)^2 : a^5 =$

j) $(a^2)^3 : \frac{1}{a^5} =$

2. Vypočtěte:

a) $\frac{(2^{10} \cdot 3)^2}{2 \cdot 3^{13}} =$

b) $\frac{9^5 \cdot 2^7}{27^2 \cdot 96} \cdot \frac{36}{6^3} =$

c) $\frac{8^4 \cdot 9^5}{72^3} : \frac{2 \cdot 3^6}{27} =$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

3. Vypočtete:

a)
$$\frac{(a^3b)^3 \cdot (a^2b)^4}{a^{17}b^7} =$$

b)
$$\left(\frac{2a^2b^3}{ab^2}\right)^3 =$$

c)
$$\frac{2x^5y^3}{(2x^2y)^2} : \left(\frac{xy}{2xy^2}\right)^3 =$$

d)
$$\frac{7x^4y^7}{8x^3y} : \frac{(x^2y)^4}{(2x^3y^2)^3} =$$

Výsledky:

- | | | | | |
|----|----------------------------|-----------------------|------------------|--------------|
| | a) a^3b^3 | b) $2x^3y^4$ | c) $x^r y^2$ | d) $4a^2b^2$ |
| 1. | e) $27x^6y^3z^9$ | f) $9a^{10}b^8c^{26}$ | g) ab | h) a |
| | i) a^{11} | | | |
| 2. | a) $\frac{2^{19}}{3^{11}}$ | b) $3^2 \cdot 2$ | c) $2^2 \cdot 3$ | |
| 3. | a) 1 | b) $8a^3b^3$ | c) $2^2 xy^4$ | d) $7x^2y^8$ |

3 Mocniny s celým mocnitelem I

Výukový materiál se zabývá výkladem a následným procvičením pravidel pro zjednodušování výrazů s mocninami s celým mocnitelem. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

Upravte:

$$2^4 : 2^4 =$$

$$a^6 : a^6 =$$

2 způsoby řešení:

$$2^4 : 2^4 = 2^{4-4} = 2^0$$

$$a^6 : a^6 = a^{6-6} = a^0$$

$$2^4 : 2^4 = 1$$

$$a^6 : a^6 = 1$$

$$2^0 = 1$$

$$a^0 = 1$$

Pro každé reálné číslo $a \neq 0$ platí:

$$a^0 = 1$$

Příklad:

$$5^0$$

$$-5^0$$

$$(-5)^0$$

$$-(-5)^0$$

$$\frac{3^0}{4}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^0$$

Řešení:

$$1$$

$$-1$$

$$1$$

$$-1$$

$$\frac{1}{4}$$

$$1$$

Upravte:

$$5^4 : 5^7 =$$

$$a^2 : a^5 =$$

2 způsoby řešení:

$$5^4 : 5^7 = 5^{-3}$$

$$a^2 : a^5 = a^{-3}$$

$$\frac{5^4}{5^7} = \frac{1}{5^3}$$

$$\frac{a^2}{a^5} = \frac{1}{a^3}$$

$$5^{-3} = \frac{1}{5^3}$$

$$a^{-3} = \frac{1}{a^3}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Pro každé reálné číslo $a \neq 0$ a každé celé číslo m platí:

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m} = \left(\frac{1}{a}\right)^m$$

Vypočítejte – vzorové úlohy:

a) 2^{-3} b) 10^{-2} c) $(-2)^{-1}$ d) $(-1)^{-2}$ e) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$ f) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

Řešení:

$$a) 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$b) 10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$$

$$c) (-2)^{-1} = \frac{1}{(-2)^1} = -\frac{1}{2}$$

$$d) (-1)^{-2} = \frac{1}{(-1)^2} = \frac{1}{1} = 1$$

$$e) \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{1}{\frac{9}{16}} = \frac{16}{9}$$

Všimněte si: $\frac{16}{9} = \left(\frac{4}{3}\right)^2$, tedy $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$

Pro každé reálné $a, b \neq 0$ a libovolné celé n platí:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$f) \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{1}\right)^3 = 8$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Procvičte si – pokuste se psát výsledky bez pomocných výpočtů:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \quad -5^{-1} \quad \left(-\frac{5}{3}\right)^{-2} \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} \quad (-2)^{-3}$$

Výsledky:

$$16 \quad 8 \quad -\frac{1}{5} \quad \frac{9}{25} \quad -\frac{27}{8} \quad -\frac{1}{8}$$

Procvičte si – pokuste se psát výsledky bez pomocných výpočtů:

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \quad 0,75^{-1} \quad (-0,25)^{-2} \quad 0,5^{-3} \quad -0,1^2 \quad \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$$

Řešení:

$$-\frac{1}{8} \quad \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} = \frac{4}{3} \quad \left(-\frac{1}{4}\right)^{-2} = 16 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 8 \quad -0,01 \quad \frac{4}{9}$$

Vypočtěte:

a) $2^{-3} - 4^{-2} - 5^{-2} + 20^{-2}$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{20}\right)^{-2}$

c) $0,3^{-1} \cdot 0,9$

d) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{4}{5}\right)^{-1}$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Řešení:

$$a) 2^{-3} - 4^{-2} - 5^{-2} + 20^{-2} = \frac{1}{8} - \frac{1}{16} - \frac{1}{25} + \frac{1}{400} = \frac{50 - 25 - 16 + 1}{400} = \frac{10}{400} = \frac{1}{40}$$

$$b) \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{20}\right)^{-2} = 8 - 16 - 25 + 400 = 367$$

$$c) 0,3^{-1} \cdot 0,9 = \left(\frac{3}{10}\right)^{-1} \cdot \frac{9}{10} = \frac{10}{3} \cdot \frac{9}{10} = 3$$

$$d) \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{4}{5}\right)^{-1} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^1 = \frac{9}{4} - \frac{5}{4} = 1$$

3.1 Pracovní list – Mocniny s celým mocnitelem I

Pracovní list určený k procvičení pravidel pro zjednodušování výrazů s mocninami s celým mocnitelem.

1. Vypočtěte bez kalkulačky:

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1} =$

b) $\left(-\frac{3}{7}\right)^{-2} =$

c) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3} =$

d) $-\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} =$

e) $-\left(\frac{6}{5}\right)^{-2} =$

2. Vypočtěte bez kalkulačky:

a) $0,8^{-1} =$

b) $0,2^{-2} =$

c) $0,3^{-3} =$

d) $-0,6^{-1} =$

e) $(-0,9)^{-2} =$

f) $(-0,4)^{-3} =$

g) $-(-0,5)^{-2} =$

3. Vypočtěte bez kalkulačky:

a) $\frac{5^{-2}}{3^{-3}} =$

b) $\frac{32 \cdot 4^{-2}}{4 \cdot 4^0} =$

c) $\frac{(-10)^3 \cdot 0,1^{-2}}{(-0,1)^{-3}} =$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$d) \left(\frac{2}{5} \cdot 10^{-2}\right)^{-1} =$$

4. Vypočtete bez kalkulačky:

$$a) \left(\frac{1}{10}\right)^{-1} \cdot 2^{-1}$$

$$b) 2^3 \cdot 4^{-1}$$

$$c) \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} : \left(\frac{4}{3}\right)^2$$

$$d) \frac{3^{-2} - (-5)^0}{(-3)^2 - 2^0}$$

$$e) \left[6 - 4\left(\frac{5}{6}\right)^0\right]^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} - \frac{3}{4}$$

$$f) \frac{2^{-2} + 2^0}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 5(-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}$$

$$g) \frac{(0,6)^0 - (0,1)^{-1}}{\left(\frac{3}{2^3}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 + \left(\frac{-1}{3}\right)^{-1}}$$

Výsledky:

$$1. \quad a) \frac{4}{3} \quad b) \frac{49}{9} \quad c) -27 \quad d) -\frac{81}{16} \quad e) -\frac{25}{36}$$

$$2. \quad a) \frac{5}{4} \quad b) 25 \quad c) \frac{1000}{27} \quad d) -\frac{5}{3} \quad e) \frac{100}{81} \quad f) -\frac{125}{8} \quad g) -4$$

$$3. \quad a) \frac{27}{25} \quad b) \frac{1}{2} \quad c) 100 \quad d) 250$$

$$4. \quad a) 5; \quad b) 2; \quad c) 1; \quad d) -\frac{1}{9}; \quad e) 1; \quad f) \frac{1}{4}; \quad g) -\frac{3}{2}$$

4 Mocniny s celým mocnitelem II

Výukový materiál se zabývá výkladem a následným procvičením pravidel pro zjednodušování výrazů s mocninami s celým mocnitelem. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

Každý zlomek $\frac{a}{b}$, kde $b \neq 0$, se dá vyjádřit jako součin ab^{-1} :

$$\frac{a}{b} = ab^{-1}$$

Výraz запиšte mocninami s kladnými mocniteli (předpokládejte přípustné hodnoty proměnných):

$$4x^{-3} \quad (4x)^{-3} \quad \left(\frac{a^2}{5}\right)^{-2} \quad \frac{3m^{-5}}{4} \quad \frac{-b^{-2}}{2x^{-3}} \quad \left(-\frac{2}{3}p\right)^{-1}$$

Řešení:

$$\frac{4}{x^3} \quad \frac{1}{64x^3} \quad \frac{25}{a^4} \quad \frac{3}{4m^5} \quad -\frac{x^3}{2b^2} \quad -\frac{3}{2p}$$

Výraz запиšte součinem mocnin s celými mocniteli (předpokládejte přípustné hodnoty proměnných):

$$\frac{b^{-2}r^4}{c^{-4}p} \quad \frac{2s^{-2}m}{5zr^{-3}} \quad \frac{(4p)^2}{(2c)^3 \cdot d^{-1}}$$

Řešení:

$$b^{-2}r^4c^4p^{-1} \quad \frac{2}{5}s^{-2}mz^{-1}r^3 \quad 2p^2c^{-3}d$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Rozměr jednotky fyzikální veličiny запиšte jako součin:

$$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\frac{1}{\text{K}}$$

$$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

Řešení:

$$\text{kg} \cdot \text{m}^3$$

$$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{K}^{-1}$$

$$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

Zjednodušte (a, b jsou nenulová) – vzorové úlohy:

$$a) (ab)^2 \left(\frac{a}{b}\right)^{-3}$$

$$b) \left(\frac{a}{b^2}\right)^{-1} \left(\frac{a^2}{b}\right)^{-1}$$

$$c) (ab)^{-2} \frac{1}{ab}$$

Řešení:

$$a) (ab)^2 \left(\frac{a}{b}\right)^{-3} = a^2 b^2 \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^3 = a^2 b^2 \cdot \frac{b^3}{a^3} = \frac{b^5}{a} = a^{-1} b^5$$

$$b) \left(\frac{a}{b^2}\right)^{-1} \left(\frac{a^2}{b}\right)^{-1} = \left(\frac{b^2}{a}\right)^1 \left(\frac{b}{a^2}\right)^1 = \frac{b^3}{a^3} = a^{-3} b^3$$

$$c) (ab)^{-2} \frac{1}{ab} = \frac{1}{(ab)^2} \cdot \frac{1}{ab} = \frac{1}{a^3 b^3} = a^{-3} b^{-3}$$

Procvičte si (a, b, c, d jsou nenulová):

$$a) \frac{a^{-1} b^3}{c^2 d}$$

$$b) \frac{b^{-2} \cdot ac^{-1}}{cd^{-1} \cdot b}$$

$$c) \frac{abc}{b^{-1} c^{-1} d^{-1}} : \frac{1}{a}$$

$$d) \left[\left(\frac{a^2 b^{-5} \cdot d^{-1}}{c^3 \cdot c} \right)^{-1} \right]^2$$

Řešení:

$$a) a^{-1} b^3 c^{-2} d^{-1}$$

$$b) ab^{-3} c^{-2} d$$

$$c) a^2 b^2 c^2 d$$

$$d) a^{-4} b^{10} c^{-8} d^2$$

Vypočtěte bez kalkulačky (rozložte na součin prvočísel) – vzorový příklad:

$$\frac{15^3 \cdot 5^{-2}}{3^2 \cdot 2^{-1}} =$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Řešení:

$$\frac{15^3 \cdot 5^{-2}}{3^2 \cdot 2^{-1}} = \frac{(3 \cdot 5)^3 \cdot 5^{-2}}{3^2 \cdot 2^{-1}} = \frac{3^3 \cdot 5^3 \cdot 5^{-2}}{3^2 \cdot 2^{-1}} = \frac{3 \cdot 5}{2^{-1}} = 3 \cdot 5 \cdot 2^1 = 30$$

Procvičte si:

a) $\frac{15^{-2} \cdot 25^4}{27^{-5}}$

b) $\frac{21^3 \cdot 49^{-4}}{27^{-2}}$

Řešení:

a) $\frac{15^{-2} \cdot 25^4}{27^{-5}} = \frac{(3 \cdot 5)^{-2} \cdot (5^2)^4}{(3^3)^{-5}} = \frac{3^{-2} \cdot 5^{-2} \cdot 5^8}{3^{-15}} = 3^{-2} \cdot 5^{-2} \cdot 5^8 \cdot 3^{15} = 3^{13} \cdot 5^6$

b) $\frac{21^3 \cdot 49^{-4}}{27^{-2}} = \frac{(3 \cdot 7)^3 \cdot (7^2)^{-4}}{(3^3)^{-2}} = \frac{3^3 \cdot 7^3 \cdot 7^{-8}}{3^{-6}} = 3^3 \cdot 7^3 \cdot 7^{-8} \cdot 3^6 = 3^9 \cdot 7^{-5}$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4.1 Pracovní list – Mocniny s celým mocnitelem I

Pracovní list určený k procvičení pravidel pro zjednodušování výrazů s mocninami s celým mocnitelem.

1. Zjednodušte (a, b jsou nenulová):

$$a) \left(-\frac{a}{b}\right)^{-1} =$$

$$b) \left(\frac{2a}{b^2}\right)^{-3} =$$

$$c) \left[\left(\frac{ab}{c^2}\right)^{-1}\right]^{-2} =$$

2. Zjednodušte (a, b jsou nenulová):

$$a) \left(\frac{x^2y}{2z^3}\right)^2 \cdot \left(\frac{x^3z^2}{y}\right)^{-3} =$$

$$b) t^2uv^3\left(\frac{u^2v}{2t}\right)^{-2} =$$

$$c) \left(\frac{a^2}{b^3}\right)^3 \cdot (a^3b^4)^{-3} =$$

3. Zjednodušte (a, b jsou nenulová):

$$a) \left(\frac{3a^2}{b}\right)^3 : \left(\frac{2a}{b}\right)^2 =$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$b) \left(\frac{x^2 y}{t^2 z} \right)^{-1} : \left(\frac{xy}{zt} \right)^{-2} =$$

$$c) \left(\frac{a^{-4} b^3}{a^{-5}} : \frac{a^{-3}}{b^4} \right)^{-3} : \frac{1}{a^2 b^{-1}} =$$

$$d) \left(\frac{a^3 b^{-2}}{b^{-4}} : \frac{b^3}{a^{-2}} \right)^{-2} : \frac{1}{a^{-3} b^4} =$$

4. Vypočtěte bez kalkulačky (rozložte na součin prvočísel):

$$a) \frac{24^{-3} \cdot 8^2}{9^{-1}} =$$

$$b) \frac{36^{-4} \cdot 27^3}{12^{-1}} =$$

Výsledky:

$$1. \quad a) \frac{b}{a} \quad b) \frac{b^6}{8a^3} \quad c) \frac{a^2 b^2}{c^4}$$

$$2. \quad a) \frac{y^5}{4x^5 z^{12}} \quad b) \frac{4t^4 v}{u^3} \quad c) \frac{1}{a^3 b^{21}}$$

$$3. \quad a) \frac{27a^4}{4b} \quad b) \frac{y}{z} \quad c) \frac{1}{a^{10} b^{22}} \quad d) \frac{b^6}{a^5}$$

$$4. \quad a) \frac{1}{2^3 3} = \frac{1}{24} \quad b) \frac{3^2}{2^6} = \frac{9}{64}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

5 Zápis čísla pomocí mocniny deseti I

Výukový materiál se zabývá výkladem a následným procvičením pravidel pro zápis čísel pomocí mocniny deseti s důrazem na mezipředmětové vztahy – násobení a dělení čísel mocninou deseti, převody jednotek soustavy SI. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

povrch Slunce	$6,1 \cdot 10^{12} \text{ km}^2$ 6 100 000 000 000 km^2
hmotnost neutronu	$1,675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ 0,000 000 000 000 000 000 000 000 001 675 kg

Velmi velká nebo velmi malá čísla zapisujeme ve tvaru

$a \cdot 10^n$, kde $1 \leq a < 10$, n je číslo celé.

Platí:	$10^0 = 1$	$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$
	$10^1 = 10$	$10^{-2} = \frac{1}{100} = 0,01$
	$10^2 = 100$	$10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0,001$

Poznámka:

Kladný mocnitel udává **počet nul** za číslicí 1.

Záporný mocnitel udává **počet desetinných míst** (včetně číslice 1).

Příklad:

$$4 \cdot 10^3 = 4 \cdot 1000 = 4 \text{ 000}$$

$$4 \cdot 10^{-3} = 4 \cdot 0,001 = 0,004$$

Poznámka:

Při **násobení** mocninou 10 se posunuje desetinná čárka

- **doprava**, je-li mocnitel **kladný**
- **doleva**, je-li mocnitel **záporný**

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vypočítejte z paměti:

$$254 \cdot 10^2 \qquad 2,56 \cdot 10^{-2} \qquad 0,0426 \cdot 10$$

Řešení:

$$25\ 400 \qquad 0,0256 \qquad 0,426$$

Pozor při dělení! - sledujte jednotlivé kroky

$$625 : 10^5 = \frac{625}{10^5} = 625 \cdot 10^{-5} = 0,00625$$

dělit $10^5 \rightarrow$ násobit převrácenou hodnotou k 10^5 , tj. 10^{-5}

Vypočítejte:

$$0,8 : 10^{-2} = \qquad 5\ 632 : 10^4 =$$

Řešení:

$$0,8 : 10^{-2} = 0,8 \cdot 10^2 = 80$$

$$5\ 632 : 10^4 = 5\ 632 \cdot 10^{-4} = 0,5632$$

Zapište ve tvaru $a \cdot 10^n$, kde $1 \leq a < 10$ a n je číslo celé

$$23\ 321 = 2,3321 \cdot 10^4 \qquad \mathbf{4} \qquad \mathbf{\text{řád čísla}}$$

$$0,00665 = 6,65 \cdot 10^{-3} \qquad \mathbf{-3}$$

Určete řád čísel:

$$0,321 \qquad 5,9 \qquad 63,66$$

Řešení:

$$3,21 \cdot 10^{-1} \qquad 5,9 \cdot 10^0 \qquad 6,322 \cdot 10^1$$

Pozor při výpočtech na kalkulačce!

$$342\ 000 \cdot 28\ 000\ 000 \quad \text{se objeví} \quad 9,576 \cdot 10^{12} \quad \text{to je} \quad 9,576 \cdot 10^{12}$$

$$0,000\ 264 : 13\ 200\ 000 \quad \text{se objeví} \quad 2 \cdot 10^{-11} \quad \text{to je} \quad 2 \cdot 10^{-11}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Převeďte na uvedené jednotky a číselné hodnoty vyjádřete ve tvaru $a \cdot 10^n$:

367,2 km	=	m	=	m
38,2 cm ²	=	m ²	=	m ²
0,23 g	=	kg	=	kg
28 dm ³	=	m ³	=	m ³
45,2 hl	=	l	=	l
2,5 ha	=	m ²	=	m ²

Řešení:

367,2 km	= 367 200	m	= $3,672 \cdot 10^5$	m
38,2 cm ²	= 0,00382	m ²	= $3,8 \cdot 10^{-3}$	m ²
0,23 g	= 0,00023	kg	= $2,3 \cdot 10^{-4}$	kg
28 dm ³	= 0,028	m ³	= $2,8 \cdot 10^{-2}$	m ³
45,2 hl	= 4 520	l	= $4,5 \cdot 10^3$	l
2,5 ha	= 25 000	m ²	= $2,5 \cdot 10^4$	m ²

5.1 Pracovní list – Mocniny s celým mocnitelem I

Pracovní list určený k procvičení pravidel pro zápis čísel pomocí mocniny deseti s důrazem na mezipředmětové vztahy – násobení a dělení čísel mocninou deseti, převody jednotek soustavy SI.

1. Vyjádřete čísla ve tvaru $a \cdot 10^n$, kde $1 \leq a < 10$, n je číslo celé:

- | | |
|-----------------|---------------|
| a) 0,0378 = | d) 12 = |
| b) 34 000 000 = | e) 0,000 28 = |
| c) 0,4 = | f) 6 = |

2. Určete řád čísel:

- | | |
|--------------|----------------|
| a) 237 974,1 | c) 0,000 062 9 |
| b) 1,953 | d) 14,09 |

3. Vypočtěte z paměti:

$10^3 \cdot 10^5$	$10^5 : 10^3$	$(10^4)^{-2}$	$10^{-4} \cdot 10^3$
-------------------	---------------	---------------	----------------------

4. Vypočtěte z paměti:

$2 \cdot 10^5$	$2,9 \cdot 10^{-2}$	$2 : 10^5$	$2,8 : 10^{-2}$
$0,0024 \cdot 10^4$	$35 \cdot 10^{-3}$	$0,0024 : 10^4$	$35 : 10^{-3}$

5. Převeďte na uvedené jednotky a číselné hodnoty vyjádřete ve tvaru $a \cdot 10^n$:

- | | | | | |
|--------------------------|---|-----------------|---|-----------------|
| a) 280 cm ² | = | m ² | = | m ² |
| b) 280 mm | = | m | = | m |
| c) 28,4 cm ³ | = | mm ³ | = | mm ³ |
| d) 0,304 cm ² | = | dm ² | = | dm ² |
| e) 3,24 m ³ | = | cm ³ | = | cm ³ |
| f) 0,056 dm ² | = | mm ² | = | mm ² |
| g) 123,4 cm ³ | = | m ³ | = | m ³ |
| h) 0,23 km | = | dm | = | dm |
| i) 24,1 a | = | km | = | km |
| j) 70,5 mm ³ | = | dl | = | dl |
| k) 74,7 kg | = | t | = | t |
| l) 6,7 mg | = | g | = | g |
| m) 27,6 l | = | mm ³ | = | mm ³ |
| n) 53,9 dl | = | ml | = | ml |
| o) 57,5 a | = | dm ² | = | dm ² |
| p) 71 ha | = | m ² | = | m ² |
| r) 29,5 hl | = | cm ³ | = | cm ³ |



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Výsledky:

1. a) $3,78 \cdot 10^{-2}$ b) $3,4 \cdot 10^7$ c) $4 \cdot 10^{-1}$ d) $1,2 \cdot 10^1$ e) $2,8 \cdot 10^{-4}$ f) $6 \cdot 10^0$
2. a) 5 b) 0 c) -5 d) 1
3. 10^8 10^2 10^{-8} 10^{-1}
4. 200 000 0,029 0,000 02 280
- 24 0,035 0,000 000 24 35 000
5. a) $280 \text{ cm}^2 = 0,028 \text{ m}^2 = 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$
b) $280 \text{ mm} = 0,28 \text{ m} = 2,8 \cdot 10^{-1} \text{ m}$
c) $28,4 \text{ cm}^3 = 28\,400 \text{ mm}^3 = 2,84 \cdot 10^4 \text{ mm}^3$
d) $0,304 \text{ cm}^2 = 0,003\,04 \text{ dm}^2 = 3,04 \cdot 10^{-1} \text{ dm}^2$
e) $3,24 \text{ m}^3 = 3\,240\,000 \text{ cm}^3 = 3,24 \cdot 10^6 \text{ cm}^3$
f) $0,056 \text{ dm}^2 = 560 \text{ mm}^2 = 5,6 \cdot 10^2 \text{ mm}^2$
g) $123,4 \text{ cm}^3 = 0,000\,123\,4 \text{ m}^3 = 1,234 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$
h) $0,23 \text{ km} = 2\,300 \text{ dm} = 2,3 \cdot 10^3 \text{ dm}$
i) $24,1 \text{ a} = 0,002\,41 \text{ km} = 2,41 \cdot 10^{-3} \text{ km}$
j) $70,5 \text{ mm}^3 = 0,000\,705 \text{ dl} = 7,05 \cdot 10^{-4} \text{ dl}$
k) $74,7 \text{ kg} = 0,074\,7 \text{ t} = 7,47 \cdot 10^{-2} \text{ t}$
l) $6,7 \text{ mg} = 0,006\,7 \text{ g} = 6,7 \cdot 10^{-3} \text{ g}$
m) $27,6 \text{ l} = 27\,600\,000 \text{ mm}^3 = 2,76 \cdot 10^7 \text{ mm}^3$
n) $53,9 \text{ dl} = 5\,390 \text{ ml} = 5,39 \cdot 10^3 \text{ ml}$
o) $57,5 \text{ a} = 575\,000 \text{ dm}^2 = 5,75 \cdot 10^5 \text{ dm}^2$
p) $71 \text{ ha} = 710\,000 \text{ m}^2 = 7,1 \cdot 10^5 \text{ m}^2$
r) $29,5 \text{ hl} = 2\,950\,000 \text{ cm}^3 = 2,95 \cdot 10^6 \text{ cm}^3$

6 Počítání s čísly a $\cdot 10^n$

Výukový materiál se zabývá výkladem a následným procvičením pravidel pro počítání s čísly ve tvaru $a \cdot 10^n$ s důrazem na odhady a mezipředmětové vztahy. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

- **Součet, rozdíl**

Vypočtěte – vzorové úlohy:

a) $1,3 \cdot 10^8 + 2,7 \cdot 10^8 =$

b) $10^8 - 10^7 =$

c) $10^{-6} + 10^{-5} =$

d) $2,4 \cdot 10^{-3} + 0,25 \cdot 10^{-4} =$

Řešení:

a) $1,3 \cdot 10^8 + 2,7 \cdot 10^8 = 10^8 \cdot (1,3 + 2,7) = 4 \cdot 10^8$

Mocniny můžeme **sčítat**, případně **odčítat**, pouze v případě, že mají **stejný základ a mocnitele**.

b) $10^8 - 10^7 = 10^7 \cdot 10^1 - 10^7 = 10^7 \cdot (10 - 1) = 9 \cdot 10^7$

nebo

$10^8 - 10^7 = 10^8 - 10^1 \cdot 10^8 = 10^8 \cdot (1 - 0,1) = 0,9 \cdot 10^8 = 9 \cdot 10^7$

c) $10^{-6} + 10^{-5} = 10^{-1} \cdot 10^{-5} + 10^{-5} = 10^{-5} \cdot (10^{-1} + 1) = 10^{-5} \cdot (0,1 + 1) = 1,1 \cdot 10^{-5}$

nebo

$10^{-6} + 10^{-5} = 10^{-6} + 10^1 \cdot 10^{-6} = 10^{-6} \cdot (1 + 10) = 10^{-6} \cdot 11 = 1,1 \cdot 10^{-5}$

d) $2,4 \cdot 10^{-3} + 0,25 \cdot 10^{-4} = 2,4 \cdot 10^{-3} + 0,25 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3} = 10^{-3} \cdot (2,4 + 0,025) = 10^{-3} \cdot 2,425$

nebo

$2,4 \cdot 10^{-3} + 0,25 \cdot 10^{-4} = 2,4 \cdot 10^{-4} \cdot 10^1 + 0,25 \cdot 10^{-4} = 10^{-4} \cdot (24 + 0,25) = 10^{-4} \cdot 24,25 = 2,425 \cdot 10^{-3}$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Procvičte si:

a) $10^7 + 10^5$

b) $10^{-2} - 10^{-3}$

c) $8,4 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^4$

d) $3,25 \cdot 10^{-3} - 18 \cdot 10^{-4}$

Řešení:

a) $1,01 \cdot 10^7$

b) $9 \cdot 10^{-3}$

c) $8,6 \cdot 10^5$

d) $14,5 \cdot 10^{-4}$

• Součin, podíl

Vypočtěte – vzorové úlohy:

a) $3,2 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 10^{12} =$

b) $(6 \cdot 10^{-4}) : (3 \cdot 10^{-8}) =$

Řešení:

a) $3,2 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 10^{12} =$
 $3,2 \cdot 4 = 12,8 \quad \text{a} \quad 10^6 \cdot 10^{12} = 10^{18}$
 $12,8 \cdot 10^{18} = 1,28 \cdot 10^{19}$

$$3,2 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 10^{12} = 1,28 \cdot 10^{19}$$

b) $(6 \cdot 10^{-4}) : (3 \cdot 10^{-8}) =$
 $6 : 3 = 2 \quad \text{a} \quad 10^{-4} : 10^{-8} = 10^{-4-(-8)} = 10^{-4+8} = 10^4$

$$6 \cdot 10^{-4} : 3 \cdot 10^{-8} = 2 \cdot 10^4$$

Procvičte si:

a) $3,1 \cdot 10^7 \cdot 2 \cdot 10^{-5}$

b) $(1,8 \cdot 10^{-2}) : (0,9 \cdot 10^3)$

c) $2 \cdot 10^8 : (6 \cdot 10^5 - 10^6)$

d) $(3 \cdot 10^7 - 82 \cdot 10^5) : (10^6 + 9 \cdot 10^4)$

Řešení:

a) $6,2 \cdot 10^2$

b) $2 \cdot 10^{-5}$

c) $-5 \cdot 10^2 = -500$

d) $2 \cdot 10$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

• **Mocnina**

Vypočtete – vzorová úloha:

$$(3,2 \cdot 10^{-6})^3 =$$

Řešení:

$$\begin{aligned}(3,2 \cdot 10^{-6})^3 &= \\ (3,2)^3 &= 32,768 \quad \text{a} \quad (10^{-6})^3 = 10^{-18} \\ 32,768 \cdot 10^{-18} &= 3,2768 \cdot 10^{-17} \\ (3,2 \cdot 10^{-6})^3 &= 3,2768 \cdot 10^{-17}\end{aligned}$$

Procvičte si:

$$(4,1 \cdot 10^7)^2 =$$

Řešení:

$$1,681 \cdot 10^{15}$$

Při výpočtech s čísly ve tvaru $a \cdot 10^n$ se dá v praxi snadno **odhadnout součin a podíl**.

Odhadněte a vypočtete převedením na tvar $a \cdot 10^n$:

- a) $28\,000 \cdot 0,0032 =$
b) $0,000\,021 : 0,0038 =$
-

Řešení:

- a) $2,8 \cdot 10^4 \cdot 3,2 \cdot 10^{-3} = 8,96 \cdot 10^1 = 89,6$
b) $(2,1 \cdot 10^{-5}) : (3,8 \cdot 10^{-3}) = 0,553 \cdot 10^{-5-(-3)} = 0,553 \cdot 10^{-2} = 5,53 \cdot 10^{-3}$

Slovní úlohy:

1. Průměr dvouatomové částice vodíku je 0,1 nm (nanometr, 10^{-9}). Kolik těchto částic bychom mohli složit těsně vedle sebe do řady dlouhé 1 mm?
-

Řešení: $1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$
 $10^{-3} : (0,1 \cdot 10^{-9}) = (1 : 0,1) \cdot (10^{-3} : 10^{-9}) = 10 \cdot 10^6 = 10^7$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

2. Kolik dvouatomových částic vodíku se vejde a) na plochu 1 mm^2 ?
b) do prostoru 1 mm^3 ?
-

Řešení: a) $(10^7)^2 = 10^{14}$ b) $(10^7)^3 = 10^{21}$

3. Za jak dlouho doletí světlo pohybující se rychlostí $300\,000 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ ze Slunce na Zemi, která je ve vzdálenosti 150 milionů kilometrů?
Jak dlouho by stejnou vzdálenost letělo letadlo rychlostí $1\,200 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$?
-

Řešení:

světlo:

$$v = 3 \cdot 10^5 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}; s = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}; t = ? \text{ (s)}$$

$$t = \frac{s}{v}$$

$$t = (1,5 \cdot 10^8) : (3 \cdot 10^5) = 0,5 \cdot 10^3 = 5 \cdot 10^2 = \mathbf{500 \text{ s} = 8 \text{ min } 20 \text{ s}}$$

letadlo:

$$v = 1\,200 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = \frac{1\,200}{3\,600} \text{ km}\cdot\text{s}^{-1} = \frac{1}{3} \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}; s = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}; t = ? \text{ (s)}$$

$$t = (1,5 \cdot 10^8) : \frac{1}{3} = (1,5 \cdot 10^8) \cdot 3 = 4,5 \cdot 10^8 \text{ s}$$

$$t = 4,5 \cdot 10^8 : (365 \cdot 24 \cdot 3\,600) = \mathbf{14,3 \text{ roků}}$$

6.1 Pracovní list – Počítání s čísly $a \cdot 10^n$

Pracovní list určený k procvičení pravidel pro počítání s čísly ve tvaru $a \cdot 10^n$ s důrazem na odhady a mezipředmětové vztahy.

1. Vypočtěte:

a) $(3 \cdot 10^6) \cdot (7 \cdot 10^4) =$

b) $2 \cdot 10^7 + 3 \cdot 10^6 =$

c) $17 \cdot 10^5 - 17 \cdot 10^3 =$

d) $(24 \cdot 10^8) : (4 \cdot 10^{-3}) =$

e) $2 \cdot 10^7 + 5 \cdot 10^9 =$

f) $18 \cdot 10^9 - 2 \cdot 10^8 =$

g) $10^{-9} + 10^{-7} =$

h) $1,4 \cdot 10^7 + 2 \cdot 10^5 =$

i) $3,5 \cdot 10^{-5} - 1,8 \cdot 10^{-4} =$

j) $2 \cdot 10^8 : (6 \cdot 10^5 - 10^6) =$

2. Vypočtěte:

a) $(4,1 \cdot 10^{-4})^3$

b) $\sqrt{2,46 \cdot 10^{-12}}$

c) $\sqrt{6,68 \cdot 10^{13}}$

d) $(3,9 \cdot 10^5)^2$

3. Odhadněte a vypočtěte převedením na tvar $a \cdot 10^n$ (zaokrouhlete):

a) $2\,600 \cdot 1\,300\,000 =$

b) $0,0589 : 0,00265 =$

c) $330\,000 : 0,015 =$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- d) $0,000\ 12 \cdot 212\ 000 =$
- Povrch Země je $5,1 \cdot 10^8$ km². Kolikrát je větší než rozloha České republiky, která je asi $7,9 \cdot 10^4$ km²?
 - Objem Slunce je $1,4 \cdot 10^{18}$ km³, jeho hmotnost je $2 \cdot 10^{30}$ kg. Jakou má průměrnou hustotu?
 - Srovnejte vzestupně podle velikosti čísla:
 $2,18 \cdot 10^6$; $0,198 \cdot 10^8$; $21,6 \cdot 10^5$; $218,5 \cdot 10^4$.
 - Rychlost světla je asi $2,997 \cdot 10^{10}$ cm.s⁻¹, rychlost zvuku $331,6$ m.s⁻¹. Kolikrát větší je rychlost světla? Výsledek udejte ve tvaru jednociferného násobku mocniny deseti.
-

Výsledky:

- a) $21 \cdot 10^{10}$; b) $23 \cdot 10^6$; c) $1,683 \cdot 10^6$; d) $6 \cdot 10^{11}$; e) $5,02 \cdot 10^9$
f) $1,78 \cdot 10^{10}$; g) $1,01 \cdot 10^{-7}$; h) $1,42 \cdot 10^7$; i) $-1,45 \cdot 10^{-4}$; j) $-5 \cdot 10^2$
- a) $6,89 \cdot 10^{-11}$; b) $1,57 \cdot 10^{-6}$; c) $8,17 \cdot 10^6$; d) $1,521 \cdot 10^{11}$
- a) $3 \cdot 10^9$; b) 20 ; c) $2,2 \cdot 10^7$; d) 24
- asi $6,5 \cdot 10^3$ krát
- asi $1,43 \cdot 10^3$ kg.m⁻³
- $21,6 \cdot 10^5$; $2,18 \cdot 10^6$; $218,5 \cdot 10^4$; $0,198 \cdot 10^8$
- $9 \cdot 10^5$

7 Druhá a třetí odmocnina

Výukový materiál se zabývá výkladem a následným procvičením pravidel pro počítání druhé a třetí odmocniny s důrazem na její užití při řešení slovních úloh. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

Odmocnina

$$\sqrt[n]{a}$$

n – odmocnitel,

a – odmocněnec (základ mocniny),

$\sqrt{\quad}$ – odmocnítko

Odmocnina umožňuje řešit příklady typu: $x^2 = 36$

$$x = \sqrt{36}$$

$$x = 6$$

Platí:

$$\sqrt[n]{0} = 0, \text{ protože } 0^n = 0$$

$$\sqrt[n]{1} = 1, \text{ protože } 1^n = 1$$

Poznámka:

$$\sqrt[1]{10} = 10, \text{ protože } 10^1 = 10 \rightarrow \text{první odmocnina se nepoužívá, nemá praktický význam}$$

$$\sqrt[0]{10} \text{ neexistuje}$$

$$\sqrt[2]{100} = \sqrt{100} = 10 \text{ u druhé odmocniny se 2 nemusí psát}$$

Vypočtěte:

$$\sqrt{9} + 16 =$$

$$\sqrt{9+16} =$$

$$\sqrt{9} + \sqrt{16} =$$

Výsledek:

19

5

7

Odmocnítko se vztahuje jen k tomu číslu nebo početnímu výrazu, nad kterým je vodorovná část odmocnítko.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Pozor! Doplňte znak rovnosti či nerovnosti:

$$\sqrt{9+16} \quad \sqrt{9} + \sqrt{16}$$

$$\sqrt{4.9} \quad \sqrt{4} \cdot \sqrt{9}$$

$$\sqrt{25-16} \quad \sqrt{25} - \sqrt{16}$$

$$\sqrt{36:4} \quad \sqrt{36} : \sqrt{4}$$

Výsledek:

$$\sqrt{9+16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$$

$$\sqrt{4.9} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9}$$

$$\sqrt{25-16} \neq \sqrt{25} - \sqrt{16}$$

$$\sqrt{36:4} = \sqrt{36} : \sqrt{4}$$

Platí:

Odmocňování součinu

(odmocní se každý činitel)

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad (a \geq 0, b \geq 0)$$

Odmocňování zlomku

Odmocní se čítec i jmenovatel)

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a \geq 0, b > 0)$$

Vypočtěte

(druhá odmocnina čísel, jejichž odmocninu známe z paměti a kde je **sudý** počet nul nebo **sudý** počet desetinných míst) :

$$\sqrt{900} =$$

$$\sqrt{0,0025} =$$

Řešení:

$$\sqrt{900} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{100} = 3 \cdot 10 = 30$$

$$\sqrt{0,0025} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{0,0001} = 5 \cdot 0,01 = 0,05$$

Provedeme odmocnění čísla bez nul a přepíšeme **poloviční** počet nul, případně oddělíme **polovinu** počtu desetinných míst.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vypočtěte:

$$\sqrt[3]{27\,000} =$$

$$\sqrt[3]{0,000\,008} =$$

Řešení:

$$\sqrt[3]{27\,000} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{1\,000} = 3 \cdot 10 = 30$$

$$\sqrt[3]{0,000\,008} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{0,000\,001} = 2 \cdot 0,001 = 0,002$$

Provedeme odmocnění čísla bez nul a přepíšeme **třetinový** počet nul, případně oddělíme **třetinu** počtu desetinných míst.

Procvičte si bez užití kalkulačky:

Skupina **A**

$$\sqrt[3]{8\,000} \quad \sqrt{0,09} \quad \sqrt{\frac{36}{25}} \quad \sqrt[3]{0,000\,064} \quad \sqrt{6\,400} \quad \sqrt[3]{\frac{1}{125}}$$

Skupina **B**

$$\sqrt[3]{\frac{64}{125}} \quad \sqrt{640\,000} \quad \sqrt[3]{0,027} \quad \sqrt{\frac{1}{64}} \quad \sqrt{1,44} \quad \sqrt[3]{64\,000}$$

Řešení:

Skupina **A**

$$20 \quad 0,3 \quad \frac{6}{5} \quad 0,04 \quad 80 \quad \frac{1}{5}$$

Skupina **B**

$$\frac{4}{5} \quad 800 \quad 0,3 \quad \frac{1}{8} \quad 1,2 \quad 40$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vypočtěte – vzorové úlohy:

a) $\sqrt{2,5 \cdot 10^{12}} =$

b) $\sqrt{14 \cdot 10^{11}} =$

Řešení:

a) $\sqrt{2,5 \cdot 10^{12}} =$
 $\sqrt{2,5} = 1,58 \quad \text{a} \quad \sqrt{10^{12}} = 10^6$

$\sqrt{2,5 \cdot 10^{12}} = 1,58 \cdot 10^6$

b) $\sqrt{14 \cdot 10^{11}} = \sqrt{140 \cdot 10^{10}}$
 $\sqrt{140} = 11,8 \quad \text{a} \quad \sqrt{10^{10}} = 10^5$
 $11,8 \cdot 10^5 = 1,18 \cdot 10^6$

$\sqrt{14 \cdot 10^{11}} = 1,18 \cdot 10^6$

Procvičte si:

a) $\sqrt{1,5 \cdot 10^{-4}}$ b) $\sqrt{3,8 \cdot 10^{-7}}$

Řešení:

a) $1,23 \cdot 10^{-2}$ b) $6,16 \cdot 10^{-4}$

Vypočtěte – vzorové úlohy:

a) $\sqrt{12} =$

b) $\sqrt[3]{40} =$

c) $\sqrt{0,72} =$

d) $\sqrt{7\,600} =$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Řešení:

a) $\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot \sqrt{3}$

b) $\sqrt[3]{40} = \sqrt[3]{8 \cdot 5} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{5} = 2 \cdot \sqrt[3]{5}$

c) $\sqrt{0,72} = \sqrt{72 \cdot 10^{-2}} = \sqrt{\frac{72}{100}} = \sqrt{\frac{18}{25}} = \frac{\sqrt{9 \cdot 2}}{5} = \frac{3\sqrt{2}}{5}$, nebo také $\frac{3}{5}\sqrt{2}$

d) $\sqrt{7\,600} = \sqrt{100 \cdot 76} = 10\sqrt{76} = 10\sqrt{4 \cdot 19} = 10 \cdot 2\sqrt{19} = 20\sqrt{19}$

Procvičte si:

a) $6\sqrt{50} - 2\sqrt{72} =$

b) $4\sqrt{8} - \sqrt{18} =$

c) $\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{16} =$

Řešení:

a) $18\sqrt{2}$ b) $5\sqrt{2}$ c) $-\sqrt[3]{2}$

Řešte slovní úlohy - z paměti nebo odhadem:

1. Určete obsah čtverce, jehož strana má délku 1,2 m.
-

Řešení: $1,44 \text{ m}^2$

2. Určete délku strany čtverce, jehož obsah je $0,36 \text{ m}^2$. Výsledek uveďte v cm.
-

Řešení: 60 cm

3. Určete délku hrany krychle s povrchem 54 dm^2 . Výsledek uveďte v metrech.
-

Řešení: $0,3 \text{ m}$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4. Kolik metrů koberce širokého 5 m je třeba koupit k pokrytí podlahy čtvercové výstavní síně s obsahem 64 m^2 ?
-

Řešení: 10 m

5. Podlaha tvaru čtverce je vydlážděna 900 kusy čtvercových dlaždic o straně 10 cm. Určete rozměry podlahy.
-

Řešení: 3 m

6. Krychle ledu má hmotnost 7,2 kg. Určete délku její hrany, je-li $\rho = 900 \text{ kg.m}^3$.
-

Řešení: 0,2 m

7.1 Pracovní list – Druhá a třetí odmocnina

Pracovní list určený k procvičení pravidel pro počítání druhé a třetí odmocniny s důrazem na její užití při řešení slovních úloh.

1. Vypočtěte bez užití kalkulačky:

a) $\sqrt[3]{27\,000} =$

b) $\sqrt{1,69} =$

c) $\sqrt{\frac{49}{16}} =$

d) $\sqrt[3]{0,000\,125} =$

e) $\sqrt{640\,000} =$

f) $\sqrt[3]{\frac{1}{64}} =$

g) $\frac{36}{\sqrt{81}} =$

2. Vypočtěte bez užití kalkulačky:

a) $\sqrt{1,44} - \sqrt{0,25} =$

b) $\sqrt{360\,000} - \sqrt{2\,500} =$

c) $\sqrt[3]{0,064} + \sqrt[3]{1\,000} =$

d) $\sqrt{0,04} + \sqrt[3]{8\,000} =$

3. Vypočtěte bez užití kalkulačky:

a) $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} =$

b) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} =$

c) $\sqrt{\frac{27}{16}} =$

d) $\sqrt[3]{\frac{27}{8}} =$

e) $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{54}} =$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4. Částečně odmocněte a sečtěte:

a) $\sqrt{24} =$

b) $\sqrt{96} =$

c) $\sqrt{7\,200} =$

d) $3\sqrt{2} - 5\sqrt{18} + \sqrt{32} - \sqrt{50} =$

e) $4\sqrt{288} - 3\sqrt{96} + 4\sqrt{2} =$

f) $5\sqrt{12} + 3\sqrt{192} + 2\sqrt{128} =$

g) $6\sqrt{20} + \sqrt{72} - 4\sqrt{180} =$

h) $2\sqrt{125} - 3\sqrt{18} - \sqrt{48} =$

5. Nádrž tvaru krychle má mít objem 1 250 hl. Vypočtěte délku její strany.
6. Do čtverce, který má obsah 49 cm^2 , je vepsána kružnice. Určete její poloměr.
7. Obdélník má strany o délce 9 cm a 4 cm. Určete délku strany čtverce, který má stejný obsah.

Výsledky:

1. a) 30 ; b) 1,3 ; c) $\frac{7}{4}$; d) 0,05 ; e) 800 ; f) $\frac{1}{4}$; g) 4

2. a) 0,7 ; b) 550 ; c) 10,4 ; d) 20,2

3. a) 5 ; b) 3 ; c) $\frac{\sqrt{27}}{4}$; d) $\frac{3}{2}$; e) $\frac{1}{3}$

a) $2\sqrt{6}$; b) $4\sqrt{6}$; c) $60\sqrt{2}$; d) $-13\sqrt{2}$; e) $52\sqrt{2} - 12\sqrt{6}$;
4. f) $34\sqrt{3} + 16\sqrt{2}$; g) $-12\sqrt{5} + 6\sqrt{2}$ h) $10\sqrt{5} - 9\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$

5. 50 dm

6. 3,5 cm

7. 6 cm

8 Mocniny s racionálním mocnitelem I

Výukový materiál se zabývá výkladem a následným procvičením pravidel pro počítání s mocninami s racionálním mocnitelem. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

Nechť $a > 0$, r je celé číslo, s je číslo přirozené, pak

$$a^{\frac{r}{s}} = \sqrt[s]{a^r}$$

Platí:

$$3^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{3^5} \quad 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5} \quad 2^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^{-2}} = \sqrt[3]{\frac{1}{2^2}} \quad a^{\frac{3}{2}} = \sqrt{a^3}$$

$$\sqrt[6]{3^5} = 3^{\frac{5}{6}} \quad \sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}} \quad \sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$$

Procvičte si:

$$3^{\frac{1}{4}} = \quad a^{\frac{1}{2}} = \quad 5^{-\frac{8}{9}} = \quad \sqrt{2^{-3}} =$$

Výsledky:

$$3^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{3} \quad a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a} \quad 5^{-\frac{8}{9}} = \sqrt[9]{5^{-8}} \quad \sqrt{2^{-3}} = 2^{-\frac{3}{2}}$$

Poznámka:

Pro mocniny s racionálním mocnitelem platí stejná pravidla jako pro mocniny s mocnitelem celým.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vypočtěte – vzorové úlohy:

a) $a^{\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{5}{3}} =$

b) $\sqrt[4]{a^5} : \sqrt{a} =$

c) $(\sqrt[3]{a^4})^2 =$

Řešení:

a) $a^{\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{5}{3}} = a^{\frac{3}{2} + \frac{5}{3}} = a^{\frac{9+10}{6}} = a^{\frac{19}{6}}$

b) $\sqrt[4]{a^5} : \sqrt{a} = a^{\frac{5}{4}} : a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{4} - \frac{1}{2}} = a^{\frac{5-2}{4}} = a^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{a^3}$

c) $(\sqrt[3]{a^4})^2 = \left(a^{\frac{4}{3}}\right)^2 = a^{\frac{8}{3}} = a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2}$

Platí:

Pro $a, b \geq 0$ a $m, n, p > 0$ platí:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad b \neq 0$$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$$

$$\sqrt[np]{a^{mp}} = \sqrt[n]{a^m}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zjednodušte - vzorové příklady:

$$a) \sqrt[5]{2^2} \cdot \sqrt[5]{2^3} =$$

$$b) \sqrt{a^2 x} \cdot \sqrt{\frac{a}{x}} =$$

$$c) \frac{\sqrt[3]{x^{-5} y^7}}{\sqrt[3]{x y^4}} =$$

$$d) (\sqrt[3]{7})^5 =$$

$$e) \sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{2}}} =$$

$$f) \sqrt[5]{x \sqrt[3]{x^2}} =$$

Řešení:

$$a) \sqrt[5]{2^2} \cdot \sqrt[5]{2^3} = \sqrt[5]{2^2 \cdot 2^3} = \sqrt[5]{2^5} = 2^{\frac{5}{5}} = 2$$

$$b) \sqrt{a^2 x} \cdot \sqrt{\frac{a}{x}} = \sqrt{a^2 x \cdot \frac{a}{x}} = \sqrt{a^3}$$

$$c) \frac{\sqrt[3]{x^{-5} y^7}}{\sqrt[3]{x y^4}} = \sqrt[3]{\frac{x^{-5} y^7}{x y^4}} = \sqrt[3]{x^{-6} y^3} = x^{-\frac{6}{3}} y^{\frac{3}{3}} = x^{-2} y$$

$$d) (\sqrt[3]{7})^5 = \sqrt[3]{7^5}$$

$$e) \sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{2}}} = \sqrt[2]{\sqrt[3]{\sqrt{2}}} = \sqrt[2 \cdot 3]{\sqrt{2}} = \sqrt[6]{2}$$

$$f) \sqrt[5]{x \sqrt[3]{x^2}} = \sqrt[5]{x^1 \cdot \sqrt[3]{x^2}} = x^{\frac{1}{5}} \cdot x^{\frac{2}{15}} = x^{\frac{3+2}{15}} = x^{\frac{5}{15}} = x^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

8.1 Pracovní list – Mocniny s racionálním mocnitelem I

Pracovní list určený k procvičení pravidel pro počítání s mocninami s racionálním mocnitelem.

1. Zjednodušte:

$$a) \sqrt[3]{a^2b} \cdot \sqrt[3]{ab^5} =$$

$$b) \sqrt[4]{xy^{-3}} : \sqrt[4]{x^3y} =$$

$$c) \sqrt{x} \sqrt{x} =$$

$$d) \sqrt[4]{x \sqrt[3]{x^5}} =$$

$$e) \sqrt{u^3} \cdot \sqrt[3]{u^2} =$$

$$f) \sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x}} \cdot \sqrt[3]{x \cdot \sqrt{x}} =$$

Výsledky:

$$a) ab^2$$

$$b) \sqrt[4]{x^{-2}y^{-4}} = \sqrt{x^{-1}} \cdot y^{-1}$$

$$c) \sqrt[4]{x^3}$$

$$d) \sqrt[3]{x^2}$$

$$e) \sqrt[6]{u^{13}}$$

$$f) \sqrt[6]{x^7}$$

9 Mocniny s racionálním mocnitelem II

Výukový materiál se zabývá výkladem a následným procvičením pravidel pro počítání s mocninami s racionálním mocnitelem s důrazem na částečné odmocňování. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

Upravte:

$$\sqrt[5]{x^2} \sqrt[3]{x^5} = \sqrt[5]{x^2} \cdot \sqrt[15]{x^5} =$$

Přepište odmocniny pomocí mocnin, proveďte naznačené početní úkony, přepište zpět na odmocninu.

Řešení:

$$\sqrt[5]{x^2} \sqrt[3]{x^5} = \sqrt[5]{x^2} \cdot \sqrt[15]{x^5} = x^{\frac{2}{5}} \cdot x^{\frac{5}{15}} = x^{\frac{6+5}{15}} = x^{\frac{11}{15}} = \sqrt[15]{x^{11}}$$

Upravte:

$$\sqrt{u^3} \cdot \sqrt[3]{u^2} =$$

Přepište odmocniny pomocí mocnin, proveďte naznačené početní úkony, přepište zpět na odmocninu.

Řešení:

$$\sqrt{u^3} \cdot \sqrt[3]{u^2} = u^{\frac{3}{2}} \cdot u^{\frac{2}{3}} = u^{\frac{9+4}{6}} = u^{\frac{13}{6}} = \sqrt[6]{u^{13}}$$

Výsledek je možné dále upravit **částečným odmocňováním**:

$$\boxed{u^{\frac{13}{6}} = u^{2\frac{1}{6}} = u^{2+\frac{1}{6}} = u^2 \cdot u^{\frac{1}{6}} = u^2 \cdot \sqrt[6]{u}}$$

Mocnitele ve tvaru **nepravého zlomku** (v čitateli má menší číslo než ve jmenovateli) zapíšeme pomocí **smíšeného čísla**.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Upravte:

$$\left(\sqrt[3]{a^4}\right)^{-2} : \left(a \cdot \sqrt{a^3}\right) =$$

Řešení:

$$\begin{aligned} & \left(\sqrt[3]{a^4}\right)^{-2} : \left(a \cdot \sqrt{a^3}\right) = && \text{přepište pomocí mocnin} \\ & = \left(a^{\frac{4}{3}}\right)^{-2} : \left(a^1 \cdot a^{\frac{3}{2}}\right) = && \text{proved'te naznačené početní úkony} \\ & = a^{\frac{4}{3} \cdot -2} : a^{\frac{2+3}{2}} = a^{\frac{-8}{3}} : a^{\frac{5}{2}} = && \text{vydělte a částečně odmocněte} \\ & = a^{\frac{-16-15}{6}} = a^{\frac{-31}{6}} = a^{-5\frac{1}{6}} = a^{-5-\frac{1}{6}} = a^{-5+(-\frac{1}{6})} = a^{-5} \cdot a^{\frac{-1}{6}} = a^{-5} \cdot \sqrt[6]{a^{-1}} = \frac{1}{a^5} \cdot \sqrt[6]{\frac{1}{a}} \end{aligned}$$

Upravte:

$$\sqrt{\frac{\sqrt[3]{a}}{a^3}} =$$

Řešení:

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{\sqrt[3]{a}}{a^3}} = && \text{přepište pomocí mocniny} \\ & = a^{\frac{1}{6}} : a^{\frac{3}{2}} = && \text{převeďte na součin} \\ & = a^{\frac{1}{6}} \cdot a^{-\frac{3}{2}} = && \text{proved'te násobení mocnin a částečně odmocněte} \\ & = a^{\frac{1-9}{6}} = a^{-\frac{8}{6}} = a^{-\frac{4}{3}} = a^{-1\frac{1}{3}} = a^{-1} \cdot \sqrt[3]{a^{-1}} = \frac{1}{a} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a}} \end{aligned}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Pozor !!

$$a^{\frac{4}{3}} = a^{1\frac{1}{3}} = a \cdot a^{\frac{1}{3}} = a \cdot \sqrt[3]{a}$$

$$a^{-\frac{4}{3}} = a^{-1\frac{1}{3}} = a^{-1} \cdot a^{-\frac{1}{3}} = a^{-1} \cdot \sqrt[3]{a^{-1}} = \frac{1}{a} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a}}$$

Upravte:

$$\sqrt[3]{\frac{x^2 \sqrt{x}}{x^{-5}}} =$$

Řešení:

$$\sqrt[3]{\frac{x^2 \sqrt{x}}{x^{-5}}} =$$

přepište pomocí mocnin

$$= \frac{x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}}}{x^{-\frac{5}{3}}} =$$

převeďte na součin

$$= x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{5}{3}} =$$

proved'te násobení mocnin a částečně odmocněte

$$= x^{\frac{4+1+10}{6}} = x^{\frac{15}{6}} = x^{\frac{5}{2}} = x^{2\frac{1}{2}} = x^2 \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^2 \cdot \sqrt{x}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

9.1 Pracovní list – Mocniny s racionálním mocnitelem II

Pracovní list určený k procvičení pravidel pro počítání s mocninami s racionálním mocnitelem s důrazem na částečné odmocňování.

1. Zjednodušte:

a)
$$\frac{\sqrt[6]{a^4} : \sqrt{a^{-3}}}{\sqrt[3]{a^4}} =$$

b)
$$(\sqrt{a} \cdot a : \sqrt[3]{a^2})^3 : a^2 =$$

c)
$$\sqrt{\frac{\sqrt[3]{x} \cdot x^3}{x^{-2}}} =$$

d)
$$(\sqrt{a})^{-3} : (\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a^{-2}})^2 =$$

e)
$$\sqrt[3]{\frac{x^{-8} \sqrt{x}}{x^3}} =$$

Výsledky:

a) $\sqrt[6]{a^5}$; b) $a^{-4} \sqrt{a^{-1}}$; c) $x^2 \sqrt[3]{x^2}$; d) $\frac{1}{a} \sqrt[6]{\frac{1}{a}}$; e) $\frac{1}{x^3} \sqrt{\frac{1}{x}}$

10 Mocniny s racionálním mocnitelem III

Výukový materiál se zabývá výkladem a následným procvičením pravidel pro počítání s mocninami s racionálním mocnitelem s důrazem na úpravu číselných výrazů. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

Upravte:

$$\sqrt[3]{8^{-2} \sqrt{2}} =$$

Řešení:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{8^{-2} \sqrt{2}} &= && \text{převeďte na součin prvočísel} \\ &= \sqrt[3]{(2^3)^{-2} \sqrt{2^1}} = && \text{odstraňte závorky} \\ &= \sqrt[3]{2^{-6} \sqrt{2^1}} = && \text{přepište pomocí mocniny} \\ &= 2^{-2} 2^{\frac{1}{6}} = && \text{provedte násobení a částečně odmocněte} \\ &= 2^{-\frac{12+1}{6}} = 2^{-\frac{11}{6}} = 2^{-1\frac{5}{6}} = 2^{-1-\frac{5}{6}} = 2^{-1} \sqrt[6]{2^{-5}} = \frac{1}{2} \sqrt[6]{\frac{1}{2^5}} \end{aligned}$$

Upravte:

$$\sqrt[5]{\frac{15^3}{4\sqrt{9}}} =$$

Řešení:

$$\begin{aligned} \sqrt[5]{\frac{15^3}{4\sqrt{9}}} &= && \text{převeďte na součin prvočísel} \\ &= \sqrt[5]{\frac{(3 \cdot 5)^3}{4\sqrt{3^2}}} = && \text{odstraňte závorky} \\ &= \sqrt[5]{\frac{3^3 \cdot 5^3}{4\sqrt{3^2}}} = && \text{přepište pomocí mocniny} \\ &= \frac{3^{\frac{3}{5}} \cdot 5^{\frac{3}{5}}}{3^{\frac{1}{10}}} = && \text{převeďte na součin} \\ &= 3^{\frac{3}{5}} \cdot 5^{\frac{3}{5}} \cdot 3^{-\frac{1}{10}} = && \text{provedte násobení a částečně odmocněte} \\ &= 5^{\frac{3}{5}} \cdot 3^{\frac{6-1}{10}} = \sqrt[5]{3} \cdot 3^{\frac{5}{10}} = \sqrt[5]{5^3} \cdot 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt[5]{5^3} \cdot \sqrt{3} \end{aligned}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Upravte:

$$\sqrt[3]{\frac{\sqrt[3]{16} \cdot 8}{32^2}} =$$

Řešení:

$$\sqrt[3]{\frac{\sqrt[3]{16} \cdot 8}{32^2}} =$$

převeďte na součin prvočísel

$$= \sqrt[3]{\frac{\sqrt[3]{2^4} \cdot 2^3}{(2^5)^2}} =$$

odstraňte závorky a přepište pomocí mocniny

$$= \frac{2^{\frac{4}{3}} \cdot 2^1}{2^{\frac{10}{3}}} =$$

převeďte na součin

$$= 2^{\frac{4}{3}} \cdot 2^1 \cdot 2^{-\frac{10}{3}} =$$

provedte násobení, případně částečně odmocněte

$$= 2^{\frac{4+9-30}{9}} = 2^{-\frac{17}{9}} = 2^{-1-\frac{8}{9}} = 2^{-1} \cdot 2^{-\frac{8}{9}} = 2^{-1} \cdot \sqrt[9]{2^{-8}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt[9]{\frac{1}{2^8}}$$

10.1 Pracovní list – Mocniny s racionálním mocnitelem III

Pracovní list určený k procvičení pravidel pro počítání s mocninami s racionálním mocnitelem s důrazem na úpravu číselných výrazů.

1. Zjednodušte:

$$a) \sqrt[3]{\frac{9 \cdot \sqrt{27}}{3^{-3}}} =$$

$$b) (\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a})^4 =$$

$$c) \frac{x}{\sqrt[3]{x^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} =$$

$$d) \sqrt[3]{\sqrt{a^7}} : \left(\sqrt[4]{\sqrt{a^{-1}}} \cdot \sqrt{a^7} \right)^2 =$$

$$e) \sqrt[5]{\frac{15^3 \cdot \sqrt[3]{25}}{\sqrt[4]{9}}}$$

Výsledky:

$$a) 3^2 \cdot \sqrt[6]{3}; \quad b) a^3 \sqrt[3]{a}; \quad c) \sqrt[6]{x^{-1}} = \sqrt[6]{\frac{1}{x}}; \quad d) a^{-5} \sqrt[12]{a^{-7}} = \frac{1}{a^5} \cdot \sqrt[12]{\frac{1}{a^7}}; \quad e) \sqrt{3} \cdot \sqrt[15]{5^{11}}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

11 Základní početní operace s odmocninami

Výukový materiál se zabývá výkladem a následným procvičením pravidel pro počítání s odmocninami. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

- **Součet, rozdíl**

Vypočtěte – vzorové úlohy:

$$2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - (4\sqrt{3} - 2\sqrt{2}) =$$

Řešení:

$$2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - (4\sqrt{3} - 2\sqrt{2}) = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{2} = -2\sqrt{3} + 5\sqrt{2}$$

Procvičte si:

a) $\sqrt{5} + 3\sqrt{3} - (2\sqrt{5} - 3\sqrt{3} - \sqrt{3}) =$

b) $5(\sqrt{2} + \sqrt{3}) - 4(\sqrt{3} - \sqrt{2}) - 3(3\sqrt{2} - \sqrt{3}) =$

Řešení:

a) $4\sqrt{3} + 2\sqrt{5}$

b) $4\sqrt{3}$

- **Součin**

Vypočtěte – vzorové úlohy:

a) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} =$

b) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} =$

c) $4\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} =$

d) $3\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{3} =$

Řešení:

a) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{a^2} = a^{\frac{2}{2}} = a$

b) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{6^2} = 6^{\frac{2}{2}} = 6$

c) $4\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} = 4\sqrt{10}$

d) $3\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{3} = 6\sqrt{18} = 6\sqrt{9 \cdot 2} = 6 \cdot 3\sqrt{2} = 18\sqrt{2}$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vypočtěte – vzorové úlohy:

- $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{2} + 3) =$
- $2(3\sqrt{3} + 9\sqrt{2}) =$
- $(2 + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{2} - 3) =$
- $(5\sqrt{2} + 4\sqrt{3}) \cdot (5\sqrt{2} - 4\sqrt{3}) =$

Řešení:

- $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{2} + 3) = \sqrt{6} + 3\sqrt{3}$
- $2(3\sqrt{3} + 9\sqrt{2}) = 6\sqrt{3} + 18\sqrt{2}$
- $(2 + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{2} - 3) = 2\sqrt{2} - 6 + \sqrt{6} - 3\sqrt{3}$
- $(5\sqrt{2} + 4\sqrt{3}) \cdot (5\sqrt{2} - 4\sqrt{3}) = 25\sqrt{4} - 20\sqrt{6} + 20\sqrt{6} - 16\sqrt{9} = 25 \cdot 2 - 16 \cdot 3 = 50 - 48 = 2$

Procvičte si:

- $\sqrt{6} \cdot (\sqrt{8} + 1) =$
- $2\sqrt{3}(4\sqrt{3} + 3\sqrt{6}) =$
- $(2\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{2} - 3) =$
- $(\sqrt{2} + 4\sqrt{3}) \cdot (2\sqrt{2} - 4\sqrt{3}) =$

Řešení:

- $\sqrt{6} \cdot (\sqrt{8} + 1) = \sqrt{48} + \sqrt{6} = \sqrt{16 \cdot 3} = 4\sqrt{3}$
- $2\sqrt{3}(4\sqrt{3} + 3\sqrt{6}) = 8\sqrt{9} + 6\sqrt{18} = 8 \cdot 3 + 6\sqrt{9 \cdot 2} = 24 + 6 \cdot 3\sqrt{2} = 24 + 18\sqrt{2}$
- $(2\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{2} - 3) = 2\sqrt{6} - 6\sqrt{3} + \sqrt{4} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{6} - 6\sqrt{3} + 2 - 3\sqrt{2}$
- $(\sqrt{2} + 4\sqrt{3}) \cdot (2\sqrt{2} - 4\sqrt{3}) = 2\sqrt{4} - 4\sqrt{6} + 8\sqrt{6} - 16\sqrt{9} = 2 \cdot 2 + 4\sqrt{6} - 16 \cdot 3 = -44 + 4\sqrt{6}$

• **Mocnina**

Vypočtěte – vzorové úlohy:

- $(2\sqrt{3})^2 = 2^2 \cdot (\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 3 = 12$
- $(2 \pm 3\sqrt{2})^2 =$ umocněte dle vzorce $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ a upravte
 $= 2^2 \pm 2 \cdot 2 \cdot 3\sqrt{2} + (3\sqrt{2})^2 = 4 \pm 12\sqrt{2} + 9 \cdot 2 = 22 \pm 12\sqrt{2}$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$c) 2(3\sqrt{5} - 3) - (\sqrt{3} + 2\sqrt{5})^2 = 6\sqrt{5} - 6 - \left((\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{5} + (2\sqrt{5})^2 \right) =$$

Pozor na minus před umocňováním!

Umocňování má přednost před násobením -1!

$$= 6\sqrt{5} - 6 - (3 + 4\sqrt{15} + 4 \cdot 5) = 6\sqrt{5} - 6 - 3 - 4\sqrt{15} - 20 = 6\sqrt{5} - 4\sqrt{15} - 29$$

Procvičte si:

$$a) (4\sqrt{2} - 2\sqrt{5})^2 =$$

$$b) \sqrt{5}(3\sqrt{5} + \sqrt{2}) - 3\sqrt{2}(2 - 4\sqrt{2})^2 =$$

$$c) (3\sqrt{6} - 2\sqrt{3})^2 - (3 + \sqrt{3})^2 =$$

Řešení:

$$a) 52 - 16\sqrt{10}$$

$$b) \sqrt{10} - 108\sqrt{2} + 111$$

$$c) 18 - 36\sqrt{2} - 6\sqrt{3}$$

11.1 Pracovní list – Základní početní operace s odmocninami

Pracovní list určený k procvičení základních pravidel pro počítání s odmocninami.

1. Zjednodušte:

a) $3\sqrt{2} - (5\sqrt{3} - 2\sqrt{2}) - \sqrt{3} =$

b) $\sqrt{x}(\sqrt{y} + \sqrt{x}) - \sqrt{y}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) =$

c) $(\sqrt{5} + \sqrt{2}) \cdot (2\sqrt{5} - \sqrt{2}) =$

d) $\sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{6}) + \sqrt{3}(\sqrt{2} + \sqrt{6}) - \sqrt{6}(\sqrt{2} + \sqrt{3}) =$

e) $(3\sqrt{5} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{5} - 3\sqrt{2}) =$

f) $(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^2 =$

g) $(5 - \sqrt{2})^2 + 5\sqrt{2}(2 - \sqrt{2}) =$

h) $\sqrt{2}(3 - 5\sqrt{3}) - (2\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 =$

i) $-4(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})^2 =$

Výsledky:

a) $5\sqrt{2} - 6\sqrt{3}$; b) $x + y$; c) $8 + \sqrt{10}$; d) $2\sqrt{6}$; e) $9 - 8\sqrt{10}$;

f) $30 - 12\sqrt{6}$; g) 17 ; h) $3\sqrt{2} - 5\sqrt{6} + 4\sqrt{15} - 17$; i) $-120 - 48\sqrt{6}$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

12 Odstraňování odmocniny ze jmenovatele

Výukový materiál se zabývá výkladem a následným procvičením pravidel při odstraňování odmocniny ze jmenovatele. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

K přibližnému vyjádření zlomku $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ve tvaru desetinného čísla bychom museli provést dělení číslem 1,414. **Usměrníme-li** tento zlomek vynásobením čitatele i jmenovatele číslem $\sqrt{2}$, dostaneme

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \text{ulehčení numerického výpočtu – dělení dvěma}$$

Odstraňte odmocniny ze jmenovatele zlomku (usměrněte) – vzorové úlohy:

a) $\frac{6}{\sqrt{3}} =$

b) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}} =$

c) $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} =$

d) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} =$

Řešení:

a) $\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

b) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{3}}{3} = \frac{3 - \sqrt{6}}{3}$, též možný zápis $\frac{1}{3}(3 - \sqrt{6})$

c) $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2})} =$

ve jmenovateli místo roznásobení závorek je rychlejší použít vzorec

$$(A - B) \cdot (A + B) = A^2 - B^2$$

$$= \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$d) \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{3-\sqrt{6}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} =$$

$$\frac{3-\sqrt{6}}{3-2} = 3-\sqrt{6}$$

Procvičte si:

a) $\frac{5}{\sqrt{2}} =$

b) $\sqrt{\frac{3}{4}} =$

c) $\frac{2\sqrt{3}}{5\sqrt{2}} =$

d) $\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} =$

e) $\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} =$

f) $\frac{\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}-2\sqrt{2}} =$

Řešení:

a) $\frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

b) $\sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \dots = \frac{\sqrt{15}}{5}$

c) $\frac{2\sqrt{3}}{5\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{5\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{5 \cdot 2} = \frac{\sqrt{6}}{5}$

d) $\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}-3}{3}$

e) $\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = 7+4\sqrt{3}$

f) $\frac{\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}-2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}-2\sqrt{2}} \cdot \frac{4\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{4\sqrt{3}+2\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2}+2\sqrt{3}) \cdot (4\sqrt{3}+2\sqrt{2})}{(4\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{2})^2} =$

$$= \frac{4\sqrt{6}+2\sqrt{4}+8\sqrt{9}+4\sqrt{6}}{16 \cdot 3 - 4 \cdot 2} = \frac{8\sqrt{6}+2 \cdot 2+8 \cdot 3}{48-8} = \frac{8\sqrt{6}+28}{40} = \frac{4(2\sqrt{6}+7)}{40} =$$

$$= \frac{2\sqrt{6}+7}{10}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

12.1 Pracovní list – Odstraňování odmocniny ze jmenovatele

Pracovní list určený k procvičení pravidel při odstraňování odmocniny ze jmenovatele.

1. Zjednodušte:

a) $\frac{1}{1-\sqrt{3}} =$

b) $\frac{\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} =$

c) $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} =$

d) $\frac{1}{\sqrt{5}-2} =$

e) $\frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{2}-\sqrt{5}} =$

f) $\frac{10}{2\sqrt{3}+\sqrt{2}} =$

g) $\frac{12}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}} =$

h) $\frac{3\sqrt{6}-2\sqrt{3}}{5\sqrt{3}-4\sqrt{6}} =$

i) $\frac{4\sqrt{6}-3\sqrt{2}}{5\sqrt{6}+6\sqrt{2}} =$

Výsledky:

a) $-\frac{1+\sqrt{3}}{2}$, tedy $-\frac{1}{2}(1+\sqrt{3})$; b) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$, tedy $\frac{1}{2}(\sqrt{3}-1)$; c) $\sqrt{5}+\sqrt{3}$; d) $\sqrt{5}+2$;

e) $\frac{4\sqrt{3}+\sqrt{30}}{3}$; f) $2\sqrt{3}-\sqrt{2}$; g) $6\sqrt{2}+4\sqrt{3}$; h) $-\sqrt{2}-2$; i) $2-\sqrt{3}$;

13 Výraz

Výukový materiál se zabývá výkladem a následným užitím výrazů při řešení slovních úloh. Následuje nácvik čtení matematického textu s porozuměním. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

Výraz je

- každé číslo a každá proměnná
- součet, rozdíl, součin a podíl dvou výrazů (dělitel je různý od nuly)
- mocnina a absolutní hodnota výrazu.

Výraz označujeme názvem té operace, kterou provádíme naposled.

Počtetní operace provádíme v pořadí:

- umocňování a odmocňování (mocnina a odmocnina)
- násobení a dělení (součin a podíl)
- sčítání a odčítání (součet a rozdíl)

$3 + 23$ **součet**; $(3 + 2) : 6$ **podíl**; $(5 - a)^3$ **mocnina**; $(a + b) \cdot (2 - x)$ **součin**

Pokud jsou ve výrazu **závorky**, má výpočet hodnoty v závorce přednost před všemi jinými úpravami.

Poznámka: zlomek = podíl $\frac{a+b}{c+d} = (a+b) : (c+d)$

Zlomková čára nahrazuje obě závorky.

Slovní úlohy

- Janě je s let, jejímu otci 41 let.
 - Kolik je oběma dohromady?
 - Kolik let bylo otci, když se Jana narodila?
 - O kolik let je otec starší než Jana?
 - Kolik let bude Janě, až bude otci 60 roků?

Řešení: a) $s + 41$; b) $41 - s$; c) $41 - s$; d) $60 - (41 - s)$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

2. Jedna strana trojúhelníku má délku x cm, druhá je dvakrát delší a třetí je o y cm kratší než druhá. Jaký je obvod tohoto trojúhelníku?

Řešení: $x + 2x + (2x - y) = 5x - y$

3. Auto ujede n kilometrů za t minut. Kolik kilometrů ujede za hodinu? Za kolik minut ujede 10km?

Řešení: $\frac{n}{t} \cdot 60$; $\frac{t}{n} \cdot 10$

4. Stůl stojí a Kč, stejný stůl se čtyřmi židlemi b Kč. Kolik stojí jedna židle? Kolik stojí n židlí? Kolik stojí dva stoly a šest židlí?

Řešení: $\frac{b-a}{4}$; $n \cdot \frac{b-a}{4}$; $2a + 6 \cdot \frac{b-a}{4}$

5. **Pojmenujte dané výrazy:** $12 + 6$, $b - 5$, xy , $\frac{c}{7}$, $a + c$, x^2

Řešení: součet, rozdíl, součin, podíl, součet, druhá mocnina

6. **Zapište početní výrazy a vypočtěte:**

a) rozdíl čísel 2 a $\frac{2}{5}$

b) součin čísla 6 a podílu čísel 0,4 a $\frac{4}{15}$

c) podíl rozdílu čísel 3 a $\frac{1}{3}$ a jejich součinu

d) součet $\frac{1}{8}$ a podílu čísel 0,7 a 2,4

e) součet součinu čísel 0,2 a 1,4 a rozdílu čísel 3,5 a 2,1

f) podíl součtu čísel 0,8 a $\frac{1}{5}$ a jejich podílu

g) druhá mocnina rozdílu čísel 2 a $\frac{2}{3}$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- h) rozdíl třetích mocnin čísel 2 a $\frac{1}{2}$

Řešení:

$$a) 2 - \frac{2}{5} = \frac{8}{5}$$

$$b) \frac{0,4}{\frac{4}{15}} \cdot 6 = \frac{10}{4} \cdot 6 = \frac{2}{5} \cdot \frac{15}{4} = \frac{3}{2} \cdot 6 = 9$$

$$c) \frac{3 - \frac{1}{3}}{3 \cdot \frac{1}{3}} = \frac{\frac{3}{3}}{\frac{3}{3}} = 1$$

$$d) \frac{0,7}{2,4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{24} + \frac{1}{8} = \frac{7+3}{24} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

$$e) 0,2 \cdot 1,4 + (3,5 - 2,1) = 1,68$$

$$f) \frac{0,8 + \frac{1}{5}}{\frac{0,8}{\frac{1}{5}}} = \frac{\frac{8}{10} + \frac{1}{5}}{\frac{8}{10} \cdot \frac{1}{5}} = \frac{\frac{8+2}{10}}{\frac{8}{10} \cdot \frac{1}{5}} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

$$g) \left(2 - \frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$$

$$h) 2^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 8 - \frac{1}{8} = \frac{63}{8}$$

7. Zapište:

- součin podílu čísel a , b a dvojnásobku čísla x
- druhá mocnina třetiny čísla s
- polovina součtu druhých mocnin čísel a , b
- polovina druhé mocniny součtu čísel a , b
- druhá mocnina polovičního součtu čísel a , b

Řešení: a) $\frac{a}{b} \cdot 2x$; b) $\left(\frac{s}{3}\right)^2$ c) $\frac{1}{2}(a^2 + b^2)$ d) $\frac{1}{2}(a+b)^2$ e) $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

13.1 Pracovní list – Výraz

Pracovní list určený k procvičení užití výrazů při řešení slovních úloh a nácvik čtení matematického textu s porozuměním.

1. Auto jelo průměrnou rychlostí $c \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Jakou vzdálenost ujelo za t hodin; za a minut?
2. V pondělí vydělal brigádník a Kč, v úterý o n Kč méně než 400 Kč. Kolik vydělal za oba dny?
3. Na stavbu vozilo materiál 15 aut a dní. Denně jelo každé auto šestkrát a přivezlo vždy m q materiálu. Kolik q materiálu se navozilo?
4. Stíhací letadlo letí rychlostí $c \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Rychlost dopravního letadla je o $x \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ menší. Kolik km uletí dopravní letadlo za 2 hodiny?
5. Na opravě mostu pracovali v pondělí 3 svářeči po a hodinách a 1 dělník b hodin, v úterý 1 zámečnick 6 hodin a 5 dělníků po b hodinách. Kolik hodin bylo na opravě mostu odpracováno?
6. Do prodejny přivezli 50 bochníků chleba r kilových a 34 bochníků s kilových. Do večera prodali 78 bochníků, z toho 32 s kilových. Kolik kg chleba zbylo v prodejně?
7. Strana čtvercové desky měří p cm, druhá čtvercová deska má stranu dvakrát větší. Kolikrát je obsah druhé desky větší než obsah první desky?
8. Jeden rozměr obdélníka je a m, druhý rozměr je třikrát větší. Určete obvod i obsah tohoto obdélníka.
9. Ze zásoby n kg oříšků připravili v obchodě sáčky po 0,2 kg. Kolik sáčků navážili, když jim ještě p kg oříšků zbylo?
10. Podlaha tvaru obdélníku o rozměrech v m a t m má být vydlážděna čtvercovými dlaždicemi o straně s cm. Podél každé strany se vejde celý počet dlaždic. Kolik dlaždic je potřeba na vydláždění podlahy?
11. Zboží bylo zlevněno o 15%. Jaká je nová cena zboží, které před slevou stálo p Kč?
12. **Zapište početní výrazy a vypočtete:**

a) součet čísel 3 a $\frac{2}{7}$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- b) podíl čísla 1 a rozdílu čísel 0,2 a $\frac{4}{15}$
- c) součin součtu čísel 3 a $\frac{1}{3}$ a jejich podílu
- d) rozdíl $\frac{1}{8}$ a podílu čísel 0,6 a 2,4
- e) součet součtu čísel 0,2 a 1,4 a druhé mocniny čísla 0,6
- f) druhá odmocnina součtu čísel 1 a $\frac{3}{4}$
- g) součet druhých mocnin čísel $\frac{1}{2}$ a 2

13. Zapište:

- a) součet součinu čísel a , b a druhé odmocniny čísla y
- b) součin podílu čísel 2, f a jejich součtu
- c) rozdíl třetích mocnin čísel $3m$ a $2n$
- d) třetina druhé mocniny podílu čísel p , q
- e) trojnásobek rozdílu čísla m a trojnásobku čísla n

Výsledky:

1. $s = v \cdot t$; $s = \frac{c}{60} \cdot a$; 2. $a + 400 - n$; 3. $15 \cdot a \cdot 6 \cdot m$; 4. $2(c - x)$
5. $3a + b + 6 + 5b$; 6. $50r + 34s - (32s + 46r)$; 7. 4krát ;
8. $o = 2(a + 3a)$; $S = a \cdot 3a$; 9. $\frac{n - p}{0,2}$; 10. $\frac{v \cdot t \cdot 10\,000}{s^2}$; 11. $0,85p$
12. a) $\frac{23}{7}$; b) -15 ; c) 30 ; d) $-\frac{1}{8}$; e) 1,96 ; f) $\frac{49}{16}$; g) $\frac{17}{4}$
13. a) $ab + \sqrt{y}$; b) $\frac{2}{f}(2 + f)$; c) $(3m)^3 - (2n)^3$; d) $\frac{1}{3}\left(\frac{p}{q}\right)^2$; e) $3(m - 3n)$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

14 Hodnota výrazu

Výukový materiál se zabývá výkladem a následným procvičením pravidel při určování hodnoty výrazu. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

$$2a + 3b, p - r^2, \dots$$

Písmena, která se v těchto výrazech vyskytují, se nazývají **proměnné**.

Můžeme za ně dosadit číslo a vypočítat hodnotu výrazu.

Říkáme, že jsme určili **hodnotu výrazu pro danou proměnnou (dané proměnné)**.

Číslo, které za proměnnou dosadíme, je prvkem určité množiny, kterou nazýváme **obor proměnné** nebo **definiční obor výrazu**. Je to množina prvků, po jejichž dosazení **má výraz smysl**.

Pozor! Nejčastěji nemůžeme dosadit čísla, která by vedla k tomu, že jmenovatel daného výrazu by byl roven nule
by pod odmocnítkem bylo záporné číslo

Vysvětlete, proč dané zlomky nemají smysl

a) $\frac{4}{x}$ pro $x = 0$

b) $\frac{a}{2n}$ pro $x = 0$

c) $\frac{7}{3-r}$ pro $r = 3$

c) $\frac{m}{z-1}$ pro $z = 1$

Určete definiční obor výrazu – vzorové úlohy:

a) $\frac{x}{5-a}$

b) $\frac{3}{7b}$

c) $\frac{r+5}{m-12}$

d) $\frac{z}{8-2p}$

Řešení:

a) $5 - a \neq 0$
 $a \neq 5$

b) $7b \neq 0$
 $b \neq 0$

c) $m - 12 \neq 0$
 $m \neq 12$

d) $8 - 2p \neq 0$
 $p \neq 4$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Určete hodnotu výrazů pro $a = -1, b = \frac{1}{2}$ - vzorové úlohy:

Návod: Dosadte a vypočítejte.

- a) $2a + b =$
 b) $\frac{2a}{3b} =$
 c) $\frac{2-a}{4} - b =$
 d) $\frac{2ab}{b+a} =$

Řešení: Záporná čísla dosazujte v závorkách.

- a) $2a + b = 2 \cdot (-1) + \frac{1}{2} = -2 + \frac{1}{2} = \frac{-4+1}{2} = -\frac{3}{2}$
 b) $\frac{2a}{3b} = \frac{2 \cdot (-1)}{3 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{-2}{\frac{3}{2}} = -2 \cdot \frac{2}{3} = -\frac{4}{3}$
 c) $\frac{2-a}{4} - b = \frac{2-(-1)}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3-2}{4} = \frac{1}{4}$
 d) $\frac{2ab}{b+a} = \frac{2 \cdot (-1) \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + (-1)} = \frac{-1}{-\frac{1}{2}} = 2$

Procvičte si - Určete hodnotu výrazů pro $a = 1\frac{1}{2}, b = 3\frac{1}{3}, c = 2$:

- a) $7 - 3a =$
 b) $2a + 5b =$
 c) $3b - a - c =$
 d) $a + b - c =$
 e) $\frac{b+c}{b-c} =$
 f) $\frac{ab}{c} + \frac{b-c}{4} =$

Řešení:

- a) $2\frac{1}{2}$; b) $19\frac{2}{3}$; c) $6\frac{1}{2}$; d) $2\frac{5}{6}$; e) 4; f) $2\frac{5}{6}$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

14.1 Pracovní list – Hodnota výrazu

Pracovní list určený k procvičení pravidel při určování hodnoty výrazů.

1. Určete definiční obor výrazu:

a) $\frac{3x}{-6-a}$

b) $\frac{3}{-2b}$

c) $\frac{c-5}{c+1}$

d) $\frac{z}{8+4d}$

e) $\frac{-x+2}{-y}$

2. Určete hodnotu výrazů pro $p = -\frac{1}{4}$, $q = \frac{1}{2}$:

a) $3p - 2q =$

b) $3(p-2) \cdot q =$

c) $(3p-2) \cdot q =$

d) $\frac{3p-2}{q} =$

e) $\frac{3(p-q)}{2} =$

f) $3p - \frac{q}{2} =$

3. Určete hodnotu výrazů:

a) $x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 12$ pro $x = -2$

b) $\frac{x+y}{x-y} + \frac{(x-y)^2}{x+y}$ pro $x = 1$, $y = -2$

c) $3x^2 - \frac{2x}{3} + 15$ pro $x = -\frac{3}{4}$

d) $\frac{-x+1}{x+1} \cdot 3x^2$ pro $x = -\frac{1}{4}$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

e) $2x^4 - 7x^3 + 3x^2 + 2x - 5$ pro $x = -\frac{1}{2}$

4. Je dán mnohočlen $P(x) = 2x^4 - 7x^3 + 3x^2 + 2x - 5$. Vypočtěte:

a) $P(-1) =$

b) $P(-\frac{1}{2}) =$

c) $P(0) =$

Výsledky:

1. a) $a \neq -6$; b) $b \neq 0$; c) $c \neq -1$; d) $d \neq -2$; e) $y \neq 0$

2. a) $-\frac{7}{4}$; b) $-\frac{27}{8}$; c) $-\frac{11}{8}$; d) $-\frac{11}{2}$; e) $-\frac{9}{8}$; f) -1

3. a) 36 ; b) $-9\frac{1}{3}$; c) $17\frac{3}{16}$; d) $\frac{5}{16}$; e) $-4\frac{1}{4}$

4. a) 5 ; b) $-4\frac{1}{4}$; c) -5



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

15 Člen výrazu, absolutní hodnota

Výukový materiál se zabývá výkladem pojmu člen výrazu s důrazem na jeho význam při určování opačného výrazu a následném řešení úloh s absolutní hodnotou. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

Člen výrazu je každý sčítanec v součtu.

Poznámka:

Před každým členem výrazu je + nebo -, přičemž + se před prvním členem vynechává.

Určete členy výrazu – vzorové úlohy:

a) $2x - y$ b) $3 \cdot 2^3 + 5 : 2$ c) $6 + (2 - x) - 4 \cdot (-1)$ d) $3x - 6 \cdot 2 : 3$

Řešení:

a) $2x; -y$ b) $3 \cdot 2^3; 5 : 2$ c) $6; (2 - x); -4 \cdot (-1)$ d) $3x; -6 \cdot 2 : 3$

Určete členy výrazu:

a) $5^2 - \frac{2+x}{y-2} + (4x-1) - (2-6y)$

b) $3 \cdot 2^4 - 3 \cdot 2 : 6 + \frac{3+5}{2:5} - (2-6) \cdot (3+8)$

Řešení:

a) $5^2; -\frac{2+x}{y-2}; (4x-1); -(2-6y)$

b) $3 \cdot 2^4; -3 \cdot 2 : 6; \frac{3+5}{2:5}; -(2-6) \cdot (3+8)$

Opačné výrazy jsou dva výrazy, které se navzájem liší je ve znaménkách před všemi svými členy.

Poznámka:

Mění se pouze znaménko **před** každým členem. Všechna ostatní znaménka zůstávají při změně výrazu na výraz opačný nezměněna.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vepište výraz opačný:

Výraz	Výraz opačný
$20 - 2 \cdot 5$	$-20 + 2 \cdot 5$
$2 + 4x - (2 + y)$	
$2x - 6x^3 + (3x - 2) : (6 + x^2)$	
$\frac{x+2}{4-x}$	
$(4x)^2 - \frac{x}{x+1}$	
$2x : y + \left(\frac{x}{y} - 1\right) - 3$	

Řešení:

Výraz	Výraz opačný
$20 - 2 \cdot 5$	$-20 + 2 \cdot 5$
$2 + 4x - (2 + y)$	$-2 - 4x + (2 + y)$
$2x - 6x^3 + (3x - 2) : (6 + x^2)$	$-2x + 6x^3 - (3x - 2) : (6 + x^2)$
$\frac{x+2}{4-x}$	$-\frac{x+2}{4-x}$
$(4x)^2 - \frac{x}{x+1}$	$-(4x)^2 + \frac{x}{x+1}$
$2x : y + \left(\frac{x}{y} - 1\right) - 3$	$-2x : y - \left(\frac{x}{y} - 1\right) + 3$

Absolutní hodnota libovolného reálného čísla x je:

- $|x| = x$ pro $x \geq 0$
- $|x| = -x$ pro $x < 0$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Poznámka:

Absolutní hodnota je číslo nezáporné
číslo kladné nebo nula
vzdálenost obrazu čísla od počátku (od nuly)

Je-li hodnota výrazu **nezáporná**, rovná se jeho absolutní hodnota **výrazu samému**;
pokud je jeho hodnota **záporná**, rovná se jeho absolutní hodnota **výrazu opačnému**.

$$|3| = 3 \quad |-3| = 3 \quad |0| = 0$$

Seřadte následující čísla vzestupně od nejmenšího k největšímu:

$$|10 - 6| \quad |-3| \quad 2 - |-2| \quad -5 \quad |4 - 5| \quad 2 \quad -|1 - 3|$$

Řešení:

$$4 \quad 3 \quad 0 \quad -5 \quad 1 \quad 2 \quad -2$$

Seřazeno: $-5; -2; 0; 1; 2; 3; 4$

Vypočtěte hodnotu výrazů pro $a = -3$, $b = -5$ vzorové úlohy:

a) $|a + b| =$

b) $|a| - |b| =$

c) $||a| - |b|| =$

Řešení:

a) $|a + b| = |-3 + (-5)| = |-8| = 8$

b) $|a| - |b| = |-3| - |-5| = 3 - 5 = -2$

c) $||a| - |b|| = ||-3| - |-5|| = |3 - 5| = |-2| = 2$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

15.1 Pracovní list – Člen výrazu, absolutní hodnota

Pracovní list určený k procvičení určování opačného výrazu a řešení úloh s absolutní hodnotou.

1. Vepište výraz opačný:

Výraz	Výraz opačný
$20x + 2y$	
$2 - 4y + 4(x - 1) + (2 + y)$	
$(6x)^3 + (3x - 2) - 3(6 + x^2)$	
$-\frac{x+2}{4-x} + 6$	
$(-4x)^2 + \frac{x}{y}$	
$2x - \frac{y}{3} - \left(\frac{x}{y} + 1\right) - 3x + 2^3$	

2. Vypočtěte hodnotu výrazů:

a) $|2 - 7| + |7| - |2| + |-7| + |-2| =$

b) $\left|-\frac{1}{5}\right| : |-0,3| - \frac{1}{4} \cdot \left|-\frac{1}{6}\right| =$

c) $|-3 - 7| \cdot |-0,1| - \left|-\frac{1}{4}\right| : \left|\frac{7}{8}\right| =$

d) $|-3| - |-5| \cdot \|2| - |-3|\| =$

3. Vypočtěte hodnotu výrazů:

a) $|-2|^2 + |(-3)^2|^2 - |2 - 4 \cdot 3^2| =$

b) $-|(-3)^3 - 2 \cdot (-4)^2| =$

c) $-\left(\left|(-1)^4 - (-1)^3 \cdot (-1)\right|^2\right)^2 =$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Výsledky:

1.

Výraz	Výraz opačný
$20x + 2y$	$-20x - 2y$
$2 - 4y + 4(x - 1) + (2 + y)$	$-2 + 4y - 4(x - 1) - (2 + y)$
$(6x)^3 + (3x - 2) - 3(6 + x^2)$	$-(6x)^3 - (3x - 2) + 3(6 + x^2)$
$-\frac{x+2}{4-x} + 6$	$\frac{x+2}{4-x} - 6$
$(-4x)^2 + \frac{x}{y}$	$-(-4x)^2 - \frac{x}{y}$
$2x - \frac{y}{3} - \left(\frac{x}{y} + 1\right) - 3x + 2^3$	$-2x + \frac{y}{3} + \left(\frac{x}{y} + 1\right) + 3x - 2^3$

2. a) 19; b) $\frac{5}{8}$; c) $\frac{5}{7}$; d) -2

3. a) 51; b) -59; c) 0

16 Sčítání a odčítání výrazů

Výukový materiál se zabývá výkladem pravidel pro sčítání a odčítání výrazů (mnohočlenů) a jejich využití při řešení slovních úloh. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

Výrazy, ve kterých všechny proměnné mají přirozené mocnitele, se nazývají **mnohočleny**

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

$a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ reálná čísla, zvaná **koeficienty mnohočlenu**

n nejvyšší mocnitel proměnné x v mnohočlenu, zvaný **stupeň mnohočlenu**

- **Sčítání**

Zjednodušte výrazy – vzorové úlohy:

a) $(2a + 3b) + (3a - 5b + 3 + x) =$

b) $(2a^2 - 3a) + (5a^2 - a) + (7 - 3a^2) =$

c) $\frac{3}{4}a^5 - \frac{1}{2}a^5 - \frac{5}{8}a^5 =$

Řešení: Můžeme sčítat pouze členy výrazu se stejnými mocniteli a proměnnými. Závorky jsou pro úpravu v podstatě zbytečné.

a) $(2a + 3b) + (3a - 5b + 3 + x) = 2a + 3a + 3b - 5b + 3 + x = 5a - 2b + 3 + x$

b) $(2a^2 - 3a) + (5a^2 - a) + (7 - 3a^2) = 2a^2 + 5a^2 - 3a^2 - 3a - a + 7 = 4a^2 - 4a + 7$

c) $\frac{3}{4}a^5 - \frac{1}{2}a^5 - \frac{5}{8}a^5 = \frac{6a^5 - 4a^5 - 5a^5}{8} = -\frac{3a^5}{8}$

Procvičte si:

a) $(2a + 5mx) + (mx - 2a - 2mx) =$

b) $(-5ab - 2ac + 5ab) + (4ac + 2ab) =$

c) $\left(\frac{2}{3}x^2y - \frac{3}{4}xy\right) + \left(xy - \frac{5}{6}x^2y - \frac{1}{2}xy\right) =$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Řešení: a) $4mx$; b) $2ab + 2ac$; c) $-\frac{x^2y}{6} - \frac{xy}{4}$

• **Odčítání**

Zjednodušte výrazy – vzorové úlohy:

a) $(2x^2 + x) - (3x^2 - 5x + 2) =$

b) $\left(\frac{1}{2}m - \frac{2}{3}n - 1\right) - \left(2 - \frac{3}{4}m\right) + \left(\frac{1}{6}n - 5\right) =$

c) $v^2 - \{9v + [-5v^2 + 6 - (v + 8v^2) + 10v] - 4\} =$

Řešení: Je-li před závorkou obsahující určitý výraz znaménko minus, změníme všechna znaménka výrazu na opačná.

a) $(2x^2 + x) - (3x^2 - 5x + 2) = 2x^2 + x - 3x^2 + 5x - 2 = -x^2 + 6x - 2$

b) $\left(\frac{1}{2}m - \frac{2}{3}n - 1\right) - \left(2 - \frac{3}{4}m\right) + \left(\frac{1}{6}n - 5\right) = \frac{1}{2}m - \frac{2}{3}n - 1 - 2 + \frac{3}{4}m + \frac{1}{6}n - 5 =$
 $= \left(\frac{1}{2}m + \frac{3}{4}m\right) + \left(\frac{1}{6}n - \frac{2}{3}n\right) - 8 = \frac{2+3}{4}m + \frac{1-4}{6}n - 8 = \frac{5}{4}m - \frac{3}{6}n - 8 =$
 $= \frac{5}{4}m - \frac{1}{2}n - 8$

c) $v^2 - \{9v + [-5v^2 + 6 - (v + 8v^2) + 10v] - 4\} =$
 $v^2 - \{9v + [-5v^2 + 6 - v - 8v^2 + 10v] - 4\} =$
 $v^2 - \{9v - 13v^2 + 9v + 6 - 4\} = v^2 - 18v + 13v^2 - 2 = 14v^2 - 18v - 2$

Procvičte si:

a) $(r - s) - (7r + s) - (-r + 7s) + 9s =$

b) $(3x^2 + 2) - (7x^2 + x - 8) =$

c) $3u^2 - [u^3 - (6u^2 + u^3 - u) + (-u^2 - 8u)] =$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Řešení:

a) $-5r$; b) $-4x^2 - x + 10$ c) $10u^2 + 7u$

Určete rozdíl M- N, je-li - vzorová úloha:

$M = 3x - (2y + x) - 7$; $N = -4x + 3y + 5$.

Řešení: $3x - (2y + x) - 7 - (-4x + 3y + 5) = 6x - 5y - 12$

Dokažte, že platí rovnost – vzorová úloha:

$(a + b) + (c - b) = (a + b) - (b - c)$

Řešení: Upravte levou i pravou stranu rovnosti a ověřte, zda se sobě rovnají.
 $a + c = a + c$ rovnost platí

Slovní úlohy:

1. Od součtu čísel $9m$ a $4n$ odečtete rozdíl stejných čísel.
-

Řešení: $(9m+4n) - (9m - 4n) = 8n$

2. Určete součet dvou po sobě jdoucích přirozených čísel, z nichž větší je $3a$.
-

Řešení: $(3a - 1) + 3a = 6a - 1$

3. Délka obdélníka je $3x + y$, šířka je o $x + y$ menší. Určete jeho obvod.
-

Řešení: délka: $3x + y$ šířka: $3x + y - (x + y) = 2x$
obvod: $2(3x + y + 2x) = 2(5x + y) = 10x + 2y$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

16.1 Pracovní list – Sčítání a odčítání výrazů

Pracovní list určený k procvičení pravidel pro sčítání a odčítání výrazů a jejich užití při řešení slovních úloh.

1. Upravte:

a) $(2ab + ac) - (3bc + 10ac) - (-ab + 3bc) =$

b) $(-4a^2x + ax^2 - 3a^2x^2) - (ax^2 + 7a^2x - 2a^2x^2) =$

c) $6a - \{- [2b + 3a - (3b - a) - 2a] + b\} =$

d) $\{8x - [- (2x + 4y) + 6x]\} + 4y =$

e) $3x + 4y - (2x + 1) + \{- 3 - [4x + 2(4y - 1 + 3x)] - 2y\} =$

f) $a^2 - b^2 - \{3ab - 2b^2 - [a^2 + 2ab - (b^2 - ab)]\} =$

2. Upravte:

a) $\left(-11x + 4\frac{1}{2}y - 8z\right) - \left(\frac{1}{2}z - 18x + 9y\right) =$

b) $\left(\frac{1}{3}a - \frac{1}{2}b + \frac{3}{5}c\right) - \left(-\frac{2}{3}a + \frac{1}{4}b + \frac{1}{2}c\right) =$

3. Dosad'te $P = 2a + 3b + 1$, $Q = 5a - 4b - 1$, $R = -7a + b + 6$ a vypoč'tete:

a) $P + Q =$

b) $P - R =$

c) $R - Q =$

d) $P - (Q + R) =$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4. **Dokažte, že platí rovnost** $(x - y) + (z + y) = (y + z) - (y - x)$
5. Zmenšete součet čísel $19u$ a $12v$ o rozdíl čísel $7v$ a $11u$.
6. Ze tří za sebou jdoucích přirozených čísel je nejmenší $s - 1$. Určete jejich součet.
7. Jedna strana trojúhelníka je $2a + 5$, druhá je o $\frac{1}{2}a$ menší a třetí je $2,5a - 10$. Určete obvod tohoto trojúhelníka.
-

Výsledky:

1. a) $3ab - 9ac - 6bc$; b) $-11a^2x - a^2x^2$; c) $8a - 2b$; d) $4x + 8y$;
e) $-9x - 6y - 2$; f) $2a^2$
2. a) $7x - 4\frac{1}{2}y - 8\frac{1}{2}z$; b) $a - \frac{3}{4}b + \frac{1}{10}c$
3. a) $7a - b$; b) $9a + 2b - 5$; c) $-12a + 5b + 7$ d) $4a + 6b - 4$
4. platí
5. $30u + 5v$
6. $3s$
7. $6a$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

17 Násobení výrazů

Výukový materiál se zabývá výkladem pravidel pro násobení výrazů (mnohočlenů). Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

- Násobení jednočlenu jednočlenem**

Podle pravidel pro násobení mocnin.

Počítejte z paměti:

$$\begin{array}{cccccc} a^2 \cdot a^3 & x^5 \cdot x & 2c \cdot c^3 & 3y^3 \cdot 2y^4 \\ -x \cdot (-x) & -a^2 \cdot a^4 & -d^3 \cdot (-5d) & -2p \cdot (-3p^5) \end{array}$$

Počítejte z paměti – rozlišujte sčítání od násobení

$$\begin{array}{ll} \text{a) } x \cdot x & x + x \\ \text{b) } a^3 + a^3 & a^3 \cdot a^3 \\ \text{c) } 2x + 3x & 2x \cdot 3x \\ \text{d) } 6a^4 \cdot 6a^4 & 6a^4 + 6a^4 \end{array}$$

Řešení:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } x^2 & 2x \\ \text{b) } 2a^3 & a^6 \\ \text{c) } 5x & 6x^2 \\ \text{d) } 36a^8 & 12a^4 \end{array}$$

Procvičte si – doplňte tabulku:

$3ab \cdot (-2a^2b^3)$	$5a^2 \cdot 3ab$	$-8d \cdot (-2d^5)$	$-a^2 \cdot 3a^3 \cdot (-2a)$	$-3a^3b^2c \cdot (-2a^3bc)$	$a^4b^3 \cdot (-5ab^2c)$

Řešení:

$3ab \cdot (-2a^2b^3)$	$5a^2 \cdot 3ab$	$-8d \cdot (-2d^5)$	$-a^2 \cdot 3a^3 \cdot (-2a)$	$-3a^3b^2c \cdot (-2a^3bc)$	$a^4b^3 \cdot (-5ab^2c)$
$-6a^3b^4$	$15a^3b$	$16d^6$	$6a^6$	$6a^6b^3c^2$	$-5a^5b^5c$

- Násobení mnohočlenu jednočlenem**

Použijeme distributivní zákon

$$(a + b) \cdot c = ac + bc$$

$$(a - b) \cdot c = ac - bc$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Proveďte – vzorové úlohy:

a) $(3a - 4x) \cdot 2x^2 =$ závorku roznásobte = jednočlenem násobte každý člen mnohočlenu

$$= 3a \cdot 2x^2 - 4x \cdot 2x^2 =$$

$$= 6ax^2 - 8x^3$$

b) $(-4z) \cdot (-2z + 3z - 1) =$

c) $5(3u - 2v) - 3(5u - v) =$

Řešení:

b) $(-4z) \cdot (-2z + 3z - 1) = -4z \cdot (-2z) - 4z \cdot 3z - 4z \cdot (-1) = 8z^2 - 12z^2 + 4z$

c) $5(3u - 2v) - 3(5u - v) = 15u - 10v - 15u + 3v = -7v$

Procvičte si:

a) $3x(x + y) + 5y(x - y) =$

b) $p(3 + 2p) - 4(p^2 + 2) + 3p(p - 1) =$

Řešení:

a) $3x^2 - 5y^2 + 8xy$

b) $p^2 - 8$

• **Násobení mnohočlenu mnohočlenem**

Každý člen jednoho mnohočlenu násobíme každým členem druhého mnohočlenu a vzniklé součiny sečteme.

Proveďte – vzorové úlohy:

a) $(a - b) \cdot (2c + b) = a \cdot (2c + b) - b \cdot (2c + b) = 2ac + ab - 2bc - b^2$

b) $(2x + 3) \cdot (3x + 2) = 2x \cdot (3x + 2) + 3 \cdot (3x + 2) = 6x^2 + 4x + 9x + 6 =$
 $= 6x^2 + 13x + 6$

c) $(4a + 7x) \cdot (3a - x) =$

d) $(z^2 - 3z + 1) \cdot (2z^2 - 3z - 1) =$

e) $6x - (2x + 1)(3y - 4) + 6xy - 5 = 14x - 3y - 1$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Řešení:

$$\begin{aligned} \text{c) } (4a + 7x) \cdot (3a - x) &= 4a(3a - x) + 7x(3a - x) = 12a^2 - 4ax + 21ax - 7x^2 = \\ &= 12a^2 + 17ax - 7x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } (z^2 - 3z + 1) \cdot (2z^2 - 3z - 1) &= \\ &= z^2(2z^2 - 3z - 1) - 3z(2z^2 - 3z - 1) + 1(2z^2 - 3z - 1) = \\ &= 2z^4 - 3z^3 - z^2 - 6z^3 + 9z^2 + 3z + 2z^2 - 3z - 1 = 2z^4 - 9z^3 + 10z^2 - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } 6x - (2x + 1)(3y - 4) + 6xy - 5 &= \\ &= 6x - (6xy - 8x + 3y - 4) + 6xy - 5 = 6x - 6xy + 8x - 3y + 4 + 6xy - 5 = \\ &= 14x - 3y - 1 \end{aligned}$$

Procvičte si:

$$\text{a) } (m + 1) \cdot (m + 2) - (m - 1) \cdot (m + 3) =$$

$$\text{b) } (a + 3) \cdot (a^2 - 2) - (2a^3 - 1) \cdot (1 - a) =$$

$$\text{c) } (2a^2 + 5a - 4) \cdot (a + 3) =$$

Řešení:

$$\text{a) } m + 5$$

$$\text{b) } 2a^4 - a^3 + 3a^2 - 3a - 5$$

$$\text{c) } 2a^3 + 11a^2 + 11a - 12$$

17.1 Pracovní list – Násobení výrazů

Pracovní list určený k procvičení pravidel pro násobení výrazů.

1. Upravte:

- a) $(3x - y)(-x) =$
- b) $(a^2 + b^2) \cdot 2ab =$
- c) $-(3 - z)z^2 =$
- d) $x[1 - (1 - x)] =$

2. Upravte:

- a) $(3x - 5)(2x + 1) =$
- b) $(5a - 2)(4a + 3) =$
- c) $(1 + 5x)(5 - 4x) =$

3. Upravte:

- a) $(2x^2 - 7x + 5)(3x + 5) =$
- b) $(3x^2 - x + 1)(5x - 2) =$
- c) $(a^2 + 3ab - b^2)(2a - b) =$

4. Upravte:

- a) $7x - (2x + 3)(x - 4) - 4(3x + 4) + 2x^2 =$
- b) $- [2x + 1 - 5(x - 3) + (2x + 3)(6 - 3x) + 6x^2] =$
- c) $6x - 2(3x - 2) + (2x + 5)(6 - 5x) - 10(3 - x^2) =$

Výsledky:

- 1. a) $-3x^2 + xy$; b) $2a^3b + 2ab^3$; c) $-3z^2 + z^3$; d) x^2
- 2. a) $6x^2 - 7x - 5$; b) $20a^2 + 7a - 6$; c) $5 + 21x - 20x^2$
- 3. a) $6x^3 - 11x^2 - 20x + 25$; b) $15x^3 - 11x^2 + 7x - 2$;
c) $2a^3 + 5a^2b - 5ab^2 + b^3$
- 4. a) -4 ; b) $-12x + 34$; c) $-13x + 4$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

18 Dělení výrazů

Výukový materiál se zabývá výkladem pravidel pro dělení výrazů (mnohočlenů). Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

- **Dělení jednočlenů**

Podle pravidel dělení mocnin.

Dělte z paměti:

$$x^5 : x^3$$

$$m^4 : m$$

$$a^6 : a^6$$

$$2a^3 : a^3$$

$$6b^4 : 2b^2$$

$$6x^3 : 6x^2$$

$$9c^2 : 3c$$

$$7t^4 : 7t^2$$

Rozlišujte:

$$a^4 \cdot a^3$$

$$a^4 : a^3$$

$$a^5 + a^5$$

$$a^5 : (-a^5)$$

$$-2x^4 : x^3$$

$$5x^2 \cdot (-x^3)$$

$$x^5 : x^5$$

$$2x^6 + x^6$$

Zopakujte si - dělte:

$$a) 10xy : 5 =$$

$$b) 15uv^2 : 3u =$$

$$c) a^3b^4c^2 : a^3b^2c^2 =$$

$$d) 12r^2 : (-3r) =$$

$$e) 9r^4s^4t : (-3r^3s^4) =$$

$$f) 5(a + b) : (a + b) =$$

Řešení:

$$a) 2xy$$

$$b) 5v^2$$

$$c) b^2$$

$$d) -4r$$

$$e) -3rt$$

$$f) 5$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

• **Dělení mnohočlenu jednočlenem**

Jednočlenem vydělíme každý člen mnohočlenu.

Zopakujte si – dělte:

a) $(45c - 36) : 9 =$

b) $(2ab + 4cb) : (2b) =$

c) $(6x^2y - 2xy^2) : (2xy) =$

d) $(-10x^3 + 5x^2 - 20x) : (-5x) =$

Řešení:

a) $5c - 4$

b) $a + 2c$

c) $3x - y$

d) $2x^2 - x + 4$

Procvičte si:

a) $(10a - 5) : 5 - 6(a - 1) =$

b) $(a^2 - 2ab) \cdot 9a^2 - (9ab^3 - 12a^4b^2) : 3ab =$

Řešení:

a) $-4a + 5$

b) $9a^4 - 14a^3b - 3b^2$

• **Dělení mnohočlenu mnohočlenem**

Dělte a uveďte podmínky pro dělitele – vzorové úlohy:

$(10 + 6a^3 - 13a^2 - 9a) : (2a - 5) =$

určete podmínku pro dělitele: $2a - 5 \neq 0 \rightarrow a \neq 2,5$

uspořádejte oba mnohočleny sestupně dle mocnitelů proměnné:

$(6a^3 - 13a^2 - 9a + 10) : (2a - 5)$

První člen dělence dělte prvním členem dělitele: $6a^3 : 2a = 3a^2$

Podílem $3a^2$ vynásobte všechny členy dělitele: $3a^2(2a - 5) = 6a^3 - 15a^2$

Výsledek $6a^3 - 15a^2$ odečtete od členů dělence:

$(6a^3 - 13a^2 - 9a + 10) : (2a - 5) = 3a^2$

$\underline{-6a^3 + 15a^2}$

$0 + 2a^2$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Sepište další členy dělence a postup opakujte:

$$(6a^3 - 13a^2 - 9a + 10) : (2a - 5) = 3a^2 + a - 2$$

$$\underline{-6a^3 + 15a^2}$$

$$0 + 2a^2 - 9a + 10$$

$$\underline{-2a^2 + 5a}$$

$$-4a + 10$$

$$\underline{4a - 10}$$

$$0$$

$$(3x^3 + 14x^2 + x - 5) : (3x - 1) = x^2 + 5x + 2 + \frac{-3}{3x-1}$$

$$\underline{-3x^3 + x^2}$$

$$15x^2 + x - 5$$

$$\underline{-15x^2 + 5x}$$

$$6x - 5$$

$$\underline{-6x + 2}$$

-3 zbytek dělení

částečný podíl

Procvičte si:

a) $(a^2 - 8a + 7) : (a - 7) =$

b) $(6a^3 + a^2 - 29a + 21) : (2a - 3) =$

Řešení:

a) $a - 1$

b) $3a^2 + 5a - 7$

18.1 Pracovní list – Dělení výrazů

Pracovní list určený k procvičení pravidel pro dělení výrazů (mnohočlenů).

1. Dělte:

- a) $(-12pqr) : 3r =$
- b) $(8abc) : (-4bc) =$
- c) $a^9 : a^3 =$
- d) $-8xy^3 : (-2xy) =$
- e) $-4p^4qr^5 : 2p^3qr^2 =$

2. Dělte:

- a) $(8a^2 + 4b) : 4 =$
- b) $(6x^2 - 3x) : x =$
- c) $(6a^3 - 18a^2 - 24a) : 6a =$
- d) $(4c^2d - 12c^4d^3) : (-4c^2d) =$
- e) $(42a^5b^4 - 14a^4b^3 + 35a^3b^2 + 140a^2b) : 7a^2b =$

3. Proveďte:

- a) $(2x - 1) \cdot 2 - (9x - 6) : 3 =$
- b) $x(x - 3) - (6x^3 - 12x^2) : 6x =$
- c) $(x^4 + x^2) : x^2 + (2x^3y - 8xy) : 2xy =$
- d) $2(m + 4) - (10mn - 35n) : 5n =$

4. Dělte:

- a) $(m^2 - 2m - 15) : (m - 5) =$

- b) $(x^2 + 8x + 15) : (x + 3) =$

- c) $(z^2 + 7z + 12) : (z + 4) =$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

d) $(8x^2 - 22x + 15) : (2x - 3) =$

e) $(3a^2 - 4a + 5) : (a - 1) =$

f) $(4x^2 + 7x - 15) : (x + 3) =$

Výsledky:

1. a) $-4pg$; b) $-2a$; c) a^6 ; d) $4y^2$; e) $-2pr^3$

2. a) $2a^2 + b$; b) $6x - 3$; c) $a^2 - 3a - 4$; d) $-1 + 3c^2d^2$;

e) $6a^3b^3 - 2a^2b^2 + 5ab + 20$

3. a) x ; b) $-x$; c) $2x^2 - 3$; d) 15

4. a) $m + 3$; b) $x + 5$; c) $z + 3$; d) $4x - 5$; e) $3a - 1 + \frac{4}{a-1}$

f) $4x - 5$

19 Druhá mocnina dvojčlenu a rozdíl druhých mocnin

Výukový materiál se zabývá výkladem pravidel pro umocňování výrazů (mnohočlenů) a rozdíl druhých mocnin a jejich užitím při řešení slovních úloh. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

Odvození: $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Platí:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$$

Zvláštní případy:

$$(-a - b)^2 = [(-1)(a + b)]^2 = (-1)^2(a + b)^2 = (a + b)^2$$

$$(-a - b)^2 = (a + b)^2$$

$$(-a + b)^2 = [(-1)(a - b)]^2 = (-1)^2(a - b)^2 = (a - b)^2$$

$$(-a + b)^2 = (a - b)^2$$

Odvození: $(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$

Platí:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Vypočtěte podle vzorců – vzorové úlohy:

a) $(a + 9)^2 =$

b) $(2a - 3b)^2 =$

c) $(x^3 + 5)^2 =$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$d) (-3 - 4p)^2 =$$

$$e) (-x + 2x^2)^2 =$$

$$f) (2r + 3s^3) \cdot (2r - 3s^3) =$$

Řešení:

$$a) (x + 9)^2 \quad \text{dosadíte } a = x; b = 9 \text{ a upravte}$$

$$(x + 9)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 9 + 9^2 = x^2 + 18x + 81$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$b) (2a - 3b)^2 \quad \text{dosadíte } a = 2a; b = 3b \text{ a upravte}$$

$$(2a - 3b)^2 = (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3b + (3b)^2 = 4a^2 - 12ab + 9b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$c) (x^3 + 5)^2 \quad \text{dosadíte } a = x^3; b = 5 \text{ a upravte}$$

$$(x^3 + 5)^2 = (x^3)^2 + 2 \cdot x^3 \cdot 5 + 5^2 = x^6 + 10x^3 + 25$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$d) (-3 - 4p)^2 \quad \text{uvědomte si, že } = (3 + 4p)^2 \quad \text{dosadíte } a = 3; b = 4p$$

$$(-3 - 4p)^2 = (3 + 4p)^2 = 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 4p + (4p)^2 = 9 + 24p + 16p^2$$

$$e) (-x + 2x^2)^2 \quad \text{uvědomte si, že } = (x - 2x^2)^2, \text{ případně } = (2x^2 - x)^2$$

$$(-x + 2x^2)^2 = (x - 2x^2)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 2x^2 + (2x^2)^2 = x^2 - 4x^3 + 4x^4$$

$$f) (2r + 3s^3) \cdot (2r - 3s^3) \quad \text{dosadíte } a = 2r; b = 3s^3 \text{ a upravte}$$

$$(2r + 3s^3) \cdot (2r - 3s^3) = (2r)^2 - (3s^3)^2 = 4r^2 - 9s^6$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Vypočtěte podle vzorců – vzorová úloha:

$$(x + 3y)^2 - (x - 3y)^2 =$$

Řešení:

$$(x + 3y)^2 - (x - 3y)^2 = x^2 + 6xy + 9y^2 - (x^2 - 6xy + 9y^2) = \text{závorka je nezbytná!}$$

$$= x^2 + 6xy + 9y^2 - x^2 + 6xy - 9y^2 = 12xy$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Procvičte si:

Cílem cvičení je, aby jste dovedli provádět jednotlivé kroky výpočtu podle vzorců **z paměti** a zapisovali výsledek ihned.

a) $(2x + 6y)^2 =$ b) $(-u^3 + v)^2 =$ c) $(-4a^2 - 3a^4)^2 =$

Řešení:

a) $4x^2 + 24xy + 36y^2$ b) $v^2 - 2u^3v + u^6$ c) $16a^4 + 24a^6 + 9a^8$

Dokažte, že platí rovnost – vzorová úloha:

$$(x + 2)^2 - 3 = (x + 1)^2 + 2x$$

Řešení: Upravte levou i pravou stranu rovnosti a ověřte, zda se sobě rovnají.

$$x^2 + 4x + 4 - 3 = x^2 + 2x + 1 + 2x$$

$$x^2 + 4x + 1 = x^2 + 4x + 1 \quad \text{rovnost platí}$$

Slovní úlohy:

1. O kolik je větší obsah čtverce o straně $a + 1$ než obsah čtverce o straně a ?
-

Řešení: $S_1 = (a + 1)^2$ $S_2 = a^2$

$$S = a^2 + 2a + 1$$

$$S_1 - S_2 = a^2 + 2a + 1 - a^2 = 2a + 1$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

19.1 Pracovní list – Druhá mocnina dvojčlenu a rozdíl druhých mocnin

Pracovní list určený k procvičení pravidel pro umocňování výrazů (mnohočlenů) a rozdíl druhých mocnin a jejich užitím při řešení slovních úloh

1. Vypočtěte podle vzorců (snažte se psát ihned výsledek):

- a) $(4 + y)^2 =$
- b) $(4a - 10)^2 =$
- c) $(2b + 5c)^2 =$
- d) $(a - 3b)^2 =$
- e) $(5 - 2c)^2 =$
- f) $(3x - 2y)^2 =$

2. Vypočtěte podle vzorců (snažte se psát ihned výsledek):

- a) $(2 + v^3)^2 =$
- b) $(a^4 - b^3)^2 =$
- c) $(2rs + 5r)^2 =$
- d) $(3x^2 - 5x^3)^2 =$
- e) $(r^2s^3 + rs)^2 =$
- f) $(2a^2b^3 - a^3b)^2 =$

3. Vypočtěte podle vzorců (snažte se psát ihned výsledek):

- a) $(-x^3 + y)^2 =$
- b) $(-2a - 5)^2 =$
- c) $(4x - 1)(4x + 1) =$
- d) $(-2a^2 - a^4)^2 =$
- e) $(-3x + 3y)^2 =$
- f) $(2xy^2 + 3x^3y^4)^2 =$

4. Vypočtěte podle vzorců:

- a) $(x + y)^2 - (x - y)^2 =$
- b) $3(r + 2)^2 - 2(r + 3) =$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- c) $(5 + x)^2 - (5 - x^2) =$
d) $(3a - 1)^2 - (3a + 2)^2 =$
e) $5(3 - 5a)^2 - 5(3a - 1)(3a + 1) =$
f) $-(2 - a)^2 - 8(1 - a)^2 + 5(1 + a)(1 - a) =$

5. O kolik je větší obsah čtverce o straně $2a - 1$ než obsah čtverce o straně $2a$?
6. O kolik je větší obsah čtverce o straně $a + 1$ než obsah obdélníka s rozměry a , $a + 2$?
-

Výsledky:

1. a) $16 + 8y + y^2$; b) $16a^2 - 80a + 100$; c) $4b^2 + 20bc + 25c^2$;
d) $a^2 - 6ab + 9b^2$; e) $25 - 20c + 4c^2$; f) $9x^2 - 12xy + 4y^2$
2. a) $4 + 4v^3 + v^6$; b) $a^8 - 2a^4b^3 + b^6$; c) $4r^2s^2 + 20r^2s + 25r^2$;
d) $9x^4 - 30x^5 + 25x^6$; e) $r^4s^6 + 2r^3s^4 + r^2s^2$; f) $4a^4b^6 - 4a^5b^4 + a^6b^2$
3. a) $y^2 - 2x^3y + x^6$; b) $4a^2 + 20a + 25$; c) $16x^2 - 1$;
d) $4a^4 + 4a^6 + a^8$; e) $9y^2 - 18xy + 9x^2$; f) $4x^2y^4 + 12x^4y^6 + 9x^6y^8$
4. a) $4xy$; b) $3r^2 + 10r + 6$; c) $2x^2 + 10x + 20$;
d) $-18a - 13$; e) $80a^2 - 150a + 50$; f) $-14a^2 + 20a - 7$
5. o $1 - 4a$
6. o 1 .



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

20 Rozklad výrazů na součin vytýkáním

Výukový materiál se zabývá výkladem pravidel pro rozklad výrazů (mnohočlenů) na součin vytýkáním. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

Vytýkání přes závorku se dá použít, když všechny členy výrazu jsou násobkem stejného činitele, jeho **vytknutí před závorku** rozloží daný výraz na součin.

$$ac + bc = c(a + b)$$

Rozložte na součin výrazy – vzorové úlohy:

a) $2a - 2b =$

b) $4x - 2y =$

c) $6x - 9y =$

d) $5x - xy =$

e) $x^3 + x^4 =$

f) $a^2 - ab =$

Řešení:

a) $2(a-b)$

b) $2(2x-y)$

c) $3(2x-3y)$

d) $x(5 - y)$

e) $x^3(1 + x)$

f) $a(a - b)$

Pozor! Vytýkáme-li před závorku **celý člen výrazu**, nezůstane po něm 0, ale **1**.

Poznámka: V případě přítomnosti více mocnin, vytýkáme **mocninu s nejmenším mocnitelem**.

Procvičte si:

a) $4x^5 - 8x^3 =$

b) $12x - 18y =$

c) $25a^7 - 5a^3 =$

d) $36p^3r^2s + 48p^2rs^2 =$

e) $-5mn^2 + 4m^2n - mn =$

Řešení:

a) $4x^3(x^2 - 2)$

b) $6(2x - 3y)$

c) $5a^3(5a^4 - 1)$

d) $6p^2rs(6pr + 8s)$

e) $mn(-5n + 4m - 1)$

Poznámka: O správnosti vytýkání se můžeme přesvědčit roznásobením získaných výrazů.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Často bývá výhodné vytknout **-1**. Dosáhneme tím změny znamének u všech členů daného výrazu.

Vytkněte -1 z výrazů:

a) $-u^2 + t^3 =$ b) $-2a - 5b =$ c) $1 - 4x - 7x^2 =$

Řešení:

a) $-1(u^2 - t^3)$ b) $-1(2a + 5b)$ c) $-1(-1 + 4x + 7x^2)$

Platí:

$$x - y = (-1)(-x + y) = -(-x + y) = -(y - x)$$

Někdy z daného výrazu dá vytknout nejen jednočlen .

Rozložte na součin:

a) $3(a + 1) - b(a + 1) =$ b) $2rs + 5r + 4s + 10 =$
c) $2a^3 + 3a^2 - 2a - 3 =$ d) $2ax - 3by - 2bx + 3ay =$

Řešení:

- a) oba členy výrazu obsahují $(a + 1)$, tedy
 $3(a + 1) - b(a + 1) = (a + 1)(3 - b)$
- b) 2 a 2 členy daného čtyřčlenu mají společné činitele $(r; 2)$, tedy
 $2rs + 5r + 4s + 10 = r(2s + 5) + 2(2s + 5) = (2s + 5)(r + 2)$
- c) $2a^3 + 3a^2 - 2a - 3$
 $a^2(2a + 3) - 1(2a + 3) = (2a + 3)(a^2 - 1) = (2a + 3)(a - 1)(a + 1)$
- d) $2ax - 3by - 2bx + 3ay =$ lépe změnit pořadí, tedy
 $2ax - 2bx - 3by + 3ay = 2x(a - b) + 3y(-b + a) = (a - b)(2x + 3y)$

Procvičte si:

a) $5r + 5s - rt - st =$ b) $x(5 - y) + 5(y - 5) =$

Řešení:

a) $(r + s)(5 - t)$ b) $(5 - y)(x - 5)$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

20.1 Pracovní list – Rozklad výrazů na součin vytýkáním

Pracovní list určený k procvičení pravidel pro rozklad výrazů (mnohočlenů) na součin vytýkáním.

1. Rozložte na součin:

$a-ab$	$10x-5$	$4p+6q$	$3r-6rs$	$2x^5-x^4$	$2a^2+4a$	$3mn^3-9n^2$	$xy^3z^2+x^2yz^2$

2. Rozložte na součin:

$4ab+2bc-6bd$	$5a^2+15a^4-20a^3$	$2a^2b^2c^3-ab^2c^2+a^3b^3c$	$48a^2b+32ab^2+16a^2b^2$

3. Z daných výrazů vytkněte -1:

$-x-y$	$3x-2y$	$5m+9$	$-8+3c$	$-3r^2-5rs-1$	$-2r+4s^2-8$	$-a^3+2a^2$

4. Rozložte na součin:

a) $x(m-n) + 5(m-n) =$

b) $(4-p) - 2q(4-p) =$

c) $3d(c+ab) - 8(ab+c) =$

5. Rozložte na součin:

a) $x(a-1) + 2(1-a) =$

b) $4(x-y) - 7z(y-x) =$

c) $a^2(2a-3) + (3-2a) =$

6. Rozložte na součin:

a) $y(3+z) + 3+z =$

b) $u(2-v) - 2+v =$

c) $a^3 - a^2 + a - 1 =$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Výsledky:

1.

$a-ab$	$10x-5$	$4p+6q$	$3r-6rs$	$2x^5-x^4$	$2a^2+4a$	$3mn^3-9n^2$	$xy^3z^2+x^2yz^2$
$a(1-b)$	$5(2x-1)$	$2(2p+3q)$	$3r(1-2s)$	$x^4(2x-1)$	$2a(a+2)$	$3n^2(mn-3)$	$xyz^2(y^2+x)$

2.

$4ab+2bc-6bd$	$5a^2+15a^4-20a^3$	$2a^2b^2c^3-ab^2c^2+a^3b^3c$	$48a^2b+32ab^2+16a^2b^2$
$2b(2a+c-3d)$	$5a^2(1+3a^2-4a)$	$ab^2c(2ac^2-c+a^2b)$	$16ab(3a+2b+ab)$

3.

$-x-y$	$3x-2y$	$5m+9$	$-8+3c$	$-3r^2-5rs-1$	$-2r+4s^2-8$	$-a^3+2a^2$
$-1(x+y)$	$-1(2y-3x)$	$-1(-5m-9)$	$-1(8-3c)$	$-1(3r^2+5rs+1)$	$-1(2r-4s^2+8)$	$-1(a^3-2a^2)$

4. a) $(m-n)(x+5)$; b) $(4-p)(1-2q)$; c) $(c+ab)(3d-8)$

5. a) $(a-1)(x-2)$; b) $(x-y)(4+7z)$; c) $(2a-3)(a-1)(a+1)$

6. a) $(3+z)(y+3)$; b) $(2-v)(u-1)$; c) $(a^2+1)(a-1)$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

21 Rozklad výrazů na součin užitím vzorců

Výukový materiál se zabývá výkladem pravidel pro rozklad výrazů (mnohočlenů) na součin užitím vzorců. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

Při rozkladu výrazu na součin můžeme někdy použít i známé vzorce – v „obráceném směru“.

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 = (a + b)(a + b)$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 = (a - b)(a - b)$$

Rozložte na součin – vzorové úlohy:

- a) $x^2 - 16 =$ b) $1 - y^2 =$ c) $9r^2 - 4s^2 =$
d) $(2x - 1)^2 - 16 =$
e) $(a - 2)^2 - (b + 1)^2 =$
f) $25r^3 - r =$

Řešení:

- a) $x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x + 4)(x - 4)$
 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
b) $1 - y^2 = 1^2 - y^2 = (1 + y)(1 - y)$
c) $9r^2 - 4s^2 = (3r)^2 - (2s)^2 = (3r + 2s)(3r - 2s)$
d) $(2x - 1)^2 - 16 = (2x - 1)^2 - 4^2 = (2x - 1 + 4)(2x - 1 - 4) = (2x + 3)(2x - 5)$
e) $(a - 2)^2 - (b + 1)^2 = (a - 2 + b + 1)(a - 2 - (b + 1)) = (a + b - 1)(a - b - 3)$
f) $25r^3 - r = r(25r^2 - 1) = r(5r + 1)(5r - 1)$

Procvičte si:

- a) $9a^2 - 1 =$ b) $4y^4 - 9x^2 =$ c) $9 - 4a^2b^6 =$
d) $(x + y)^2 - x^2 =$
e) $36 - (2x - y)^2 =$
f) $(3r - 2s)^2 - (2r - 3s)^2 =$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Řešení:

- a) $(3a + 1)(3a - 1)$; b) $(2y + 3x)(2y - 3x)$; c) $(3 + 2ab^3)(3 - 2ab^3)$;
d) $(2xy + y)y$; e) $(6 + 2x - y)(6 - 2x + y)$;
f) $(3r - 2s + 2r - 3s)(3r - 2s - 2r + 3s) = (5r - 5s)(r + s) = 5(r - s)(r + s)$

Rozložte na součin – vzorové úlohy:

- a) $x^2 + 4x + 4 =$ b) $25a^2 - 10a + 1 =$
c) $s^2 + r^2 + 2rs =$ d) $k^2 - 2km - m^2 =$
e) $4a^4b^2 - 20a^2bc + 25c^2 =$

Řešení:

- a) $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2 = (x + 2)(x + 2)$
 $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 = (a + b)(a + b)$
 $a^2 = x^2$; $b^2 = 4 \rightarrow a = x$; $b = 2$
- b) $25a^2 - 10a + 1 = (5a - 1)^2 = (5a - 1)(5a - 1)$
 $a^2 = 25a^2$; $b^2 = 1 \rightarrow a = 5a$ $b = 1$
- c) $s^2 + r^2 + 2rs =$
Někdy jsou členy **v různém pořadí**, je vhodné je nejprve **seřadit** \rightarrow 1. a poslední člen by měli mít **sudé mocnitele**.
 $= s^2 + 2rs + r^2 = (s + r)^2 = (s + r)(s + r)$
- d) $k^2 - 2km - m^2 =$ **nelze rozložit**
- e) $4a^4b^2 - 20a^2bc + 25c^2 = (2a^2b - 5c)^2 = (2a^2b - 5c)(2a^2b - 5c)$
 $a^2 = 4a^4b^2$; $b^2 = 25c^2 \rightarrow a = 2a^2b$; $b = 5c$

Rozložte na součin – vzorové úlohy:

- a) $2a^2b - 20ab + 50b =$
b) $-x^2 - y^2 - 2xy =$

Řešení:

- a) $2a^2b - 20ab + 50b = 2$ členy nemají sudé mocnitele \rightarrow upravte vytykáním
 $= 2b(a^2 - 10a + 25) = 2b(a - 5)^2 = 2b(a - 5)(a - 5)$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

b) $-x^2 - y^2 - 2xy =$ znaménka nevyhovují žádnému ze vzorců \rightarrow upravte vytýkáním $= -(x^2 + y^2 + 2xy) =$ upravte pořadí členů výrazu
 $= -(x^2 + 2xy + y^2) = -(x + y)^2 = -(x + y)(x + y)$

Procvičte si – rozložte na součin:

a) $4a^2 - 12a + 9 =$

b) $12xy + 9x^2 + 4y^2 =$

c) $8a^2b + a^4 + 16b^2 =$

d) $-x^2 + 20x - 100 =$

e) $9a^4b^2 + a^2b^2 + 6a^3b^2 =$

Řešení:

a) $(2a - 3)^2$

b) $(3x + 2y)^2$

c) $(a^2 + 4b)^2$

d) $-(x - 10)^2$

e) $a^2b^2(9a^2 + 6a + 1) = a^2b^2(3a + 1)^2$

21.1 Pracovní list – Rozklad výrazů na součin užitím vzorců

Pracovní list určený k procvičení pravidel pro rozklad výrazů (mnohočlenů) na součin užitím vzorců.

1. Rozložte na součin:

- a) $36a^6b^4 - 1 =$
- b) $9 + 12x + 4x^2 =$
- c) $a^6 - 4a^3b^2 + 4b^4 =$
- d) $4x^2y^2 + 12x^3y^3 + 9x^4y^4 =$
- e) $a^4b^2 - 8a^2bc + 16c^2 =$

2. Rozložte na součin:

- a) $80 - 120a + 45a^2 =$
- b) $12x^2 - 36xy + 27y^2 =$
- c) $16abx^2 + 40abxy + 25aby^2 =$
- d) $-9x^2 + 30x - 25 =$
- e) $18x^8 - 12x^6 + 2x^4 =$

3. Rozložte na součin:

- a) $9a^2 - (1 - 3b)^2 =$
- b) $1 - (y + 1)^2 =$
- c) $(ab)^2 - 4c^2 =$
- d) $144 - (2x - y)^2 =$
- e) $(1 + 2a)^2 - (2 - a)^2 =$

Výsledky:

- 1. a) $(6a^3b^2 + 1)(6a^3b^2 - 1)$; b) $(3 + 2x)^2$; c) $(a^3 - 2b^2)^2$; d) $(2xy + 3x^2y^2)^2$;
e) $(a^2b - 4c)^2$
- 2. a) $5(4 - 3a)^2$; b) $3(2x - 3y)^2$; c) $ab(4x + 5y)^2$; d) $-(3x - 5)^2$;
e) $2x^2(3x^3 - x)^2$
- 3. a) $(3a + 1 - 3b)(3a - 1 + 3b)$; b) $(1 + y + 1)(1 - y - 1) = (y + 2)(-y)$;
c) $(ab + 2c)(ab - 2c)$; d) $(12 + 2x - y)(12 - 2x + y)$;
e) $(1 + 2a + 2 - a)(1 + 2a - 2 + a) = (3 + a)(3a - 1)$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

22 Definiční obor lomených výrazů

Výukový materiál se zabývá výkladem pravidel pro určování definičního oboru lomených výrazů. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

Lomený výraz je podíl dvou výrazů, přičemž jmenovatel je různý od nuly.

Poznámka:

Nulou nemůžeme dělit → v lomených výrazech musíme vždy z oboru proměnné vyjmout ta čísla, pro která výraz v jeho jmenovateli nabývá hodnotu nula = říkáme, že

určujeme podmínky, pro které má lomený výraz smysl

určujeme, kdy má lomený výraz smysl

určujeme, pro které hodnoty proměnných má lomený výraz smysl

určujeme definiční obor lomeného výrazu

Např.: Pro lomený výraz $\frac{a+b}{a-b}$ musí platit $a-b \neq 0 \Rightarrow a \neq b$.

Určete definiční obor lomených výrazů (kdy mají smysl, ...) – **vzorové úlohy:**

$$a) \frac{2a+b}{a} \quad b) \frac{3-2x}{3y} \quad c) \frac{5+4p}{2} \quad d) \frac{s-2}{2r-3} \quad e) \frac{m+1}{m^2-9} \quad f) \frac{3ab}{a^3-ab^2}$$

Řešení: Výraz má smysl pro proměnné uvedené v rámečku.

a) $a \neq 0$ b) $3y \neq 0 \quad /:3$

$$y \neq 0$$

c) Jmenovatel je různý od nuly → daný výraz má smysl pro $\boxed{\text{každé reálné číslo}}$

d) $2r - 3 \neq 0 \quad /+3$

$$x \in \mathbb{R}$$

$$2r \neq 3 \quad /:2$$

$$r \neq \frac{3}{2}$$

e) $m^2 - 9 \neq 0$ dvojčlen rozložte podle vzorce

$$(m - 3)(m + 3) \neq 0$$

Součin je různý od nuly, jestliže je různý od nuly každý jeho činitel.

$a \cdot b \cdot c \neq 0$, jestliže $a \neq 0$ a zároveň $b \neq 0$ a zároveň $c \neq 0$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$m - 3 \neq 0 \quad a \quad m + 3 \neq 0 \quad a, a \text{ zároveň symbolicky } \boxed{\wedge}$$

$$\boxed{m \neq 3 \quad a \quad m \neq -3}$$

f) $a^3 - ab^2 \neq 0$ dvojčlen rozložte vytýkáním

$a(a^2 - b^2) \neq 0$ dvojčlen v závorce rozložte podle vzorce

$$a(a - b)(a + b) \neq 0$$

$$a \neq 0 \quad a - b \neq 0 \quad a + b \neq 0$$

$$\boxed{a \neq 0 \quad \wedge \quad a \neq b \quad \wedge \quad a \neq -b}$$

Procvičte si – určete, kdy mají výrazy smysl:

a) $\frac{z+t}{z-2t}$ b) $\frac{6a}{2a^2-6a}$ c) $\frac{2r}{r^2-6rs+9s^2}$ d) $\frac{2}{3a^2b^3}$ e) $\frac{z+3}{9-z^2}$ f) $\frac{a}{3}$

Řešení:

a) $z \neq 2t$ b) $a \neq 0 \quad a \neq 3$ c) $r \neq 3s$ d) $a \neq 0 \quad \wedge \quad b \neq 0$

e) $z \neq 3 \quad \wedge \quad z \neq -3$ f) pro každé reálné číslo; $x \in \mathbb{R}$

Procvičte si - určete, pro které hodnoty proměnných nemají smysl výrazy:

a) $\frac{2}{r-3r^2}$ b) $\frac{x}{(a+1)(2-a)}$ c) $\frac{8x}{9y^2-12y+4}$ d) $\frac{a-2}{9z^2-36}$

Řešení: Výraz nemá smysl pro proměnné uvedené v rámečku.

Výraz nemá smysl, jestliže ve jmenovateli se vyskytne 0, tedy

a) $r - 3r^2 = 0$

$$r(1 - 3r) = 0$$

Součin je rovný nule, jestliže se aspoň jeden jeho činitel rovná nule.

$a \cdot b \cdot c = 0$, jestliže $a = 0$, nebo $b = 0$ nebo $c = 0$

$$r = 0 \text{ nebo } 1 - 3r = 0$$

$$\boxed{r = 0 \text{ nebo } r = \frac{1}{3}}$$

nebo symbolicky $\boxed{\vee}$

b) $\boxed{a = -1 \vee a = 2}$

c) $\boxed{y = \frac{2}{3}}$

d) $\boxed{z = 2 \vee z = -2}$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

22.1 Pracovní list – Definiční obor lomených výrazů

Pracovní list určený k procvičení pravidel pro určování definičního oboru lomených výrazů.

1. Určete podmínky, pro které má daný lomený výraz smysl:

a)

$\frac{2}{-x^2}$	$\frac{c}{a^2b}$	$\frac{x-1}{4-x}$	$\frac{9}{3x+3}$	$\frac{x^2}{-6x+27x^2}$

b)

$\frac{25x}{4x^2+1}$	$\frac{8}{x^2-4}$	$\frac{3x}{x^2+6x+9}$	$\frac{x-2}{(2x-1)(x+3)}$	$\frac{x-1}{y^2+y}$

c)

$\frac{u+3v}{u-3v}$	$\frac{x+1}{x^2-10x+25}$	$\frac{m-3n}{n^2-m^2}$	$\frac{x+5}{5}$	$\frac{6}{5x}$

2. Určete, pro které hodnoty proměnných nemají smysl výrazy:

$\frac{2}{t^3}$	$\frac{6}{16-x^2}$	$\frac{x}{x^2-2x+1}$	$\frac{3a-2}{2x^2-4x}$	$\frac{5}{3m}$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Výsledky:

1. a)

$\frac{2}{-x^2}$	$\frac{c}{a^2b}$	$\frac{x-1}{4-x}$	$\frac{9}{3x+3}$	$\frac{x^2}{-6x+27x^2}$
$x \neq 0$	$a \neq 0 \wedge b \neq 0$	$x \neq 4$	$x \neq -1$	$x \neq 0 \wedge x \neq -\frac{2}{9}$

b)

$\frac{25x}{4x^2+1}$	$\frac{8}{x^2-4}$	$\frac{3x}{x^2+6x+9}$	$\frac{x-2}{(2x-1)(x+3)}$	$\frac{x-1}{y^2+y}$
$x \in R$	$x \neq 2 \wedge x \neq -2$	$x \neq -3$	$x \neq \frac{1}{2} \wedge x \neq -3$	$y \neq 0 \wedge y \neq -1$

c)

$\frac{u+3v}{u-3v}$	$\frac{x+1}{x^2-10x+25}$	$\frac{m-3n}{n^2-m^2}$	$\frac{x+5}{5}$	$\frac{6}{5x}$
$u \neq 3v$	$x \neq 5$	$n \neq m \wedge n \neq -m$	$x \in R$	$x \neq 0$

2.

$\frac{2}{t^3}$	$\frac{6}{16-x^2}$	$\frac{x}{x^2-2x+1}$	$\frac{3a-2}{2x^2-4x}$	$\frac{5}{3m}$
$t = 0$	$x = 4 \vee x = -4$	$x = 1$	$x = 0 \vee x = 2$	$m = 0$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

23 Krácení lomených výrazů

Výukový materiál se zabývá výkladem pravidel pro krácení lomených výrazů. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

Krátit lomený výraz znamená dělit čitatele i jmenovatele stejným výrazem různým od nuly.

Stejně jako u zlomků můžeme u lomených výrazů krátit jen tehdy, když číselník i jmenovatel mají tvar součinu!

Zjednodušte lomený výraz – vzorové úlohy:

$$a) \frac{72x^2y^4z^3}{84x^3y^4z} =$$

$$b) \frac{u-v}{v-u} =$$

$$c) \frac{3x-6y}{4x-8y} =$$

$$d) \frac{4x^2-12x+9}{4x^2-9} =$$

Řešení: Nezbytnou součástí řešení je určení definičního oboru lomeného výrazu.

- a) Číselník i jmenovatel **má tvar součinu** → můžete ihned krátit. Čísla vykrátíte a použijte pravidlo pro dělení mocnin se stejným základem.

$$\frac{72x^2y^4z^3}{84x^3y^4z} = \frac{6z^2}{7x}; \quad x \neq 0 \wedge y \neq 0 \wedge z \neq 0$$

- b) Výrazy v závorce se liší jen znaménkem → z jednoho vytkněte -1.

$$\frac{u-v}{v-u} = \frac{-(v-u)}{v-u} = -1; \quad v \neq u$$

- c) Číselníky i jmenovatele **upravte na tvar součinu vytýkáním**, pak můžete krátit.

$$\frac{3x-6y}{4x-8y} = \frac{3(x-2y)}{4(x-2y)} = \frac{3}{4}; \quad x \neq 2y$$

- d) Číselníky i jmenovatele **rozložte na součin podle vzorců**, pak můžete krátit.

$$\frac{4x^2-12x+9}{4x^2-9} = \frac{(2x-3)^2}{(2x-3)(2x+3)} = \frac{2x-3}{2x+3}; \quad x \neq -\frac{3}{2} \wedge x \neq \frac{3}{2}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Procvičte si:

$$a) \frac{8ab - 12a^2b}{8ab} =$$

$$b) \frac{x - 4}{16 - x^2} =$$

$$c) \frac{4a - 20b}{a^2 - 25b^2} =$$

$$d) \frac{6xy + 15xy^2}{2x + 5xy} =$$

Řešení:

$$a) \frac{2 - 3a}{2}; a \neq 0 \wedge b \neq 0 \quad b) -\frac{1}{4 + x}; x \neq -4 \wedge x \neq 4 \quad c) \frac{4}{a + 5b}; a \neq -5b \wedge a \neq 5b$$

$$d) 3y; x \neq 0 \wedge y \neq -\frac{2}{5}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

23.1 Pracovní list – Krácení lomených výrazů

Pracovní list určený k procvičení pravidel pro krácení lomených výrazů.

1. Zjednodušte lomený výraz:

$$a) \frac{a^2b}{a^3b^2} = \quad b) \frac{16xy}{20x^2z} = \quad c) \frac{3u^2v^3}{15u^3v^2} = \quad d) \frac{(3m)^3n}{9m^3n^3} =$$

2. Zjednodušte lomený výraz:

$$a) \frac{3a-6}{6a-6} = \quad b) \frac{2x-2y}{x^2-xy} =$$

$$c) \frac{4x^2+4x}{2xy+2x} = \quad d) \frac{9z^3-27vz}{3vz^2-z^4} =$$

3. Převeďte lomené výrazy na základní tvar:

$$a) \frac{4(x-y)^2}{6xy-6y^2} = \quad b) \frac{z^2-1}{az+a} =$$

$$c) \frac{(m+n)^2}{mn+n^2} = \quad d) \frac{r+s}{r^2+2rs+s^2} =$$

4. Zjednodušte lomený výraz:

$$a) \frac{2u+2v}{2u^2-2v^2} = \quad b) \frac{2(a+5)^2}{2a^2-50} =$$

$$c) \frac{5c+10}{2c^2-8} = \quad d) \frac{a^4-81}{9-a^2} =$$

$$e) \frac{4bc-2ac}{a^2c-4b^2c} =$$

Řešení:

$$1.a) \frac{1}{ab}; a \neq 0 \wedge b \neq 0 \quad b) \frac{4y}{5xz}; x \neq 0 \wedge z \neq 0 \quad c) \frac{v}{5u}; u \neq 0 \wedge v \neq 0 \quad d) \frac{3}{n^2}; m \neq 0 \wedge n \neq 0$$

$$2.a) \frac{a-2}{2(a-1)}; a \neq 1 \quad b) \frac{2}{x}; x \neq 0 \wedge x \neq y \quad c) \frac{2(x+1)}{y+1}; x \neq 0 \wedge y \neq -1 \quad d) -\frac{9}{z}; z \neq 0 \wedge v \neq \frac{z^2}{3}$$

$$3.a) \frac{2(x-y)}{3y}; y \neq 0 \wedge x \neq y \quad b) \frac{z-1}{a}; a \neq 0 \wedge z \neq -1 \quad c) \frac{m+n}{n}; n \neq 0 \wedge m \neq -n \quad d) \frac{1}{r+s}; r \neq -s$$

$$4.a) \frac{1}{u-v}; u \neq v \wedge u \neq -v \quad b) \frac{a+5}{a-5}; a \neq 5 \wedge a \neq -5 \quad c) \frac{5}{2(c-2)}; c \neq -2 \wedge c \neq 2 \quad d) -(a^2-9);$$

$$a \neq -3 \wedge a \neq 3 \quad e) -\frac{2}{a+2b}; c \neq 0 \wedge a \neq 2b \wedge a \neq -2b$$

24 Vhodný společný násobek výrazů

Výukový materiál se zabývá výkladem pravidel pro rozšiřování lomených výrazů a určování vhodného společného násobku. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

Rozšířit lomený výraz znamená vynásobit čitatele i jmenovatele stejným číslem nebo výrazem různým od nuly.

Rozšiřte výraz $\frac{5ac}{8b}$ výrazem $3ab$: $\frac{5ac}{8b} = \frac{5ac \cdot 3ab}{8b \cdot 3ab} = \frac{15a^2bc}{24ab^2}$; $a \neq 0 \wedge b \neq 0$

Rozšiřte výrazy tak, aby v jejich jmenovateli byl výraz $12a^2b^2c^2$ – vzorové úlohy:

$$a) \frac{2}{3} = \frac{\quad}{12a^2b^2c^2}$$

$$b) \frac{1}{6abc} = \frac{\quad}{12a^2b^2c^2}$$

Řešení:

$$a) \frac{2}{3} = \frac{\quad}{12a^2b^2c^2}$$

$12a^2b^2c^2 = 3 \cdot 4a^2b^2c^2 \rightarrow$ daný výraz rozšíříme výrazem $4a^2b^2c^2$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4a^2b^2c^2}{3 \cdot 4a^2b^2c^2} = \frac{8a^2b^2c^2}{12a^2b^2c^2}$$

$$b) \frac{1}{6abc} = \frac{\quad}{12a^2b^2c^2}$$

$12a^2b^2c^2 = 6abc \cdot 2abc \rightarrow$ daný výraz rozšíříme výrazem $2abc$

$$\frac{1}{6abc} = \frac{1 \cdot 2abc}{6abc \cdot 2abc} = \frac{2abc}{12a^2b^2c^2}$$

Procvičte si:

$$c) \frac{5a^2b}{3c^2} = \frac{\quad}{12a^2b^2c^2}$$

$$c) \frac{5a^2b}{3c^2} = \frac{\quad}{12a^2b^2c^2}$$

$12a^2b^2c^2 = 3c^2 \cdot 4a^2b^2 \rightarrow$ daný výraz rozšíříme výrazem $4a^2b^2$

$$\frac{5a^2b}{3c^2} = \frac{5a^2b \cdot 4a^2b^2}{3c^2 \cdot 4a^2b^2} = \frac{20a^4b^3}{12a^2b^2c^2}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vhodný společný násobek získáme rozšířením daných lomených výrazů na stejného jmenovatele.

Určete nejmenší společný násobek výrazů – vzorové úlohy:

- | | |
|-----------------------------|--------------------------------|
| a) $a + b, a - b$ | b) $x + y, 3x + 3y$ |
| c) $ac - bc, 2a - 2b$ | d) $m^2 - 9, m + 3$ |
| e) $u^2 - 2uv + v^2, u - v$ | f) $x^3 - x, x^2 - x, x^2 + x$ |

Řešení:

- | | |
|--------------------------------|-------------------------|
| a) $a + b, a - b$ | $(a + b) \cdot (a - b)$ |
| b) $x + y, 3x + 3y$ | $3(x + y)$ |
| c) $ac - bc, 2a - 2b$ | $2c(a - b)$ |
| d) $m^2 - 9, m + 3$ | $(m - 3)(m + 3)$ |
| e) $u^2 - 2uv + v^2, u - v$ | $(u - v)^2$ |
| f) $x^3 - x, x^2 - x, x^2 + x$ | $x(x - 1)(x + 1)$ |

Procvičte si:

- | | |
|------------------------|-----------------------------|
| a) $r^2 - rs, r - s$ | b) $m^2 + m, mn + n$ |
| c) $z^2 - 2, z^3 - 2z$ | d) $2t + 2, 4t + 4$ |
| e) $a^3, 2a, a^2$ | f) $4a^2 - 12a + 9, 4a - 6$ |

Řešení:

- a) $r(r - s)$; b) $mn(m + 1)$; c) $z(z^2 - 2)$; d) $4(t + 1)$; e) $2a^3$; f) $2(2a - 3)^2$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Rozšiřte dané lomené výrazy tak, aby měly stejné jmenovatele – vzorové úlohy:

a) $\frac{3x}{2y}, \frac{1}{xy}$

b) $\frac{2}{x+1}, \frac{x}{1-x}$

c) $\frac{y}{y^2-1}, \frac{y}{y-1}$

Řešení:

- a) Vhodný společný násobek výrazů $2y$ a xy je **$2xy$** .

$$\frac{3x}{2y} \text{ rozšíříme } x \qquad \frac{1}{xy} \text{ rozšíříme } 2$$

$$\frac{3x}{2y} = \frac{3x \cdot x}{2y \cdot x} = \frac{3x^2}{2xy} \qquad \frac{1}{xy} = \frac{1 \cdot 2}{xy \cdot 2} = \frac{2}{2xy}; \quad x \neq 0 \wedge y \neq 0$$

- b) Vhodný společný násobek výrazů $(x+1)$ a $(1-x)$ je **$(x+1)(1-x)$**

$$\frac{2}{x+1} \text{ rozšíříme } (1-x) \qquad \frac{x}{1-x} \text{ rozšíříme } (x+1)$$

$$\frac{2}{x+1} = \frac{2 \cdot (1-x)}{(x+1) \cdot (1-x)} = \frac{2-2x}{(x+1)(1-x)}$$

$$\frac{x}{1-x} = \frac{x \cdot (x+1)}{(1-x) \cdot (x+1)} = \frac{x^2+x}{(1-x)(x+1)}; \quad x \neq 1 \wedge x \neq -1$$

- c) Vhodný společný násobek výrazů $y^2-1 = (y+1)(y-1)$ a $(y-1)$ je **$(y+1)(y-1)$**

$$\frac{y}{y-1} \text{ rozšíříme } (y+1)$$

$$\frac{y}{y-1} = \frac{y \cdot (y+1)}{(y-1) \cdot (y+1)} = \frac{y^2+y}{(y-1)(y+1)}; \quad y \neq 1 \wedge y \neq -1$$

$$\frac{y}{y^2-1} = \frac{y}{(y+1)(y-1)} \text{ rozložíme na součin a nerozšiřujeme}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

24.1 Pracovní list – Vhodný společný násobek výrazů

Pracovní list určený k procvičení pravidel pro rozšiřování lomených výrazů a určování vhodného společného násobku

1. Rozšiřte dané lomené výrazy tak, aby měly uvedeného jmenovatele:

a) $\frac{2ab}{c} = \frac{\quad}{ac}$

b) $\frac{3a}{7b^2} = \frac{\quad}{35ab^2c}$

c) $\frac{2a}{a-b} = \frac{\quad}{a^2-b^2}$

d) $\frac{a-4}{a+4} = \frac{\quad}{a^2-16}$

e) $\frac{u+3}{u-2} = \frac{\quad}{u^2-4u+4}$

f) $\frac{z-1}{z+1} = \frac{\quad}{z^2+2z+1}$

2. Určete nejmenší společný násobek výrazů:

a) $a^2 + ab, a + b$

b) $4 - x^2, x^2 + 2x$

c) $pq - q, 2p - 2$

d) $4a^5, a^4, 3a^3$

e) $a^2 - 2ab + b^2, (a - b)^3$

f) $9a^2 - 4, 6a - 4$

3. Následující zlomky zapište se společnými jmenovateli:

a) $\frac{a}{2}, \frac{2}{a}$

b) $\frac{b}{2a}, \frac{a}{b}, \frac{1}{ab}$

c) $\frac{2}{a+1}, \frac{1}{a}, \frac{3}{5}$

d) $\frac{3}{a+b}, \frac{2}{a-b}, \frac{1}{a^2-b^2}$

e) $\frac{2x+3}{x+2}, \frac{x}{x+3}, \frac{1}{x}$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Výsledky:

1.

$$a) \frac{2ab}{c} = \frac{2a^2b}{ac}; a \neq 0 \wedge c \neq 0$$

$$b) \frac{3a}{7b^2} = \frac{15a^2c}{35ab^2c}; a \neq 0 \wedge b \neq 0 \wedge c \neq 0$$

$$c) \frac{2a}{a-b} = \frac{2a(a+b)}{(a-b)(a+b)}; a \neq b \wedge a \neq -b$$

$$d) \frac{a-4}{a+4} = \frac{(a-4)(a-4)}{(a+4)(a-4)} = \frac{a^2-8a+16}{(a+4)(a-4)}; a \neq -4 \wedge a \neq 4$$

$$e) \frac{u+3}{u-2} = \frac{(u+3)(u-2)}{(u-2)(u-2)} = \frac{u^2+u-6}{(u-2)^2}; u \neq 2$$

$$f) \frac{z-1}{z+1} = \frac{(z-1)(z+1)}{(z+1)(z+1)} = \frac{z^2-1}{(z+1)^2}; z \neq -1$$

2.

a) $a(a+b)$; b) $x(2-x)(2+x)$; c) $2q(p-1)$ d) $4a^5$; e) $(a-b)^3$;

f) $2(3a-2)(3a+2)$

3.

$$a) \frac{a^2}{2a}, \frac{4}{2a}; a \neq 0$$

$$b) \frac{b^2}{2ab}, \frac{2a^2}{2ab}, \frac{2}{2ab}; a \neq 0 \wedge b \neq 0$$

$$c) \frac{10a}{5a(a+1)}, \frac{5(a+1)}{5a(a+1)}, \frac{3a(a+1)}{5a(a+1)}; a \neq 0 \wedge a \neq -1$$

$$d) \frac{3(a-b)}{a^2-b^2}, \frac{2(a+b)}{a^2-b^2}, \frac{1}{a^2-b^2}; a \neq b \wedge a \neq -b$$

$$e) \frac{x(2x+3)(x+3)}{x(x+2)(x+3)}, \frac{x^2(x+2)}{x(x+2)(x+3)}, \frac{(x+2)(x+3)}{x(x+2)(x+3)}; x \neq 0 \wedge x \neq -2 \wedge x \neq -3$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

25 Sčítání a odčítání lomených výrazů

Výukový materiál se zabývá výkladem pravidel pro sčítání a odčítání lomených výrazů. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

- **Zlomky se stejnými jmenovateli** sčítáme (odčítáme) tak, že součet (rozdíl) čitateľů lomíme společným jmenovatelem.

Vypočtěte – vzorové úlohy:

$$a) \frac{5m}{2} + \frac{m}{2} =$$

$$b) \frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2} + \frac{a+2b}{2} =$$

$$c) \frac{x^2 - 2y^2}{4} - \frac{5y^2 - 3x^2}{4} =$$

Řešení:

$$a) \frac{5m}{2} + \frac{m}{2} = \frac{5m+m}{2} = \frac{6m}{2} = 3m$$

$$b) \frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2} + \frac{a+2b}{2} = \frac{a+b+a-b+a+2b}{2} = \frac{3a+2b}{2}$$

$$c) \frac{x^2 - 2y^2}{4} - \frac{5y^2 - 3x^2}{4} = \frac{x^2 - 2y^2 - (5y^2 - 3x^2)}{4} = \frac{x^2 - 2y^2 - 5y^2 + 3x^2}{4} = \frac{4x^2 - 7y^2}{4}$$

Vyskytuje-li se před zlomkovou čarou znaménko minus

a převádí-li se čítec na jednu zlomkovou čáru,

vždy se daný mnohočlen zapisuje do závorky.

Po odstranění závorky se automaticky mění znaménka na opačná.

Procvičte si:

$$a) \frac{14ab}{15} + \frac{ab}{15} - \frac{3ab}{15} =$$

$$b) \frac{a-1}{5} - \frac{2a+3}{5} + \frac{9-4a}{5} =$$

Řešení:

$$a) \frac{12ab}{15} = \frac{4ab}{3}; \quad b) \frac{-5a+5}{5} = 1-a$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vypočtěte – vzorové úlohy:

$$a) \frac{a-1}{b} + \frac{2a+3}{b} - \frac{3a-5}{b} =$$

$$b) \frac{x-y}{2x-5y} - \frac{2y-x}{2x-5y} =$$

Řešení:

$$a) \frac{a-1}{b} + \frac{2a+3}{b} - \frac{3a-5}{b} = \frac{a-1+2a+3-(3a-5)}{b} = \frac{a-1+2a+3-3a+5}{b} = \frac{7}{b}; b \neq 0$$

$$b) \frac{3x-5y}{2x-5y} - \frac{5y-x}{2x-5y} = \frac{3x-5y-(5y-x)}{2x-5y} = \frac{3x-5y-5y+x}{2x-5y} = \frac{4x-10y}{2x-5y} = \frac{2(2x-5y)}{2x-5y} = 2$$

$$x \neq \frac{5y}{2}$$

Procvičte si:

$$a) \frac{c+5}{y} - \frac{3}{y} =$$

$$b) \frac{5c}{3d} - \frac{3+2c}{3d} =$$

Řešení:

$$a) \frac{c+2}{y}; \quad b) \frac{c-1}{d}$$

- **Zlomky s různými jmenovateli** sčítáme (odčítáme) tak, že je nejprve převedeme rozšířením na stejného jmenovatele, a pak sečteme (odečteme).

Vypočtěte – vzorové úlohy:

$$a) \frac{2r}{3} + \frac{r}{2} - \frac{5r}{9} =$$

$$b) \frac{3x+1}{4} - \frac{x}{2} =$$

$$c) \frac{n+1}{3} - \frac{n+2}{5} =$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Řešení:

$$a) \frac{2r}{3} + \frac{r}{2} - \frac{5r}{9} = \frac{6 \cdot 2r + 9 \cdot r - 2 \cdot 5r}{18} = \frac{12r + 9r - 10r}{18} = \frac{11r}{18}$$

$$b) \frac{3x+1}{4} - \frac{x}{2} = \frac{3x+1-2x}{4} = \frac{x+1}{4}$$

$$c) \frac{n+1}{3} - \frac{n+2}{15} = \frac{5(n+1) - (n+2)}{15} = \frac{5n+5-n-2}{15} = \frac{4n+3}{15}$$

Procvičte si:

$$a) \frac{a^2}{6} + \frac{3a}{2} - \frac{2a^2}{15} - \frac{5a}{3} =$$

$$b) \frac{2a+3b}{2} - \frac{a-2b}{3} + \frac{a-b}{4} =$$

Řešení:

$$a) \frac{a^2 - 5a}{30}; \quad b) \frac{11a + 23b}{12}$$

Vypočtěte – vzorové úlohy:

$$a) \frac{2}{a} + \frac{5}{b} =$$

$$b) \frac{3u}{4v} - \frac{1}{6v} =$$

$$c) \frac{1}{a^2} - \frac{1}{a} =$$

$$d) \frac{4}{xy} - \frac{3}{x} =$$

Řešení:

$$a) \frac{2}{a} + \frac{5}{b} = \frac{2 \cdot b + 5 \cdot a}{ab} = \frac{2b + 5a}{ab}; a \neq 0 \wedge b \neq 0$$

$$b) \frac{3u}{4v} - \frac{1}{6v} = \frac{3 \cdot 3u - 2}{12v} = \frac{9u - 2}{12v}; v \neq 0$$

$$c) \frac{1}{a^2} - \frac{1}{a} = \frac{1 \cdot 1 - a \cdot 1}{a^2} = \frac{1 - a}{a^2}; a \neq 0$$

$$d) \frac{4}{xy} - \frac{3}{x} = \frac{4 - y \cdot 3}{xy} = \frac{4 - 3y}{xy}; x \neq 0 \wedge y \neq 0$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Procvičte si:

$$a) \frac{x+3y}{y} - \frac{2x-y}{x} =$$

$$b) \frac{2a-3b}{a} + \frac{a^2+4b^2}{ab} =$$

$$c) \frac{5u-2v}{7v} - \frac{u+4}{2v} =$$

$$d) \frac{2a-3b}{a^2b} - \frac{4a-5b}{ab^2} =$$

Řešení:

$$a) \frac{x^2+xy+y^2}{xy}; x \neq 0 \wedge y \neq 0; \quad b) \frac{(a+b)^2}{ab}; a \neq 0 \wedge b \neq 0; \quad c) \frac{3u-4v-28}{14v}; v \neq 0;$$

$$d) \frac{7ab-3b^2-4a^2}{a^2b^2}; a \neq 0 \wedge b \neq 0$$

Vypočtěte:

$$a) \frac{5}{a} - \frac{3}{a+b} =$$

$$b) \frac{y}{2(y-1)} + \frac{1}{4} =$$

$$c) \frac{x}{1-y} + \frac{y^2}{x(1-y)} =$$

$$d) \frac{5a}{2(a+b)} - \frac{7a}{3(b+a)} =$$

Řešení:

$$a) \frac{5}{a} - \frac{3}{a+b} = \frac{5(a+b)-a \cdot 3}{a(a+b)} = \frac{5a+5b-3a}{a(a+b)} = \frac{2a+5b}{a(a+b)}; a \neq 0 \wedge a \neq -b$$

$$b) \frac{y}{2(y-1)} + \frac{1}{4} = \frac{2y+1(y-1)}{4(y-1)} = \frac{3y-1}{4(y-1)}; y \neq 1$$

$$c) \frac{x}{1-y} + \frac{y^2}{x(1-y)} = \frac{x^2+y^2}{x(1-y)}; x \neq 0 \wedge y \neq 1$$

$$d) \frac{5a}{2(a+b)} - \frac{7a}{3(b+a)} = \frac{3 \cdot 5a - 2 \cdot 7a}{6(a+b)} = \frac{15a-14a}{6(a+b)} = \frac{a}{6(a+b)}; a \neq -b$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ**Procvičte si:**

a) $\frac{1}{p} + \frac{4}{p-q} =$

b) $\frac{2b}{a(b-c)} + \frac{3}{b-c} =$

c) $\frac{4r+1}{5(p-3)} - \frac{r}{2(p-3)} =$

Řešení:

a) $\frac{5p-q}{p(p-q)}$; $p \neq 0 \wedge p \neq q$; b) $\frac{2b+3a}{a(b-c)}$; $a \neq 0 \wedge b \neq c$; c) $\frac{3r+2}{10(p-3)}$; $p \neq 3$

25.1 Pracovní list – Sčítání a odčítání lomených výrazů I

Pracovní list určený k procvičení pravidel pro sčítání a odčítání lomených výrazů.

1. Proveďte a určete, kdy mají provedené úpravy smysl:

$$a) \frac{5+3c}{2d} - \frac{1-c}{2d} - \frac{2+4c}{2d} =$$

$$b) \frac{a-2}{3} + \frac{3-2a}{3} - \frac{2a+1}{3} =$$

$$c) \frac{2a+1}{5x} - \frac{2a-4}{5x} =$$

2. Proveďte a určete, kdy mají provedené úpravy smysl:

$$a) \frac{2a-3}{12} - \frac{a-3}{8} =$$

$$b) \frac{5x^2-2x}{x^2y} - \frac{3x-2}{xy} =$$

$$c) \frac{4ab-ac}{7} + \frac{3ac-11ab}{21} =$$

$$d) \frac{a+1}{ax} - \frac{b-1}{bx} =$$

$$e) \frac{2a-3b}{a^2b} - \frac{4a-5b}{ab^2} =$$

3. Proveďte a určete, kdy mají provedené úpravy smysl:

$$a) \frac{y}{x} - \frac{y}{x+y} =$$

$$b) \frac{2x-y}{x(x+y)} - \frac{1}{x} - \frac{1}{x+y} =$$

$$c) \frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y} =$$

$$d) \frac{p+2q}{p} - \frac{p-2q}{q} =$$

$$e) \frac{x-1}{x-2} - \frac{x}{x-1} =$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Výsledky:

1.

a) $\frac{1}{d}; d \neq 0;$ b) $-a;$ c) $\frac{1}{x}; x \neq 0;$

2.

a) $\frac{a+3}{24};$ b) $\frac{2}{y}; x \neq 0 \wedge y \neq 0;$ c) $\frac{ab}{21};$ d) $\frac{a+b}{abx}; a \neq 0; b \neq 0; x \neq 0$

e) $\frac{7(1-ab)}{ab}; a \neq 0 \wedge b \neq 0$

3.

a) $\frac{y^2}{x(x+y)}; x \neq 0 \wedge x \neq -y;$ b) $\frac{-2y}{x(x+y)}; x \neq 0 \wedge x \neq -y$ c) $\frac{x^2+y^2}{(x-y)(x+y)}; x \neq y \wedge x \neq -y;$

d) $\frac{3pq+2q^2-p^2}{pq}; p \neq 0 \wedge q \neq 0;$ e) $\frac{1}{(x-2)(x-1)}; x \neq 2 \wedge x \neq 1$

26 Sčítání a odčítání lomených výrazů II

Výukový materiál se zabývá výkladem pravidel pro sčítání a odčítání lomených výrazů. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

Vypočítejte – vzorové úlohy:

$$a) \frac{2x^2y - y}{x} - xy =$$

$$b) m - \frac{m-1}{2} + \frac{m-2}{3} =$$

$$c) 1 + \frac{1}{a-1} =$$

Řešení: Výraz, který nemá tvar zlomku, vyjádříme zlomkem se jmenovatelem 1.

$$a) \frac{2x^2y - y}{x} - xy = \frac{2x^2y - y}{x} - \frac{xy}{1} = \frac{2x^2y - y - x^2y}{x} = \frac{x^2y - y}{x}; x \neq 0$$

$$b) m - \frac{m-1}{2} + \frac{m-2}{3} = \frac{m}{1} - \frac{m-1}{2} + \frac{m-2}{3} = \frac{6m - 3(m-1) + 2(m-2)}{6} = \frac{6m - 3m + 3 + 2m - 4}{6} = \frac{5m - 1}{6}$$

$$c) 1 + \frac{1}{a-1} = \frac{1}{1} + \frac{1}{a-1} = \frac{a-1+1}{a-1} = \frac{a}{a-1}; a \neq 1$$

Procvičte si:

$$a) \frac{a-4b}{2b+5} + 2 =$$

$$b) \frac{a^2 + b^2}{a} - a - b =$$

$$c) a + b - \frac{a^2 - b^2}{a} =$$

Řešení:

$$a) \frac{a+10}{2b+5}; b \neq -\frac{5}{2}; \quad b) \frac{b(b-a)}{a}; a \neq 0; \quad c) \frac{b(a+b)}{a}; a \neq 0$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vypočtěte:

$$a) \frac{2x}{a-b} + \frac{x}{b-a} =$$

$$b) \frac{c+1}{a-b} - \frac{c+2}{b-a} - \frac{c-1}{a-b} =$$

Řešení: Jmenovatelé jsou výrazy vzájemně opačné → vytkněte v jednom z nich -1.

$$a) \frac{2x}{a-b} + \frac{x}{b-a} = \frac{2x}{a-b} + \frac{x}{-1(b-a)} = \frac{2x}{a-b} - \frac{x}{a-b} = \frac{2x-x}{a-b} = \frac{x}{a-b}; a \neq b$$

$$b) \frac{c+1}{a-b} - \frac{c+2}{b-a} - \frac{c-1}{a-b} = \frac{c+1}{a-b} - \frac{c+2}{-1(a-b)} - \frac{c-1}{a-b} = \frac{c+1}{a-b} + \frac{c+2}{a-b} - \frac{c-1}{a-b} =$$

$$= \frac{c+1+c+2-(c-1)}{a-b} = \frac{c+1+c+2-c+1}{a-b} = \frac{c+4}{a-b}; a \neq b$$

Vypočtěte – vzorové úlohy:

$$a) \frac{3}{2x+2} + \frac{9}{4x+4} =$$

$$b) \frac{3}{y-1} + \frac{1-3y}{y^2-y} =$$

$$c) \frac{a+c}{ac-bc} + \frac{a-1}{2a-2b} =$$

Řešení: Lomené výrazy nejprve rozšíříme na společného jmenovatele, pak provedeme naznačené početní úkony a upravíme do základního tvaru.

$$a) \frac{3}{2x+2} + \frac{9}{4x+4} = \frac{3}{2(x+1)} + \frac{9}{4(x+1)} = \frac{6+9}{4(x+1)} = \frac{15}{4(x+1)}; x \neq -1$$

$$b) \frac{3}{y-1} + \frac{1-3y}{y^2-y} = \frac{3}{y-1} + \frac{1-3y}{y(y-1)} = \frac{3y+1-3y}{y(y-1)} = \frac{1}{y(y-1)}; y \neq 0 \wedge y \neq 1$$

$$c) \frac{a+c}{ac-bc} + \frac{a-1}{2a-2b} = \frac{a+c}{c(a-b)} + \frac{a-1}{2(a-b)} = \frac{2(a+c)+c(a-1)}{2c(a-b)} = \frac{2a+2c+ac-c}{2c(a-b)} =$$

$$= \frac{2a+c+ac}{2c(a-b)}; c \neq 0 \wedge a \neq b$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Procvičte si:

$$a) \frac{3a}{a-1} + \frac{1-3a}{a^2-a} =$$

$$b) \frac{a+b}{a} - \frac{a}{a-b} + \frac{b^2}{a^2-ab} =$$

Řešení:

$$a) \frac{3a^2+1-3a}{a(a-1)}; a \neq 0 \wedge a \neq 1; \quad b) \frac{a^2-b^2-a^2+b^2}{a(a-b)} = \frac{0}{a(a-b)} = 0; a \neq 0 \wedge a \neq b$$

Vypočtěte – vzorové úlohy:

$$a) \frac{y}{y-1} + \frac{2y}{y^2-1} =$$

$$b) \frac{n^2}{n^2-9} - \frac{n}{n+3} =$$

$$c) \frac{3}{x+2} - \frac{4}{x-2} + \frac{2x}{x^2+4x+4} =$$

Řešení:

$$a) \frac{y}{y-1} + \frac{2y}{y^2-1} = \frac{y}{y-1} + \frac{2y}{(y+1)(y-1)} = \frac{y(y+1)+2y}{(y+1)(y-1)} = \frac{y^2+y+2y}{(y+1)(y-1)} = \frac{y^2+3y}{(y+1)(y-1)};$$

$$y \neq 1 \wedge y \neq -1$$

$$b) \frac{n^2}{n^2-9} - \frac{n}{n+3} = \frac{n^2}{(n-3)(n+3)} - \frac{n}{n+3} = \frac{n^2-n(n-3)}{(n-3)(n+3)} = \frac{n^2-n^2+3n}{(n-3)(n+3)} = \frac{3n}{(n-3)(n+3)};$$

$$n \neq 3 \wedge n \neq -3$$

$$c) \frac{3}{x+2} - \frac{4}{x-2} + \frac{2x}{x^2+4x+4} = \frac{3}{x+2} - \frac{4}{x-2} + \frac{2x}{(x+2)^2} =$$

$$= \frac{3(x-2)(x+2) - 4(x+2)^2 + 2x(x-2)}{(x-2)(x+2)^2} = \frac{3(x^2-4) - 4(x^2+4x+4) + 2x(x-2)}{(x-2)(x+2)^2} =$$

$$= \frac{3x^2-12-4x^2-16x-16+2x^2-4x}{(x-2)(x+2)^2} = \frac{x^2-20x-28}{(x-2)(x+2)^2}; x \neq 2 \wedge x \neq -2$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

26.1 Pracovní list – Sčítání a odčítání lomených výrazů II

Pracovní list určený k procvičení pravidel pro sčítání a odčítání lomených výrazů.

1. Vypočtěte:

$$a) \frac{a+b}{3} - a + b =$$

$$b) u - v - \frac{u-v}{4} =$$

$$c) \frac{8s}{r+s} - 8 =$$

$$d) 1 - \frac{2p}{p+1} =$$

2. Vypočtěte:

$$a) \frac{a+1}{a-1} + \frac{a-2}{1-a} =$$

$$b) \frac{4}{r-s} - \frac{1}{s-r} =$$

$$c) \frac{2x}{y-1} + \frac{x}{1-y} =$$

3. Vypočtěte:

$$a) \frac{5r+5s}{r^2+2rs+s^2} - \frac{4}{r+s} =$$

$$b) \frac{a-1}{2a^2+6a} + \frac{a+1}{a^2-9} =$$

$$c) \frac{r+1}{r^2-r} - \frac{r-1}{2r^2-2} =$$

$$d) \frac{3+a}{a^2-4} + \frac{3-a}{a^2-4a+4} =$$

4. Vypočtěte:

$$a) \frac{b}{b+2} - \frac{2b}{2-b} + \frac{3b}{4-b^2} =$$

$$b) \frac{2a-1}{2a} - \frac{2a}{2a-1} - \frac{1}{2a-4a^2} =$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$c) \frac{1}{6x-4y} - \frac{1}{6x+4y} - \frac{3x}{4y^2-9x^2} =$$

5. Vypočtěte:

$$a) \left(a - \frac{1}{a}\right) - \left(1 - \frac{1}{a}\right) =$$

$$b) \left(\frac{1}{x-1} + 1\right) + \left(\frac{1}{x+1} - 1\right) =$$

$$c) 1 + \frac{1}{n-1} - \frac{n+1}{n} =$$

Výsledky:

1.

$$a) \frac{4b-2a}{3}; \quad b) \frac{3u-3v}{4}; \quad c) -\frac{8r}{r+s}; r \neq -s; \quad d) \frac{1-p}{p+1}; p \neq -1$$

2.

$$a) \frac{3}{a-1}; a \neq 1; \quad b) \frac{5}{r-s}; r \neq s; \quad c) \frac{x}{y-1}; y \neq 1$$

3.

$$a) \frac{1}{r+s}; r \neq -s; \quad b) \frac{3a^2-2a+3}{2a(a+3)(a-3)}; a \neq 0 \wedge a \neq 3 \wedge a \neq -3;$$

$$c) \frac{r^2+5r+2}{2r(r-1)(r+1)}; r \neq 0 \wedge r \neq 1 \wedge r \neq -1; \quad d) \frac{2a}{(a+2)(a-2)^2}; a \neq 2 \wedge a \neq -2$$

4.

$$a) \frac{b-3b^2}{(b+2)(2-b)}; b \neq 2 \wedge b \neq -2; \quad b) -\frac{1}{a}; a \neq 0 \wedge a \neq \frac{1}{2}; \quad c) \frac{1}{3x-2y}; x \neq \frac{2y}{3} \wedge x \neq -\frac{2y}{3}$$

5.

$$a) a-1; a \neq 0; \quad b) \frac{2x}{(x-1)(x+1)}; x \neq -1 \wedge x \neq 1; \quad c) \frac{1}{n(n-1)}; n \neq 0 \wedge n \neq 1$$

27 Násobení lomených výrazů

Výukový materiál se zabývá výkladem pravidel pro násobení lomených výrazů. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

Zlomky násobíme tak, že násobíme čitatele čitatelem a jmenovatele jmenovatelem.

Krátit můžeme kteréhokoli čitatele s kterýmkoli jmenovatelem.

Vypočtěte- vzorové úlohy:

$$a) \frac{8x}{y^3} \cdot \frac{3y^5}{4x^2} =$$

$$b) \frac{x^2y}{3(x+1)} \cdot \frac{2(x+1)}{xy^2} =$$

$$c) 16a^2b^3 \cdot \left(-\frac{3ax^2}{20a^5b^4}\right) =$$

Řešení:

$$a) \frac{8x}{y^3} \cdot \frac{3y^5}{4x^2} = \frac{2}{1} \cdot \frac{3y^2}{x} = \frac{6y^2}{x}; x \neq 0 \wedge y \neq 0$$

$$b) \frac{x^2y}{3(x+1)} \cdot \frac{2(x+1)}{xy^2} = \frac{x}{3} \cdot \frac{2}{y} = \frac{2x}{3y}; y \neq 0$$

$$c) 16a^2b^3 \cdot \left(-\frac{3ax^2}{20a^5b^4}\right) = \frac{16a^2b^3}{1} \cdot \left(-\frac{3ax^2}{20a^5b^4}\right) = \frac{4}{1} \cdot \left(-\frac{3x^2}{5a^2b}\right) = -\frac{12x^2}{5a^2b}; a \neq 0 \wedge b \neq 0$$

Vypočtěte – vzorové úlohy:

$$a) \frac{a^2b - 4b^3}{3ab^2} \cdot \frac{a^2b}{a^2 - 2ab} =$$

$$b) \frac{x^2 - 4y^2}{x^2 - xy} \cdot \frac{x - y}{x^2 + 2xy} =$$

Řešení: Výrazy rozložte na součin vytýkáním nebo pomocí vzorců, zkratíte a vynásobíte.

$$a) \frac{a^2b - 4b^3}{3ab^2} \cdot \frac{a^2b}{a^2 - 2ab} = \frac{b(a^2 - 4b^2)}{3ab^2} \cdot \frac{a^2b}{a(a - 2b)} = \frac{(a + 2b)(a - 2b)}{3} \cdot \frac{1}{a - 2b} = \frac{a + 2b}{3};$$

$$a \neq 0 \wedge b \neq 0 \wedge a \neq 2b$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$b) \frac{x^2 - 4y^2}{x^2 - xy} \cdot \frac{y - x}{x^2 + 2xy} = \frac{(x - 2y)(x + 2y)}{x(x - y)} \cdot \frac{-(x - y)}{x(x + 2y)} = -\frac{x - 2y}{x^2}; x \neq 0 \wedge x \neq -2y \wedge x \neq y$$

Vypočtěte – vzorové úlohy:

$$a) \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right) \cdot \frac{m^2}{m - n} =$$

$$b) \left(\frac{1}{a+1} - \frac{2a}{a^2 - 1} \right) \left(\frac{1}{a} - 1 \right) =$$

$$c) \frac{2x^2 + 8x + 8}{x - 2} \cdot \frac{x^2 - 4}{4x + 8} =$$

Řešení:

$$a) \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right) \cdot \frac{m^2}{m - n} = \frac{n - m}{mn} \cdot \frac{m^2}{-1(n - m)} = -\frac{m}{n}; m \neq 0 \wedge n \neq 0 \wedge n \neq m$$

$$b) \left(\frac{1}{a+1} - \frac{2a}{a^2 - 1} \right) \left(\frac{1}{a} - 1 \right) = \left(\frac{1}{a+1} - \frac{2a}{(a-1)(a+1)} \right) \cdot \frac{1-a}{a} = \frac{a-1-2a}{(a+1)(a-1)} \cdot \frac{-(a-1)}{a} =$$

$$= \frac{-1-a}{(a+1)} \cdot \frac{-1}{a} = \frac{-(1+a)}{a+1} \cdot \frac{-1}{a} = \frac{1}{a}; a \neq 0 \wedge a \neq -1 \wedge a \neq 1$$

$$c) \frac{2x^2 + 8x + 8}{x - 2} \cdot \frac{x^2 - 4}{4x + 8} = \frac{2(x^2 + 4x + 4)}{x - 2} \cdot \frac{(x+2)(x-2)}{4(x+2)} = \frac{(x+2)^2}{1} \cdot \frac{1}{2} = \frac{(x+2)^2}{2};$$

$$x \neq 2 \wedge x \neq -2$$

Procvičte si:

$$a) \frac{18(x-y)^2}{9(x+y)^2} \cdot \frac{3x+3y}{15x-15y} =$$

$$b) \left(\frac{x-1}{x-2} - \frac{x}{x-1} \right) \left(x - \frac{3x}{x+1} \right) =$$

Řešení:

$$a) \frac{2(x-y)}{5(x+y)}; x \neq y \wedge x \neq -y; \quad b) \frac{x}{x^2 - 1}; x \neq 1 \wedge x \neq -1 \wedge x \neq 2$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

27.1 Pracovní list – Násobení lomených výrazů

Pracovní list určený k procvičení pravidel pro násobení lomených výrazů.

1. Vypočtěte a určete, kdy mají provedené úpravy smysl:

$$a) \frac{15+15n}{n^2-1} \cdot \frac{n^3-n}{3n+3} =$$

$$b) \frac{a^2-n^2}{(a+n)^2} \cdot \frac{4a+4n}{5(a-n)} =$$

$$c) \frac{ax+ay}{x^2-2xy+y^2} \cdot \frac{2x+2y}{ax^2+2axy+ay^2} =$$

$$d) 7x \cdot \frac{13x}{14y} \cdot \left(-\frac{12y^2}{13x^2} \right) =$$

$$e) \frac{x^2-y^2}{2xy} \cdot \frac{(xy)^2}{x+y} =$$

2. Proveďte a určete, kdy mají provedené úpravy smysl:

$$a) \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) \cdot (a+b) =$$

$$b) \frac{m^2}{3m-3n} \cdot \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{m} \right) =$$

$$c) \left(x - \frac{x}{x+1} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{x^2} \right) =$$

$$d) \left(1 - \frac{1}{a} \right) \cdot \frac{a}{1-a^2} =$$

$$e) \left(\frac{1}{m-3n} - \frac{3n+m}{9n^2-m^2} \right) \cdot (3n-m) =$$

Výsledky:

$$1. a) 5n; n \neq 1 \wedge n \neq -1; \quad b) \frac{4}{5}; a \neq n \wedge a \neq -n; \quad c) \frac{2}{(x-y)^2}; x \neq y \wedge a \neq 0 \wedge x \neq -y;$$

$$d) -6y; x \neq 0 \wedge y \neq 0; \quad e) \frac{xy(x-y)}{2}; x \neq 0 \wedge y \neq 0 \wedge x \neq -y$$

$$2. a) \frac{a^2-b^2}{ab}; a \neq 0 \wedge b \neq 0; \quad b) \frac{m}{3n}; m \neq n \wedge m \neq 0 \wedge n \neq 0; \quad c) x-1; x \neq -1 \wedge x \neq 0;$$

$$d) -\frac{1}{a+1}; a \neq 0 \wedge a \neq -1 \wedge a \neq 1; \quad e) -2; m \neq 3n \wedge m \neq -3n$$

28 Dělení lomených výrazů

Výukový materiál se zabývá výkladem pravidel pro dělení lomených výrazů. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

Lomené výrazy dělíme tak, že první výraz násobíme převrácenou hodnotou druhého výrazu. Podmínky, kdy má celý výraz smysl, určujeme pro celý průběh výpočtu, tedy až na jeho konci.

Vypočtěte – vzorové úlohy:

- a) $\frac{a}{2c} : \frac{a^3}{c} =$
- b) $2r : \frac{r^2}{4} =$
- c) $\frac{2rs}{r+s} : \frac{r^2s}{r^2-s^2} =$
- d) $\frac{u^2+uv}{uv-v^2} : \frac{uv+v^2}{u^2-uv} =$

Řešení:

- a) $\frac{a}{2c} : \frac{a^3}{c} = \frac{a}{2c} \cdot \frac{c}{a^3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{a^2} = \frac{1}{2a^2}; a \neq 0 \wedge c \neq 0$
- b) $2r : \frac{r^2}{4} = \frac{2r}{1} \cdot \frac{4}{r^2} = \frac{8}{r}; r \neq 0$
- c) $\frac{2rs}{r+s} : \frac{r^2s}{r^2-s^2} = \frac{2rs}{r+s} \cdot \frac{r^2-s^2}{r^2s} = \frac{2}{r+s} \cdot \frac{(r+s)(r-s)}{r} = \frac{2(r-s)}{r} = \frac{2r-2s}{r};$
 $r \neq 0 \wedge r \neq -s \wedge s \neq 0 \wedge r \neq s$
- d) $\frac{u^2+uv}{uv-v^2} : \frac{uv+v^2}{u^2-uv} = \frac{u(u+v)}{v(u-v)} \cdot \frac{u(u-v)}{v(u+v)} = \frac{u}{v} \cdot \frac{u}{v} = \frac{u^2}{v^2}; u \neq 0 \wedge v \neq 0 \wedge u \neq v \wedge u \neq -v$

Vypočtěte – vzorové úlohy:

- a) $\left(\frac{u}{v} - \frac{v}{u}\right) : \frac{u+v}{uv} =$
- b) $\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) : (a^2 - ab) =$
- c) $\left(3 + \frac{3s}{r}\right) : \left(\frac{s}{r^2} + \frac{1}{r}\right) =$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$d) \left(\frac{r}{r-1} - \frac{r+1}{r} \right) : \left(\frac{r}{r+1} - \frac{r-1}{r} \right) =$$

Pozor na **minus** před roznásobováním.

Řešení:

$$a) \left(\frac{u}{v} - \frac{v}{u} \right) : \frac{u+v}{uv} = \frac{u^2 - v^2}{uv} \cdot \frac{uv}{u+v} = \frac{(u+v)(u-v)}{1} \cdot \frac{1}{u+v} = u-v; u \neq 0 \wedge v \neq 0 \wedge u \neq -v$$

$$b) \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) : (a^2 - ab) = \frac{a-b}{ab} : \frac{a^2 - ab}{1} = \frac{a-b}{ab} \cdot \frac{1}{a(a-b)} = \frac{1}{ab} \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a^2 b};$$

$$a \neq 0 \wedge b \neq 0 \wedge a \neq b$$

$$c) \left(3 + \frac{3s}{r} \right) : \left(\frac{s}{r^2} + \frac{1}{r} \right) = \left(\frac{3}{1} + \frac{3s}{r} \right) : \left(\frac{s}{r^2} + \frac{1}{r} \right) = \frac{3r+3s}{r} : \frac{s+r}{r^2} = \frac{3(r+s)}{r} \cdot \frac{r^2}{s+r} = \frac{3}{1} \cdot \frac{r}{1} = 3r$$

$$r \neq 0 \wedge r \neq -s$$

$$d) \left(\frac{r}{r-1} - \frac{r+1}{r} \right) : \left(\frac{r}{r+1} - \frac{r-1}{r} \right) = \frac{r^2 - (r+1)(r-1)}{r(r-1)} : \frac{r^2 - (r+1)(r-1)}{r(r+1)} =$$

$$= \frac{r^2 - (r^2 - 1)}{r(r-1)} : \frac{r^2 - (r^2 - 1)}{r(r+1)} = \frac{r^2 - r^2 + 1}{r(r-1)} \cdot \frac{r(r+1)}{r^2 - r^2 + 1} = \frac{1}{r-1} \cdot \frac{r+1}{1} = \frac{r+1}{r-1};$$

$$r \neq 0 \wedge r \neq 1 \wedge r \neq -1$$

Procvičte si:

$$a) -\frac{21uv^2}{2xy} : 14u^2vx =$$

$$b) \frac{5r^3}{4s} : \left(3r^2 \cdot \frac{5r}{6s} \right) =$$

$$c) \frac{x^2 - xy}{y} : \frac{y-x}{xy} =$$

$$d) \left(3a - \frac{4x^2}{3a} \right) : \left(1 + \frac{2x}{3a} \right) =$$

Řešení:

$$a) -\frac{3v}{4ux^2y}; u \neq 0 \wedge v \neq 0 \wedge x \neq 0 \wedge y \neq 0; \quad b) \frac{1}{2}; s \neq 0 \wedge r \neq 0;$$

$$c) -x^2; x \neq 0 \wedge y \neq 0 \wedge x \neq y \quad d) 3a - 2x; a \neq 0 \wedge a \neq -\frac{2}{3x}$$

28.1 Pracovní list – Dělení lomených výrazů

Pracovní list určený k procvičení pravidel pro dělení lomených výrazů.

1. Proveďte a určete, kdy mají provedené úpravy smysl:

$$a) -5v : \frac{2v}{u} =$$

$$b) (d^2 - 1) : \frac{d+1}{d+4} =$$

$$c) \frac{z^2 - 9}{z+3} : \frac{z^2 - 6z + 9}{z-3} =$$

$$d) \frac{a^2 - 25}{a^2 + 10a + 25} : \frac{7a - 35}{a^2 + 5a}$$

$$e) \frac{x^2 - 4y^2}{x^2 - xy} : \frac{x^2 + 2xy}{x - y}$$

2. Proveďte a určete, kdy mají provedené úpravy smysl:

$$a) \left(\frac{x^2}{4} - 1 \right) : \left(\frac{x}{2} + 1 \right) =$$

$$b) (y+2) : \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{2} \right) =$$

$$c) \left(m+1 - \frac{1}{1-m} \right) : \left(m - \frac{m^2}{m-1} \right) =$$

$$d) \left(\frac{u-1}{u+1} - \frac{u+1}{u-1} \right) : \frac{u}{u-1} =$$

Výsledky:

$$1. a) -\frac{5}{2}u; u \neq 0 \wedge v \neq 0; \quad b) (d-1)(d+4); d \neq -1 \wedge d \neq -4; \quad c) 1; z \neq -3 \wedge z \neq 3$$

$$d) \frac{a}{7}; a \neq -5,5; \quad e) \frac{x-2y}{x^2}; x \neq 0 \wedge x \neq -2y \wedge x \neq y$$

$$2. a) \frac{x-2}{2}; x \neq -2; \quad b) 2y; y \neq 0 \wedge y \neq -2; \quad c) -m; m \neq 1 \wedge m \neq 0;$$

$$d) -\frac{4}{u+1}; u \neq 0 \wedge u \neq -1 \wedge u \neq 1$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

29 Složené lomené výrazy

Výukový materiál se zabývá výkladem pravidel pro úpravu složených lomených výrazů. Výklad je doplněn pracovním listem na procvičování.

Složený lomený výraz je výraz, jehož čítec nebo jmenovatel je zlomek. Je to jen jiný zápis podílu dvou lomených výrazů:

$$\text{podíl } \frac{1}{t} : \frac{3x}{tz} \text{ se dá vyjádřit jako } \textbf{složený lomený výraz} \frac{\frac{1}{t}}{\frac{3x}{tz}}.$$

Hlavní zlomková čára odděluje čitatele od jmenovatele – píšeme ji delší než zbývající zlomkové čáry a v úrovni znaménka nerovnosti.

Složený lomený výraz zjednodušíme, když

čitatele složeného zlomku dělíme jmenovatelem

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

nebo součin vnějších členů lomíme součinem vnitřních členů

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$$

Zjednodušte – vzorové úlohy:

$$a) \frac{\frac{ab}{2c}}{\frac{b}{4c}} =$$

$$b) \frac{\frac{3xy}{5x}}{\frac{2y}{5x}} =$$

$$c) \frac{\frac{6u^2}{5v^3}}{4u^2v} =$$

Řešení:

$$a) \frac{\frac{ab}{2c}}{\frac{b}{4c}} = \frac{ab}{2c} \cdot \frac{4c}{b} = 2a$$

$$b \neq 0 \wedge c \neq 0$$

$$b) \frac{\frac{3xy}{5x}}{\frac{2y}{5x}} = \frac{3xy}{5x} \cdot \frac{5x}{2y} = \frac{6y^2}{5}$$

$$x \neq 0 \wedge y \neq 0$$

$$c) \frac{\frac{6u^2}{5v^3}}{4u^2v} = \frac{6u^2}{5v^3} \cdot \frac{1}{4u^2v} = \frac{3}{10v^4}$$

$$u \neq 0 \wedge v \neq 0$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zjednodušte – vzorové úlohy:

$$a) \frac{\frac{p+1}{5q}}{p^2+p} =$$

$$b) \frac{1+\frac{y}{x}}{1-\frac{y^2}{x^2}} =$$

Řešení:

$$a) \frac{\frac{p+1}{5q}}{p^2+p} = \frac{p+1}{5q} \cdot \frac{1}{p(p+1)} = \frac{1}{5pq}; p \neq 0 \wedge q \neq 0 \wedge p \neq -1$$

$$b) \frac{1+\frac{y}{x}}{1-\frac{y^2}{x^2}} = \frac{x+y}{x} : \frac{x^2-y^2}{x^2} = \frac{x+y}{x} \cdot \frac{x^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{x}{x-y}; x \neq y \wedge x \neq -y \wedge x \neq 0$$

Zjednodušte – vzorové úlohy:

$$a) \frac{\frac{a+2}{a^2}}{\frac{1}{a} - \frac{4}{a^3}} =$$

$$b) \frac{1-\frac{v}{v-u}}{\frac{u}{u-v} - 1} =$$

Řešení:

$$a) \frac{\frac{a+2}{a^2}}{\frac{1}{a} - \frac{4}{a^3}} = \frac{a+2}{a^2} : \frac{a^2-4}{a^3} = \frac{a+2}{a^2} \cdot \frac{a^3}{(a+2)(a-2)} = \frac{a}{a-2}; a \neq 2 \wedge a \neq -2 \wedge a \neq 0$$

$$b) \frac{1-\frac{v}{v-u}}{\frac{u}{u-v} - 1} = \frac{v-u-v}{v-u} : \frac{u-(u-v)}{u-v} = \frac{-u}{v-u} \cdot \frac{u-v}{v} = \frac{-u}{-(u-v)} \cdot \frac{u-v}{v} = \frac{u}{v}; v \neq 0 \wedge u \neq v$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

29.1 Pracovní list – Složené lomené výrazy

Pracovní list určený k procvičení pravidel pro úpravu složených lomených výrazů.

1. Proveďte a určete, kdy mají provedené úpravy smysl:

$$a) \frac{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}{\frac{1}{mn}} =$$

$$b) \frac{\frac{a+b}{a-b}}{a^2 + 2ab + b^2} =$$

$$c) \frac{\frac{x+y}{x-y^2}}{x} =$$

$$d) \frac{1 + \frac{m}{n}}{n - \frac{m^2}{n}} =$$

$$e) \frac{\frac{a}{b} - 2 + \frac{b}{a}}{\frac{1}{b} - \frac{1}{a}} =$$

$$f) \frac{\frac{3x}{x^2 - 4} + \frac{1}{2 - x}}{\frac{3x}{x+2} - 1} =$$

$$g) \frac{2 - \frac{r^2 + s^2}{rs}}{\frac{r}{s^2} - \frac{2}{s} + \frac{1}{r}} =$$

Výsledky:

$$1. a) m + n; m \neq 0 \wedge n \neq 0; \quad b) \frac{1}{a^2 - b^2}; a \neq -b \wedge a \neq b; \quad c) \frac{x}{x - y}; x \neq y \wedge x \neq 0 \wedge x \neq -y;$$

$$d) \frac{1}{n - m}; n \neq m \wedge n \neq 0 \wedge n \neq -m; \quad e) a - b; a \neq 0 \wedge b \neq 0 \wedge a \neq b;$$

$$f) \frac{1}{x - 2}; x \neq -2 \wedge x \neq 1 \wedge x \neq 2; \quad g) -s; r \neq 0 \wedge s \neq 0 \wedge r \neq s$$

30 Úpravy lomených výrazů – shrnutí I

Výukový materiál se zabývá shrnutím pravidel pro úpravu lomených výrazů.

1. Proved'te a určete, kdy mají provedené úpravy smysl:

- a) $\frac{7}{4x+12} - \frac{3}{5x+15} =$
- b) $\frac{3x-y}{2x-y} + \frac{y-2}{y-2x} - \frac{x-2y}{2x-y} =$
- c) $\frac{3a+7}{3a-7} - \frac{3a-7}{3a+7} + \frac{2a}{9a^2-49} =$
- d) $\frac{x+1}{2x-2} - \frac{x-1}{2x+2} - \frac{4x}{x^2-1} + \frac{x^2+1}{x^2-1} =$
- e) $\frac{30a}{9a^2-1} + \frac{4}{3a-1} - \frac{5}{3a+1} =$

2. Proved'te a určete, kdy mají provedené úpravy smysl:

- a) $\frac{4xy}{x+y} \cdot (5x+5y) =$
- b) $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot xy =$
- c) $\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right) \cdot x^5 =$
- d) $(a^2-1) \left(\frac{a}{a+1} + \frac{a}{a-1} - 1\right) =$
- e) $\left(\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x}\right) \left(\frac{3}{4x} + \frac{x}{4} - x\right) =$
- f) $\frac{1-y^2}{1+x} \cdot \frac{1-x^2}{y^2+y} \cdot \left(1 + \frac{x}{1-x}\right) =$

3. Proved'te a určete, kdy mají provedené úpravy smysl:

- a) $\frac{32x^2y^2}{14a^2b^3} : \frac{8xy^2}{7a^3b^2} =$
- b) $\frac{x^2-y^2}{9x^2y^2} : \frac{y-x}{3xy} =$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$c) \left(x + \frac{x+1}{x-1} \right) : (x+1) =$$

$$d) \left(2 - b + \frac{2b^2}{2+b} \right) : \frac{4a+ab^2}{b^2x-4x} =$$

$$e) \left(\frac{2t-1}{t+1} - \frac{2t+1}{t-1} \right) : \frac{t}{t-1} =$$

$$f) \left(\frac{x^2}{y^2-x^2} + 1 \right) : \left(1 - \frac{x}{x-y} \right) =$$

4. Provedte a určete, kdy mají provedené úpravy smysl:

$$a) \frac{\frac{x^2-y^2}{3x^2y^2}}{\frac{1+2x}{x} - \frac{2y-1}{y}} =$$

$$b) \frac{\frac{a^2-b^2}{a^2+2ab+b^2}}{\frac{a-b}{a+b}} =$$

Výsledky:

$$1. a) \frac{23}{20(x+3)}; x \neq -3; \quad b) \frac{2x+2}{2x-y}; x \neq \frac{y}{2}; \quad c) \frac{86a}{9a^2-49}; a \neq -\frac{7}{3} \wedge a \neq \frac{7}{3};$$

$$d) \frac{x-1}{x+1}; x \neq -1 \wedge x \neq 1; \quad e) \frac{9}{3a-1}; a \neq -\frac{1}{3} \wedge a \neq \frac{1}{3};$$

$$2. a) 20xy; x \neq -y; \quad b) y+x; x \neq 0 \wedge y \neq 0; \quad c) x^3+x^2; x \neq 0; \quad d) a^2+1; a \neq -1 \wedge a \neq 1;$$

$$e) 3; x \neq -1 \wedge x \neq 0 \wedge x \neq 1; \quad f) \frac{1-y}{y}; x \neq -1 \wedge x \neq 1 \wedge y \neq 0 \wedge y \neq -1$$

$$3. a) \frac{2ax}{b}; b \neq 0 \wedge x \neq 0 \wedge y \neq 0; \quad b) -\frac{x+y}{3xy}; x \neq 0 \wedge y \neq 0 \wedge x \neq y; \quad c) \frac{x^2+1}{x^2-1}; x \neq -1 \wedge x \neq 1;$$

$$d) \frac{x(b-2)}{a}; b \neq -2 \wedge b \neq 2 \wedge x \neq 0 \wedge a \neq 0; \quad e) -\frac{6}{t+1}; t \neq 1 \wedge t \neq -1 \wedge t \neq 0;$$

$$f) \frac{y}{y+x}; y \neq 0 \wedge y \neq x \wedge y \neq -x;$$

$$4. a) \frac{x-y}{3xy}; x \neq 0 \wedge y \neq 0 \wedge x \neq -y; \quad b) 1; a \neq b \wedge a \neq -b;$$

31 Úpravy lomených výrazů – shrnutí II

Výukový materiál se zabývá shrnutím pravidel pro úpravu lomených výrazů.

1. Proveďte a určete, kdy mají provedené úpravy smysl:

$$a) \frac{2a}{2a+3} - \frac{9}{3-2a} - \frac{4a^2+27}{4a^2-9} =$$

$$b) \frac{4a^3x - 4ax^3}{6a^3x - 12a^2x^2 + 6ax^3} =$$

$$c) \left(\frac{1}{1-a} - 1 \right) : \left(\frac{2a^2}{1-a} - a \right) =$$

$$d) \left(\frac{k^2}{4} - t^2 \right) : \frac{2k+4t}{3} =$$

$$e) \frac{\frac{3t^2}{t^2-9} - \frac{3t}{t+3}}{\frac{2t}{t-3} - 2} =$$

2. Proveďte a určete, kdy mají provedené úpravy smysl:

$$a) \frac{\frac{3x}{x^2-4} + \frac{1}{2-x}}{\frac{3x}{x+2} - 1} =$$

$$b) \frac{\frac{k}{k-1} + 1}{1 - \frac{3k^2}{1-k^2}} =$$

$$c) \frac{\frac{1}{a-1} - 1}{a - \frac{1-2a^2}{1-a} + 1} =$$

$$d) \frac{\frac{x-y}{y} - \frac{x}{1+\frac{1}{x}}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} =$$

$$e) \frac{\frac{x+2}{x-2} - \frac{x-2}{x+2}}{\frac{8}{4-x^2}} =$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$f) \left[\left(\frac{2}{x+1} \right)^2 - \frac{1}{x+1} \right] : \frac{1}{x+1} =$$

3. Proved'te a určete, kdy mají provedené úpravy smysl:

$$a) \left(a + \frac{a^2}{a-1} \right) \cdot \left[\frac{a+1}{2a^2-a} \cdot (a-1) \right] =$$

$$b) \left(a - \frac{b^2}{a} \right) : \frac{ab^2 + b^3}{ab} + 1 =$$

$$c) \left(\frac{a}{a-2} - 2 \right) \cdot \frac{a^2 - 4a + 4}{a^2 - 16} =$$

$$d) \frac{2}{x-3} - \frac{x-9}{x^2-9} + \frac{x+7}{2x+6} =$$

$$e) \frac{\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b} + 1}{\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b} + 1} =$$

$$f) \frac{1}{a-b} \left(1 + \frac{a}{a+b} \right) - \frac{1}{a+b} \left(1 + \frac{b}{a-b} \right) =$$

Výsledky:

$$1. a) \frac{12a}{4a^2-9}; a \neq -\frac{3}{2} \wedge a \neq \frac{3}{2}; \quad b) \frac{2(a+x)}{3(a-x)}; x \neq a; \quad c) \frac{1}{3a-1}; a \neq \frac{1}{3} \wedge a \neq 1;$$

$$d) \frac{3(k-2t)}{8}; k \neq -2t; \quad e) \frac{3t}{2(t+3)}; t \neq -3 \wedge t \neq 3;$$

$$2. a) \frac{1}{x-2}; x \neq 2 \wedge x \neq -2; \quad b) \frac{k+1}{2k+1}; k \neq -1 \wedge k \neq 1 \wedge k \neq -\frac{1}{2}; \quad c) \frac{a-2}{a^2}; a \neq 0 \wedge a \neq 1;$$

$$d) x-y; x \neq 0 \wedge y \neq 0 \wedge x \neq -y; \quad e) -x; x \neq -2 \wedge x \neq 2; \quad f) \frac{3-x}{x+1}; x \neq -1$$

$$3. a) a+1; a \neq 1 \wedge a \neq 0 \wedge a \neq \frac{1}{2}; \quad b) \frac{a}{b}; a \neq 0 \wedge b \neq 0 \wedge a \neq -b; \quad c) \frac{2-a}{a+4}; a \neq -4 \wedge a \neq 4 \wedge a \neq 2;$$

$$d) \frac{x+3}{2(x-3)}; x \neq 3 \wedge x \neq -3; \quad e) 1; a \neq b \wedge a \neq -b \wedge a \neq 0;$$

$$f) \frac{1}{a-b}; a \neq -b \wedge a \neq b;$$

32 Lomené výrazy s odmocninami

Výukový materiál se zabývá shrnutím pravidel pro úpravu lomených výrazů s odmocninami.

Připomenutí:

$$2 \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \quad \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{3} = 2\sqrt{6} \quad (2\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 3 = 12$$

$$(2 - 2\sqrt{3}) \cdot (2 + 2\sqrt{3}) = 2^2 - (2\sqrt{3})^2 = 4 - 4 \cdot 3 = 4 - 12 = -8$$

$$(a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2$$

Je-li výsledkem zlomek, nemá ve jmenovateli obsahovat odmocninu → zlomek je třeba usměrnit:

$$\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1 + \sqrt{3}}{2\sqrt{3} - 3} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2\sqrt{3} - 3} \cdot \frac{2\sqrt{3} + 3}{2\sqrt{3} + 3} = \frac{(1 + \sqrt{3})(2\sqrt{3} + 3)}{(2\sqrt{3} - 3)(2\sqrt{3} + 3)} = \frac{2\sqrt{3} + 3 + 2 \cdot 3 + 3\sqrt{3}}{4 \cdot 3 - 9} = \frac{5\sqrt{3} + 9}{3}$$

Upravte - vzorové úlohy:

a) $2 - \frac{2}{\sqrt{2}} =$

b) $2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} =$

c) $1 - \frac{1}{1 - \sqrt{2}} =$

d) $\left(1 + \frac{2}{2 - \sqrt{2}}\right) \cdot \frac{3}{\sqrt{2}} =$

e) $\left(\frac{2}{1 - \sqrt{2}} - 1\right) : \left(\frac{1}{1 + \sqrt{2}} - \frac{2}{1 - \sqrt{2}}\right) =$

Řešení:

a) $2 - \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} - 2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} - 2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot 2 - 2\sqrt{2}}{2} = \frac{2(2 - \sqrt{2})}{2} = 2 - \sqrt{2}$

b) $2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot 3 + \sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{6 + \sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3} + \sqrt{6}}{3}$

c) $1 - \frac{1}{1 - \sqrt{2}} = \frac{1 - \sqrt{2} - 1}{1 - \sqrt{2}} = \frac{-\sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} \cdot \frac{1 + \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = \frac{-\sqrt{2} - 2}{1 - 2} = \frac{-\sqrt{2} - 2}{-1} = \sqrt{2} + 2$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$\begin{aligned}
 d) \quad & \left(1 + \frac{2}{2-\sqrt{2}}\right) \cdot \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{2-\sqrt{2}+2}{2-\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{4-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{(4-\sqrt{2})3}{(2-\sqrt{2})\sqrt{2}} = \frac{12-3\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-2} = \\
 & = \frac{12-3\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-2} \cdot \frac{2\sqrt{2}+2}{2\sqrt{2}+2} = \frac{(12-3\sqrt{2})(2\sqrt{2}+2)}{(2\sqrt{2}-2)(2\sqrt{2}+2)} = \frac{24\sqrt{2}+24-6\cdot 2-6\sqrt{2}}{4\cdot 2-4} = \frac{18\sqrt{2}+12}{4} = \\
 & = \frac{2(9\sqrt{2}+6)}{4} = \frac{9\sqrt{2}+6}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 e) \quad & \left(\frac{2}{1-\sqrt{2}}-1\right) : \left(\frac{1}{1+\sqrt{2}}-\frac{2}{1-\sqrt{2}}\right) = \frac{2-(1-\sqrt{2})}{1-\sqrt{2}} : \frac{(1-\sqrt{2})-2(1+\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})} = \\
 & = \frac{2-1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} : \frac{1-\sqrt{2}-2-2\sqrt{2}}{1-2} = \frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} : \frac{-1-3\sqrt{2}}{-1} = \frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{1+3\sqrt{2}} = \\
 & = \frac{1+\sqrt{2}}{(1-\sqrt{2})(1+3\sqrt{2})} = \frac{1+\sqrt{2}}{1+3\sqrt{2}-\sqrt{2}-6} = \frac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-5} = \frac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-5} \cdot \frac{2\sqrt{2}+5}{2\sqrt{2}+5} = \\
 & = \frac{2\sqrt{2}+5+4+5\sqrt{2}}{4\cdot 2-25} = \frac{7\sqrt{2}+9}{-17} = -\frac{7\sqrt{2}+9}{17}
 \end{aligned}$$

Procvičte si:

$$a) \quad \frac{1-\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}} + \frac{3\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}} - \frac{3+\sqrt{a}}{1-a} =$$

$$b) \quad \frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}-3}{1-\sqrt{2}} =$$

$$c) \quad \left(1 - \frac{1}{1-\sqrt{2}}\right) : \left(1 + \frac{1}{1+\sqrt{2}}\right) =$$

$$d) \quad \left(\frac{2}{2-\sqrt{2}} + \sqrt{2}\right) : \frac{1}{\sqrt{2}} =$$

$$e) \quad \left(\frac{2}{1-\sqrt{2}} + \sqrt{2}\right) : \left(\frac{1}{1+\sqrt{2}} - \sqrt{2}\right) =$$

Výsledky:

$$a) \quad \frac{4a-2}{1-a}; a > 0 \wedge a \neq 1; \quad b) \quad -4; \quad c) \quad 1+\sqrt{2}; \quad d) \quad 4+2\sqrt{2}; \quad e) \quad \sqrt{2}+2$$



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

33 Doporučená literatura

1. **doc. RNDr. Calda, Emil, CSc., Petránek, Oldřich a Řepová, Jana.** *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, 1. část.* Prometheus, spol. s r. o., Praha, 2008. ISBN 978-80-7196-041-6.
2. **doc. RNDr. Calda, Emil, CSc.** *Matematika pro dvouleté a tříleté učební obory SOU.* Prometheus, spol. s r. o., Praha, 2005. ISBN 80-7196-253-8.
3. **Mgr. Ženatá, Emilie.** *Přehled učiva matematiky pro 6. – 9. ročník ZŠ a víceletá gymnázia s příklady a řešením.* Blug, 2011. ISBN 978-80-7274-014-7
4. **Mgr. Janeček, František.** *SBÍRKA ÚLOH Z MATEMATIKY PRO STŘEDNÍ ŠKOLY, Výrazy, rovnice, nerovnice a jejich soustavy.* Prometheus, spol. s r. o., Praha, 2009. ISBN 978-80-7196-360-8.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

34 Použitá literatura a zdroje

1. **doc. RNDr. Calda, Emil, CSc., Petránek, Oldřich a Řepová, Jana.** *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, 1. část.* Prometheus, spol. s r. o., Praha, 2008. ISBN 978-80-7196-041-6.
2. **doc. RNDr. Calda, Emil, CSc.** *Matematika pro dvouleté a tříleté učební obory SOU.* Prometheus, spol. s r. o., Praha, 2005. ISBN 80-7196-253-8.
3. **Mgr. Ženatá, Emilie.** *Přehled učiva matematiky pro 6. – 9. ročník ZŠ a víceletá gymnázia s příklady a řešením.* Blug, 2011. ISBN 978-80-7274-014-7
4. **Mgr. Janeček, František.** *SBÍRKA ÚLOH Z MATEMATIKY PRO STŘEDNÍ ŠKOLY, Výrazy, rovnice, nerovnice a jejich soustavy.* Prometheus, spol. s r. o., Praha, 2009. ISBN 978-80-7196-360-8.
5. **RNDr. Hudcová, Milada, Mgr. Kubičková, Libuše.** *Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ, SOU a nástavbové studium.* Prometheus, spol. s r. o., Praha, 2011. ISBN 978-80-7196-318-9.
6. **RNDr. Kubát, Josef, RNDr. RNDr. Hrubý, Dag, Mgr. Pilgr, Josef.** *SBÍRKA ÚLOH Z MATEMATIKY PRO STŘEDNÍ ŠKOLY, Maturitní minimum.* Prometheus, spol. s r. o., Praha, 2004. ISBN 80-7196-030-6.