1A

LOMENÉ VÝRAZY

Stanovte, za akých podmienok má daný výraz zmysel.
Potom výraz zjednodušte.

1. $$\frac{1 - \frac{x}{x+2}}{\frac{x}{x+2} + 1} \qquad \frac{1}{x+1}$$

2. $$\frac{\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x}}{\frac{1+x}{1-x} - 1} \qquad \frac{2}{1-x}$$

3. $$\frac{\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 1\right)\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 1\right)\left(x^2 - y^2\right)}{\frac{x^4}{y^2} - \frac{y^4}{x^2}} \qquad 1$$

4. $$\left(\frac{x^3}{y^2} + \frac{x^2}{y} + x + y\right) : \left(\frac{x^2}{y^2} - \frac{y^2}{x^2}\right) \qquad \frac{y^2}{x-y}$$

5. $$\left[\left(\frac{m+2}{m-2}\right)^3 : \frac{m^3 + 4m^2 + 4m}{3m^2 - 12m + 12}\right] \cdot \frac{m}{3} \qquad \frac{m+2}{m-2}$$

6. $$\left[\frac{a^3 - ab^2 + b^3}{(a-b)^3} - \frac{b}{a-b}\right] \cdot \left[\frac{a^2 - 2ab + 2b^2}{a^2 - ab + b^2} - \frac{b}{a}\right] \qquad 1$$

7. $$2u - \left(\frac{2u-3}{u+1} - \frac{u+1}{2-2u} - \frac{u^2+3}{2u^2-2}\right) \cdot \frac{u^3+1}{u^2-u} \qquad \frac{2(u-1)}{u+1}$$

8. $$\frac{a^4 - b^4}{a^2 b^2} : \left[\left(1 + \frac{b^2}{a^2}\right)\left(1 - \frac{2a}{b} + \frac{a^2}{b^2}\right)\right] \qquad \frac{a+b}{a-b}$$

9. $$6a + \left(\frac{a}{a-2} - \frac{a}{a+2}\right) : \frac{4a}{a^4 - 2a^3 + 8a - 16} \qquad (a+2)^2$$

10. $$\left[\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right) \cdot \frac{1}{a^2 + 2ab + b^2} + \frac{2}{(a+b)^3} \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)\right] : \frac{a-b}{a^3 b^3}$$

$$\frac{ab}{a-b}$$

OPERACE S VEKTORY

1. Jsou dány vektory $\vec{a} = (3,4)$; $\vec{b} = (-2;7)$. Vypočtěte:
   a) $\frac{1}{2}\vec{a}$; $\frac{1}{2}\vec{b}$ [$(\frac{3}{2}; 2)$; $(-1; \frac{7}{2})$]
   b) $4\vec{b} - 3\vec{a}$ [$(-17; 16)$]

2. Vypočtěte souřadnice ~~...~~ vektoru $\vec{b}$, pro který platí $\vec{b} = k \cdot \vec{a}$ je-li:
   a) $\vec{a} = (2; -3)$; $k = -2$ [$(-4; 6)$]
   b) $\vec{a} = (2; -4)$; $k = \frac{2}{3}$ [$(\frac{4}{3}; -\frac{8}{3})$]

3. Vypočtěte chybějící souřadnici vektoru $\vec{v}$ tak, aby platilo
   a) $\vec{u} = (5; 2)$; $\vec{v} = (1; v_2)$, $|\vec{u} - \vec{v}| = 5$ [$v_2 \in \{-1; 5\}$]
   b) $\vec{u} = (1; -5)$; $\vec{v} = (v_1, -3)$;
   $|\vec{u} + \vec{v}| = 10$ [$v_1 \in \{-7; 5\}$]

4. Jsou dány body $A = [2; 1]$, $B = [5, 6]$, $C = [8; -3]$
   Určete bod D tak, aby čtyřúhelník ABCD byl rovnoběžník
   [$D = [5; -8]$]

5. Zjistěte, zda tři body leží v jedné přímce.
   a) $A = [3; 7]$, $B = [10; -2]$, $C = [5, 1]$ [neleží]
   b) $C = [1, -2]$, $D = [-1, -1]$, $E = [3, -3]$ [leží]

6. Vektor $\vec{u}$ je jednotkový. Určete jeho chybějící souřadnici:
   a) $\vec{u} = (-\frac{3}{5}; u_2)$ [$u_2 = \pm \frac{4}{5}$]
   b) $\vec{u} = (u_1; \frac{1}{3})$ [$u_1 = \pm \frac{\sqrt{8}}{3}$]

2a

GONIOMETRICKÉ FUNKCE OSTRÉHO ÚHLU, ŘEŠENÍ PRAVOÚHLÉHO TROJÚHELNÍKU

1. Řeš pravoúhlý trojúhelník, je-li dána velikost jeho přepony $c = 50$ cm a součet $a + b = 70$ cm. $a = 40$ cm $b = 30$ cm $\alpha = 53°08'$

2. V pravoúhlém trojúhelníku je velikost součtu odvěsen $a + b = 22$ cm a velikost úhlu $\alpha = 64°62'$. Určete velikost stran trojúhelníka.
$a = 15$ cm, $b = 7$ cm, $c = 18$ cm

3. Určete velikost těžnic t_a, t_b pravoúhlého trojúhelníku, je-li dána velikost jeho odvěsny $a = 24,5$ cm a úhlu $\alpha = 24°30'$
$t_a = 55,1$ cm $t_b = 36,4$ cm

4. Štít na domě 12,5 m širokém má tvar rovnoramenného trojúhelníku o výšce 4 m. Jaký úhel svírají obě části střechy?
114° 46'

5. Kosočtverec má úhlopříčky o velikostech $e = 18$ cm, $f = 14$ cm. Vypočítejte velikosti strany, úhlů a výšky kosočtverce.
$a = 11,4$ cm, $\alpha = 75°45'$ $v = 11,1$ cm

6. Jakou šířku má příkop, který má v řezu tvar rovnoramenného lichoběžníku. Stěny příkopu mají sklon 65°30', dno má šířku 3,75 m a hloubka příkopu je 2,25 m. 5,80 m

7. V kosočtverci je známa velikost strany $a = 17$ cm a velikost úhlu $\alpha = 36°14'$. Určete velikost úhlopříček. $e = 10,6$ cm, $f = 32,3$ cm

8. Vypočtěte úhel tečen vedených ke kružnici o poloměru $r = 1,7$ cm z bodu, jehož vzdálenost od středu kružnice je $a = 4,6$ cm. 43°23'

9. Určete délku tětivy kružnice o poloměru $r = 12$ cm, jejíž délka je rovna její vzdálenosti od středu kružnice.

8,9

23

ARITMETICKÁ POSLOUPNOST

1. Vypočítejte požadované údaje pro dané aritmetické posloupnosti

a) $a_1 = 450$, $d = -24$, $a_n = 210$, $n = ?$, $s_n = ?$ [$n = 11$, $s_{11} = 3630$]

b) $a_1 = 6$, $s_{10} = 195$, $a_{10} = ?$, $d = ?$ [$d = 3$, $a_{10} = 33$]

c) $d = \frac{1}{3}$, $s_{37} = 109\frac{2}{3}$, $a_1 = ?$, $a_{37} = ?$ [$a_1 = -\frac{1}{3}$, $a_{37} = \frac{35}{3}$]

d) $d = -12$; $a_n = 15$, $s_n = 456$, $n = ?$, $a_1 = ?$ [$a_1 = 99$; $n = 8$]

2. Určete aritmetickou posloupnost, ve které platí:

a) $a_1 + a_5 = 30$, $a_3 + a_4 = 36$ [$a_1 = 3$, $d = 6$]

b) $a_2 + a_5 - a_3 = 10$; $a_1 + a_6 = 17$ [$a_1 = 1$, $d = 3$]

c) $a_1 + a_4 + a_6 = 71$, $a_5 - a_2 - a_3 = 2$ [$a_1 = 5$, $d = 7$]

3. Čtvrtým členem aritmetické posloupnosti je číslo 16, osmým číslo 24. Kolik členů posloupnosti je třeba sečíst, aby jejich součet byl 40? [Test]

4. Určete aritmetickou posloupnost ve které $5a_1 + 10a_5 = 0$ a $s_4 = 14$ [$a_1 = 8$, $d = -3$]

5. V aritmetické posloupnosti platí $a_3 + a_7 = 46$ a $a_2 : a_6 = 2 : 7$. Kolik členů dává součet 1575? [25 členů]

MOCNINY S RACIONÁLNÍM MOCNITELEM, OPERACE S NIMI, USMĚRŇOVÁNÍ ZLOMKŮ, ČÁSTEČNÉ ODMOCŇOVÁNÍ

1. Částečně odmocněte:

a) $\sqrt{112}$ $[4\sqrt{7}]$ c) $\sqrt{0,8}$ $[2\sqrt{0,2}]$ e) $(\sqrt[3]{a^4})^5$ $[a^6\sqrt[3]{a^2}]$

b) $\sqrt[3]{162}$ $[3\sqrt[3]{6}]$ d) $\sqrt[3]{500\,000}$ $[50\sqrt[3]{4}]$

2. Usměrněte zlomky

a) $\frac{8}{\sqrt{2}}$ $[4\sqrt{2}]$ c) $\frac{3-\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ $[\sqrt{3}-2]$ e) $\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}-5\sqrt{5}}$ $\left[\frac{3\sqrt{6}+5\sqrt{10}}{-49}\right]$

b) $\frac{15}{\sqrt{3}}$ $[5\sqrt{3}]$ d) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-4}$ $\left[\frac{4\sqrt{3}+\sqrt{15}}{-11}\right]$

3. Vypočtěte a udejte, kdy mají výrazy smysl

a) $\sqrt[3]{(25a^4b^5)^2}$ $[5a^2b^3\sqrt[3]{5a^2b} \quad b \geq 0]$

b) $\sqrt{\frac{625a^{13}b^9}{5c^5}} : \sqrt{\frac{5a^{11}b^7}{c^3}}$ $\left[\frac{5ab}{c};\ a\,b\,c > 0\right]$

4. Vypočtěte a výsledek pokud možno odmocněte a usměrněte:

a) $a^{-\frac{1}{2}} \cdot a^{-\frac{1}{6}} \cdot a^{-1} \cdot a^{0,5}$ $[a^{-1}\sqrt[6]{a^5}]$

b) $x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[6]{x}$ $[x^{\frac{3}{4}}]$

c) $\sqrt[4]{x^5} : (x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x})$ $[x^{\frac{1}{4}}]$

d) $\frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[6]{x^{17}}}{x^{\frac{2}{3}}}$ $[x^2\sqrt[3]{x^2}]$

e) $\sqrt[5]{\left(\frac{a^{\frac{1}{2}} a^{-1}}{\sqrt[3]{a}}\right)^{-3}}$ $[\sqrt{a}]$

f) $\frac{\left[(m^{\frac{1}{2}} \cdot m^{-4})^{-2}\right]^{\frac{1}{5}}}{m^{\frac{1}{3}}}$ $[m\sqrt[15]{m}]$

g) $\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right) : \left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ $[3+2\sqrt{2}]$

3B

PARAMETRICKÁ ROVNICE PŘÍMKY, POLOPŘÍMKY, ÚSEČKY

1. Napište parametrické vyjádření přímky procházející body
   a) $A = [0; 3]$, $B = [5; -2]$ $[x = 5t;\ y = 3 - 5t]$
   b) $C = [4; 1; 3]$, $D = [4; -2; 3]$ $[x = 4;\ y = 1 - 3t;\ z = 3]$

2. Napište parametrické vyjádření přímky, která prochází bodem P a je rovnoběžná s vektorem $\vec{u}$.
   a) $P = [3; -2]$, $\vec{u} = (3; -2)$ $[x = 3 + 3t;\ y = -2 - 2t]$
   b) $P = [4; 3; -1]$; $\vec{u} = (-1; 1; 5)$ $[x = 4 - t;\ y = 3 + t;\ z = -1 + 5t]$

3. Napište parametr. vyj. přímky, která prochází bodem
   a) $A = [-3; 1]$ a je rovnoběžná s přímkou BC, kde $B = [5; -1]$; $C = [2; 3]$
   $[x = -3 - 3t;\ y = 1 + 4t]$
   b) $A = [2; 1; -4]$, $B = [-3; 1; -2]$, $C = [3; 2; -3]$
   $[x = 2 + 6t;\ y = 1 + t;\ z = -4 - t]$

4. Polopřímka p je dána počátečním bodem $A = [-2; 1]$ a směrovým vektorem $\vec{u} = (2; 3)$. Leží bod $B = [2; 7]$ na této polopřímce? [leží]

5. Napište parametrické vyjádření těžnice t_q $\triangle PQR$, je-li $P = [1; -4; 7]$, $Q = [-5; 2; 1]$; $R = [7; 6; -3]$
   $[x = -5 + 9t;\ y = 2 - t;\ z = 1 + t]$

6. Určete chybějící souřadnice bodu R tak, aby ležel na přímce ST
   $R = [r_1; 2; r_3]$ $S = [0; 5; 8]$
   $T = [-4; 2; 3]$
   $[r_1 = -4;\ r_3 = 3]$

2B

OBECNÝ A SMĚRNICOVÝ TVAR ROVNICE PŘÍMKY

1. Určete obecnou rovnici přímky CD
   $C = [6; -8]$; $D = [1; 7]$ [$3x + y - 10 = 0$]

2. Napište obecnou rovnici přímky p a převeďte ji na směrnicový tvar
   p: $x = 1 - t$; $y = 3 + 2t$ [$2x + y - 5 = 0$, $y = -2x + 5$]

3. Napište obecný tvar rov. přímky, která prochází bodem $M = [3; -2]$ a je kolmá k přímce $2x - 3y - 10 = 0$. Převeďte ji na tvar směrnicový. [$3x + 2y - 5 = 0$, $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$]

4. Napište směrnicový tvar rov. přímky, která prochází bodem $A = [-3; 4\sqrt{3}]$ a pro jejíž směrový úhel platí $\varphi = \frac{\pi}{6}$
   [$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 5\sqrt{3}$]

5. Vypočítejte souřadnici m_1 bodu $M = [m_1; -6]$ tak, aby ležel na přímce, která má směrnici $k = \frac{4}{3}$ a prochází bodem $A = [0; 2]$ [$m_1 = -6$]

6. Napište směrnicový tvar rovnice přímky AB, $A = [1; -3]$, $B = [-2; 2]$ a převeďte ji na tvar obecný
   [$y = -\frac{5}{3}x - \frac{4}{3}$; $5x + 3y + 4 = 0$]

7. Určete neznámé koeficienty p, q tak, aby přímka $(3-p)x + 12y + 2 - q = 0$ byla totožná s přímkou $y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$ [$p = 11$, $q = 18$]

8.

INTERVALY

1. Zapište následující množiny jako intervaly a znázorněte je graficky
   $\{x \in R;\ -3 \leq x < 2\}$ [$\langle -3; 2)$]
   $\{x \in R;\ x \geq -1\}$ [$\langle -1; \infty)$]
   $\{x \in R;\ |x-2| < 2\}$ [$(0; 4)$]

2. Rozhodněte, zda čísla $\sqrt{3}$; $2+\sqrt{3}$; $-4{,}2$; $\sqrt{16}$; $\sqrt{3}-1$ patří do intervalu $\langle 1; 4)$ [patří $\sqrt{3}$, $2+\sqrt{3}$, $\sqrt{3}-1$]

3. Určete průnik a sjednocení intervalů
   a) $\langle 1;5)$; $(-6; 3{,}4)$ [$\langle 1; 3{,}4)$; $(-6; 5)$]
   b) $(2;5)$; $\langle 1; 4)$ [$(2; 4)$; $\langle 1; 5)$]
   c) $(-\infty; 8\rangle$; $\langle -4; 3)$ [$\langle -4; 3)$; $(-\infty; 8\rangle$]
   d) $(-\infty; 1{,}4\rangle$; $\langle 1{,}4; \infty)$ [$\{1{,}4\}$; R]
   e) $(-\infty; 2)$; $\langle 3; \infty)$ [$\emptyset$; $\langle 2; 3)'$]

4. Jsou dány intervaly $P_1 = \langle 4; \infty)$; $P_2 = (-\infty; 7)$, $P_3 = (-\infty; 4)$
   $P_4 = \langle 1; \infty)$. Určete:
   a) $(P_1 \cap P_2) \cup (P_4 \cap P_3)$ [$\langle 1; 7)$]
   b) $(P_1 \cup P_2)'$ [$\emptyset$]

5. Následující intervaly zapište pomocí nerovností i absolutní hodnoty. Znázorněte graficky.
   a) $\langle -3; 3\rangle$ [$\{x \in R;\ -3 \leq x \leq 3\}$, $\{x \in R;\ |x| \leq 3\}$]
   b) $(-1; 5)$ [$\{x \in R;\ -1 < x < 5\}$, $\{x \in R;\ |x-2| < 3\}$]

6. Jsou dány intervaly $A = (-4; 3)$, $B = \langle -2; 2\rangle$, $C = (1; 5\rangle$. Určete:
   a) $A \cup B \cup C$ [$(-4; 5\rangle$]
   b) $A \cap B \cap C$ [$(1; 2\rangle$]

4A

LINEÁRNÍ ROVNICE S ČÍSELNÝMI KOEFICIENTY

V množině R řešte dané rovnice a proveďte zkoušku

1. $$\frac{x-2}{3} - \frac{3x+4}{5} + \frac{5x+6}{7} = 24 - x$$ 17

2. $$\frac{1-\frac{x}{2}}{3} - \frac{2-\frac{x}{4}}{4} + 1 = 0$$ 8

3. $$x - \frac{1-1{,}5x}{4} - \frac{2-0{,}25x}{3} = 2$$ 2

4. $$\frac{6}{x+2} + \frac{x+2}{2-x} + \frac{x^2}{x^2-4} = 0$$ 8

5. $$\frac{2x}{x+3} - \frac{2x}{x-3} = \frac{72}{4x^2-36}$$ $-\frac{3}{2}$

6. $$\frac{x+1}{x-1} - \frac{x+2}{x+3} + \frac{4}{x^2+2x-3} = 0$$ $\emptyset$

7. $$\frac{2x-1}{2x+1} = \frac{2x+1}{2x-1} + \frac{8}{1-4x^2}$$ 1

8. $$1 + \frac{2x}{x+4} + \frac{27}{2x^2+7x-4} = \frac{6x}{2x-1}$$ $-\frac{23}{47}$

9. $$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}+x} = \frac{4}{3} - \frac{\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}}{x+\frac{2}{3}}$$ $\frac{2}{3}$

10. $$\frac{96}{x^2-16} = \frac{2-\frac{1}{x}}{1+\frac{4}{x}} - \frac{3-\frac{1}{x}}{\frac{4}{x}-1} - 5$$ 8

LINEÁRNÍ ROVNICE S OBECNÝMI KOEFICIENTY

Určete neznámou:

1. $V(r)$: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$
2. $V(Q_1)$: $F = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2}$
3. $V(h)$: $T = \frac{2\pi(R+h)}{v}$
4. $V(R)$: $I = \frac{m \cdot E}{R + \frac{m}{n}\cdot r}$
   $V(m)$:
5. $V(R)$: $b = \frac{R}{R+r}\cdot a$
6. $V(r)$: $r^2 = \left[\left(\frac{t}{2}\right)^2 + (r-v)^2\right]$
7. $V(h)$: $F_G = m \cdot \frac{v^2}{R+h}$
8. $V(R)$: $v = R \cdot \sqrt{\frac{g}{R+h}}$
9. $V(l)$: $Q = \frac{a}{n}\left[(q_1+q_2)l + 2bq_3\right]$

(4B)

SINOVÁ, KOSINOVÁ VĚTA

1. Řešte △ ABC je-li dáno:

   a) $c = 210$, $\alpha = 62°32'$, $\beta = 48°56'$

   [illegible]

   b) $a = 2$, $b = 3$, $\alpha = 50°$

   c) $b = 79{,}5$, $\beta = 65°20'$, $\gamma = 54°40'$

   [$\alpha = 60°$, [illegible] c [illegible] $71{,}4$]

   d) $a = 4$, $b = 5$; $c = 6$

   e) $a = 7$; $b = 4$; $\gamma = 38°$

   [c = [illegible], α = $109°23'$, β = [illegible]]

   f) $a = 16$; $b = 25$; $c = 36$

   [illegible]

2. Určete úhly v △ ABC, ve kterém

   $a : b = 3 : 5$ a $\beta = 2\alpha$

5A

INTERVALY

1. Zapište následující množiny jako intervaly a znázorněte je graficky

$\{x \in R;\ -3 \leq x < 2\}$ [$\langle -3; 2)$]

$\{x \in R;\ x \geq -1\}$ [$\langle -1; \infty)$]

$\{x \in R;\ |x-2| < 2\}$ [$(0; 4)$]

2. Rozhodněte, zda čísla $\sqrt{3}$; $2+\sqrt{3}$; $-4{,}2$; $\sqrt{16}$; $\sqrt{3}-1$ patří do intervalu $\langle -1; 4)$ [patří $\sqrt{3}$, $2+\sqrt{3}$, $\sqrt{3}-1$]

3. Určete průnik a sjednocení intervalů

a) $\langle 1;5)$; $(-6; 3{,}4)$ [$\langle 1; 3{,}4)$; $(-6; 5)$]

b) $(2;5)$; $\langle 1; 4)$ [$(2; 4)$; $\langle 1; 5)$]

c) $(-\infty; 8\rangle$; $\langle -4; 3)$ [$\langle -4; 3)$, $(-\infty; 8\rangle$]

d) $(-\infty; 1{,}4\rangle$; $\langle 1{,}4; \infty)$ [$\{1{,}4\}$, R]

e) $(-\infty; 2)$; $\langle 3; \infty)$ [$\emptyset$, $\langle 2; 3)'$]

4. Jsou dány intervaly $P_1 = \langle 4; \infty)$; $P_2 = (-\infty; 7)$, $P_3 = (-\infty; 4)$, $P_4 = \langle 1; \infty)$. Určete:

a) $(P_1 \cap P_2) \cup (P_4 \cap P_3)$ [$\langle 1; 7)$]

b) $(P_1 \cup P_2)'$ [$\emptyset$]

5. Následující intervaly zapište pomocí nerovnosti i absolutní hodnoty. Znázorněte graficky.

a) $\langle -3; 3\rangle$ [$\{x \in R;\ -3 \leq x \leq 3\}$, $\{x \in R;\ |x| \leq 3\}$]

b) $(-1; 5)$ [$\{x \in R;\ -1 < x < 5\}$, $\{x \in R;\ |x-2| < 3\}$]

6. Jsou dány intervaly $A = (-4; 3)$, $B = \langle -2; 2\rangle$, $C = (1; 5\rangle$. Určete:

a) $A \cup B \cup C$ [$(-4; 5\rangle$]

b) $A \cap B \cap C$ [$(1; 2\rangle$]

5B

1) Určete hodnoty ostatních goniometrických funkcí argumentu x, je-li daná hodnota:

a) $\cos x = +\frac{3}{5}$ $\quad x \in (270°; 360°)$

b) $\operatorname{tg} x = -\frac{3}{4}$ $\quad x \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$

2) Řešte rovnici (kořeny vyjádřete ve stupňové míře)

a) $\operatorname{cotg}\left(\frac{x}{2} - 60°\right) = -\sqrt{3}$

b) $3 \sin x = 2\cos^2 x$

c) $2 \operatorname{tg} x + 4 \operatorname{cotg} x = 9$

d) $\cos 2x = 2 \sin x$

5B

1) Určete hodnoty ostatních goniometrických funkcí argumentu x, je-li daná hodnota:

a) $\cos x = +\frac{3}{5}$ $\quad x \in (270°; 360°)$

b) $\mathrm{tg}\, x = -\frac{3}{4}$ $\quad x \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$

2) Řešte rovnici (kořeny vyjádřete ve stupňové míře)

a) $\mathrm{cotg}\left(\frac{x}{2} - 60°\right) = -\sqrt{3}$

b) $3 \sin x = 2\cos^2 x$

c) $2\,\mathrm{tg}\, x + 4\,\mathrm{cotg}\, x = 9$

d) $\cos 2x = 2 \sin x$

3) Vypočtěte všechna reálná řešení rovnice

$\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}$

3. Rovnice s vytýkáním

1) Řešte rovnici:

$$\frac{(x-5)!+(x-3)!}{(x-4)!}=3$$

VH: $x^2-10x+25=0 \Rightarrow x_{1,2}=5$

2) Řešte rovnici:

$$\frac{(x-2)!+x!}{(x-1)!}=3$$

VH: $x^2-4x+4=0 \Rightarrow x_{1,2}=2$

3) Řešte rovnici:

$$\frac{(x-4)!+(x-2)!}{(x-3)!}=3$$

Sb-rce: $x^2-8x+16=0 \Rightarrow x_{1,2}=4$

4) Řešte rovnici:

$$\frac{(x-3)!+(x-1)!}{(x-2)!}=3$$

Sb-rce: $x^2-6x+9=0 \Rightarrow x_{1,2}=3$

6a

Rovnice s faktoriálem

1. Rovnice s faktoriálem

1) Řešte rovnici:

$$\frac{(x+6)!}{(x+4)!}+x^2-16x=28$$

Sb-MM, Sb-rce:

$2x^2-5x+2=0 \Rightarrow x_2 \neq \frac{1}{2},\ x_1=2$

2) Řešte rovnici:

$$x\cdot\frac{(x+3)!}{(x+2)!}+x^2=14$$

Sb-MM:

$2x^2+3x-14=0 \Rightarrow x_2 \neq -\frac{7}{2},\ x_1=2$

3) Řešte rovnici:

$$\frac{(x+5)!}{(x+3)!}-14x+x^2=17$$

VŠE: $2x^2-5x+3=0 \Rightarrow x_2 \neq \frac{3}{2},\ x_1=1$

4) Řešte rovnici:

$$(-x)\cdot\frac{(x+5)!}{(x+4)!}+6x^2+x=1$$

VH: $5x^2-4x-1=0 \Rightarrow x_2 \neq -\frac{1}{5},\ x_1=1$

5) Řešte rovnici:

$$\frac{2\cdot(x-1)!}{(x-3)!}-x=8$$

VŠE: $2x^2-7x-4=0 \Rightarrow x_2 \neq -\frac{1}{2},\ x_1=$

6) Řešte rovnici:

$$\frac{(x-3)!}{(x-5)!}+x^2-8x=-6$$

VH: $2x^2-15x+18=0 \Rightarrow x_2 \neq \frac{3}{2},\ x_1=$

7) Řešte rovnici:

$$5\cdot\frac{(x+1)!}{(x-1)!}-24x=-12$$

VH: $5x^2-19x+12=0 \Rightarrow x_1=3,\ x_2 \neq$

8) Řešte rovnici:

$$\frac{(x+2)!}{x!}=2\frac{x!}{(x-2)!}+3!$$

VŠE: $x^2-5x+4=0 \Rightarrow x_2 \neq 1,\ x_1=4$

9) Řešte rovnici:

$$(2x+3)\frac{(x-2)!}{(x-3)!}-14x=-31$$

VŠE: $2x^2-15x+25=0 \Rightarrow x_2 \neq \frac{5}{2},\ x_1=$

Permutace, variace, kombinace

6a

1. *Variace bez opakování*

1) Určete počet všech čtyřciferných přirozených čísel sestavených z číslic 1, 3, 5, 8, 9 tak, že se v něm každá číslice vyskytuje nejvýše jednou.
   120
2) Určete počet všech trojciferných přirozených čísel sestavených z číslic 1, 3, 4, 5, 6, 8, 9 tak, že se v něm každá číslice vyskytuje nejvýše jednou.
   210
3) Určete počet všech trojciferných přirozených čísel sestavených z číslic 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 tak, že se v něm každá číslice vyskytuje nejvýše jednou.
   336
4) Na parkovišti je pět míst. Kolika způsoby tam může zaparkovat 7 různých automobilů?
   2 520
5) Určete počet všech přirozených čísel menších než 500, v jejichž zápisu jsou pouze cifry 3, 5, 7, 9, každá nejvýše jednou.
   (1.3.2 = 6) + (4.3 = 12) + (4) = 22
6) Kolik uspořádaných trojic lze utvořit z devíti různých prvků, jestliže v nich žádný prvek neopakuje?
   504
7) Kolika způsoby lze rozdělit tři medaile mezi 13 účastníků soutěže?
   1 716
8) Kolika způsoby lze rozdělit tři medaile mezi 12 účastníků soutěže?

5. *Kombinace*

6. A

1) Určete, kolika způsoby lze vybrat z 26 žáků 3 zástupce třídy.
   $C_3(26) = 2600$
2) Určete, kolika způsoby lze vybrat namátkou 4 výrobky z dodávky 30 ks.
   $C_4(30) = 27\,405$
3) Ve třídě je 28 žáků. V hodině budou vyvoláni dva. Kolik je možností?
   $C_2(28) = 378$
4) Kolika způsoby lze vybrat z 20 vojáků tříčlennou hlídku?
   $C_3(20) = 1140$
5) Kolik různých přímek je určeno vrcholy krychle?
   $C_2(8) = 28$
6) Kolika způsoby lze vybrat družstvo na volejbal (6 lidí) ze skupiny 9 studentů?
   $C_3(9) = 84$
7) V Matesu se tipuje 5 čísel z 35. Kolik je všech možností?
   324 632
8) Ve skladu je 10 výrobků, mezi nimi jsou 3 vadné. Kolika způsoby z nich můžeme vybrat kolekci pěti výrobků, aby
   a) všechny byly dobré,
   b) byl nejvýše jeden vadný,
   c) byl právě jeden vadný,
   d) byl alespoň jeden vadný?

   21, 105, 126, 321
9) Kolik se odehraje utkání v piškvorkách, jestliže hraje každý s každým, a soutěže se účastní 11 hráčů?
   $C_2(11) = 55$
10) Na půdě je 6 párů bílých a 5 párů černých ponožek. Kolika způsoby lze vybrat dvě ponožky?
   $C_2(22) = 231$
11) Dealer nabízí výrobky od 4 firem (Sony, JVC, Philips, Panasonic). Obchodník si ale chce vybrat jen tři firmy. Kolik má možností?
   VH: $C_3(4) = 4$
12) Kolika způsoby lze vybrat dva dobrovolníky na službu z žáků Alois, Bart, Cenda, David?
   VH: $C_2(4) = 6$

2. Rovnice s kombinačními čísly

1) Řešte rovnici:

$$\binom{x-1}{x-3}+\binom{x-2}{x-4}=9$$

Sb-MM, Sb-rce, SMP:

$x^2-4x-5=0 \Rightarrow x_2 \neq -1,\ x_1=5$

2) Řešte rovnici:

$$\binom{x-1}{x-2}+\binom{x-2}{x-4}=4$$

Sb-rce, SMP, VŠE:

$x^2-3x-4=0 \Rightarrow x_2 \neq -1,\ x_1=4$

3) Řešte rovnici:

$$\binom{x-2}{x-4}+\binom{x-3}{x-5}=16$$

Sb-rce, SPŠ:

$x^2-6x-7=0 \Rightarrow x_2 \neq -1,\ x_1=7$

4) Řešte rovnici:

$$2\cdot\binom{x+3}{x+1}+\binom{x-1}{x-2}=3x+15$$

VH: $x^2+3x-10=0 \Rightarrow x_1=2,\ x_2 \neq -5$

5) Řešte rovnici:

$$\binom{x}{2}+\binom{x-1}{2}=4$$

Sb-MM:

$2x^2-4x-6=0 \Rightarrow x_1=3,\ x_2 \neq -1$

6) Řešte rovnici:

5 $$\binom{x}{1}+\binom{x-2}{2}=8$$

VH: $x^2-3x-10=0 \Rightarrow x_1=5,\ x_2 \neq -2$

7) Řešte rovnici:

$$\binom{x-2}{2}+\binom{x+4}{x+2}=8x+3$$

VH: $x^2-7x+6=0 \Rightarrow x_1=6,\ x_2 \neq 1$

8) Řešte rovnici:

$$\binom{x}{2}+\binom{x+3}{2}=4$$

Sb-MM: $x^2+2x-1=0 \Rightarrow D=8 \Rightarrow NŘ$

9) Řešte rovnici:

$$\binom{x}{2}+\binom{x+3}{1}=4$$

Sb-rce: $x^2+x-2=0 \Rightarrow x_1 \neq 1,\ x_2 \neq -2$

10) Řešte rovnici:

$$\binom{x-2}{2}=3$$

Sb-rce: $x^2-5x=0 \Rightarrow x_2 \neq 0,\ x_1=5$

11) Řešte rovnici:

$$\binom{x-3}{x-4}-2\cdot\binom{x+2}{2}=-(2x+30)$$

VH: $-x^2+25=0 \Rightarrow x_1=5,\ x_2 \neq -5$

63

VZDÁLENOST BODU OD PŘÍMKY

1. Určete vzdálenost bodu $A = [-6;5]$ od přímky
   $x - 2y + 1 = 0$ $[3\sqrt{5}]$

2. Určete vzdálenost bodu $M = [2;-3]$ od přímky $y = \frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$
   $[5]$

3. Určete vzdálenost bodu M od přímky p, víme-li
   a) $M = [4;9]$; p: $x = 2+4t$; $y = 1+3t$; [ ]
   b) $M = [2;-1]$; p: $x = -1+3t$; $y = -2+4t$; [ ]
   c) $M = [3;0]$; p: $A = [1;3]$, $B = [0;1]$ [ ]
   d) $M = [1;3]$; p: $x = -30+6t$; $y = 2t$; [ ]

4. Ukažte, že dané přímky jsou rovnoběžné a vypočítejte jejich vzdálenost
   p: $3x - 7y + 2 = 0$, q: $3x - 7y + 3 = 0$
   $\left[v = \frac{\sqrt{58}}{58} \right]$

5. Je dán trojúhelník ABC. Vypočítejte vzdálenost bodu A od strany BC.
   $A = [3;0]$; $B = [10;2]$; $C = [0;6]$ $\left[v = \frac{24\sqrt{29}}{29} \right]$

Vyřeš soustavu dvou rovnic a udělej zkoušku : 7A

a) $x+y=5$
$x-y=1$

b) $2x+2=x-y$
$3x+2y=0$

c) $2x-25y=17$
$15y-x=-6$

d) $x+3y=11$
$3(x-1)-5y=-68$

e) $\frac{1}{3}x+\frac{7}{8}y=8$
$14x-5y=2$

f) $a=\frac{7}{2}b+1$
$2a-4b=-1$

g) $3(2x-5)+2y=-41$
$\frac{x-3y}{9}-y=5$

h) $\frac{3a+1}{4}-\frac{4b-1}{7}=1$
$\frac{a+1}{3}-\frac{b+2}{4}=1$

i) $5x-14=3y$
$7(3x-2y)=35$

j) $(x-2)(y+5)=(x-1)(y+2)$
$(y-3)(x+4)=(x+7)(y-4)$

k) $2x+y=11$
$3x-y=9$

l) $3x+4y=253$
$y=5x$

m) $\frac{x}{5}-2=\frac{y}{10}$
$5x+45=-7y$

n) $\frac{2x+3}{3y-2}=1$
$x(2y-5)-2y(x+3)=2x+1$

o) $3(3y+2)+4(5x-4)=0$
$\frac{5x-4}{15x-2}=\frac{3y+2}{9y+4}$

p) $\frac{2x-y+3}{3}-\frac{x-2y+3}{4}=4$
$\frac{3x-4y+3}{4}+\frac{4x-2y-9}{3}=4$

VÝSLEDKY

a) $[3;2]$

b) $[4;-6]$

c) $[21;1]$

d) $[-10;7]$

e) $[3;8]$

f) $\left[-\frac{5}{2};-1\right]$

g) $[-3;-4]$

h) $[173;226]$

i) $[13;17]$

j) $[5;7]$

k) $[4;3]$

l) $[11;55]$

m) $[5;-10]$

n) $[-1;1]$

o) $\left[\frac{4}{5};-\frac{2}{3}\right]$

p) $[7;5]$

1. Pan Veselý si vzal od banky na dobu jednoho roku úvěr ve výši 900 000 Kč s roční úrokovou mírou 7,8%. Banka zúročí úvěr jednou, v den jeho splatnosti.
   a) Vypočítejte, kolik korun činí úrok. (70 200 Kč)
   b) Vypočítejte, kolik korun musí pan Veselý bance celkem zaplatit. (970 200 Kč)

2. Pan Veselý uložil do banky na jeden rok 16 000 Kč s roční úrokovou mírou 4,2%. Banka zúročila vklad v den jeho splatnosti a odečetla od vypočítaného úroku daň ve výši 15 %.
   Vypočítejte: a) úrok před zdaněním (672 Kč)
   b) úrok po zdanění (571,20 Kč)
   c) kolik korun pan Veselý od banky obdrží (16 571,20 Kč

3. Představte si, že vložíte do banky na vkladní knížku bez výpovědní lhůty dne 13. 8. částku 84 500 Kč a dne 20. 9. téhož roku tuto částku vyberete. Vklad bude úročen s úrokovou mírou 1,2 %. Vypočítejte, kolik korun vám banka vyplatí za předpokladu, že používá standard: 30E/360
   (84 589 Kč)

4. Pan Veselý zakoupil depozitní certifikát na tři roky za 25 000 Kč. Úroková míra činila 5,6 %. Jde o jednoduché úročení, úročí se jednou ročně. Daň z úroku je 25 %. (28 150 Kč.)

5. Kolik budeme mít na účtu s počátečním vkladem 10 000 Kč, jestliže jej ponecháme na účtu s úrokovou sazbou 3 % 5 let? (11 593 Kč.)

6. Při roční úrokové míře 2,7 % banka vyplatila klientovi částku 60 000 Kč. Kolik Kč před 4 lety vložil do banky? Počítáme s 15% daní z úroku. (54 794 kč)

7. Za jaký čas se vklad vložený do banky/spořitelny na 2,5% p.a. při celoročním složitém úročení zdvojnásobí? (28,1 let)

8A

LINEÁRNÍ NEROVNICE

Dané nerovnice řešte v množině $\mathbb{R}$:

1. $\dfrac{3-2x}{5} + 8 > \dfrac{5x+2}{2} - x$ $\quad (-\infty; 4)$

2. $5(x-1) - x(7-x) \leq x^2$ $\quad \langle -2{,}5; \infty)$

3. $\dfrac{2x-1}{2} + \dfrac{x+3}{4} > \dfrac{7x+2}{3} - \dfrac{x}{6}$ $\quad \left(-\infty; -\dfrac{5}{11}\right)$

4. $\dfrac{x-1}{3} - 2(1-4x) \geq \dfrac{x}{4} - \dfrac{7-52x}{6}$ $\quad (-\infty; -2\rangle$

5. $(4x-1)^2 + 7x < (8x+1)(2x-4)$ $\quad \left(-\infty; -\dfrac{5}{19}\right)$

6. Řešte v množině $\mathbb{Z}^-$

   $\dfrac{4x-3}{5} - \dfrac{3x-4}{2} + \dfrac{2x-5}{3} < 0$ $\quad \{-7; -6, \dots -2, -1\}$

7. Řešte v množině $\mathbb{N}$

   $\dfrac{2x-1}{5} - \dfrac{3-2x}{4} < 3 - \dfrac{x-1}{2}$ $\quad \{0, 1, 2, 3\}$

8. Řešte v množině $\mathbb{N}_0$

   $\dfrac{2x-1}{3} - \dfrac{x+3}{2} < 3 - \dfrac{x-2}{3}$ $\quad \{0, 1, 2, 3, \dots 11\}$

9. Řešte v množině $\mathbb{R}_0^-$

   $\dfrac{x+1}{5} - \dfrac{x-1}{2} - 3 - \dfrac{2x-1}{2} \leq 0$ $\quad \left\langle -\dfrac{18}{13}; 0\right\rangle$

10. Řešte v množině všech prvočísel

    $\dfrac{7x-1}{3} + 6 > 5x - \dfrac{5+3x}{2}$ $\quad \{2; 3; 5\}$

11. Určete, pro které hodnoty parametru m má kvadratická rovnice $x^2 - 2(m+4)x + m^2 + 6m = 0$ v neznámé x reálné kořeny

GEOMETRICKÁ POSLOUPNOST, SLOŽENÉ ÚROKOVÁNÍ

1. Napište prvních pět členů geometrické posloupnosti jestliže

   a) $a_1 = 8$; $q = \frac{1}{2}$ $\left[8; 4; 2; 1; \frac{1}{2} \right]$

   b) $a_1 = -5$; $q = -\frac{1}{5}$ $\left[-5; 1; -\frac{1}{5}; \frac{1}{25}; -\frac{1}{125} \right]$

2. Určete zbývající veličiny v geometrické posloupnosti, je-li dáno

   a) $a_1 = 18$; $a_n = 13\,122$; $s_n = 19\,674$; $n = ?$; $q = ?$ [7; 3]

   b) $a_3 = 1$; $q = 3$; $a_1 = ?$; $s_5 = ?$

3. Napište prvních pět členů geom. posloupnosti, jestliže

   a) $a_1 = 12$; $a_2 = 18$ [12, 18; 27; 40,5; 60,75]

   b) $a_3 = 8$; $a_4 = 128$ [2, 4, 8, 16, 32 nebo 2, -4, 8, -16, 32]

4. Určete takové číslo, které zvětšeno postupně o 7, 23, 71 dává tři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti.

~~5.~~ Délky stran a, b, c trojúhelníku ABC tvoří tři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti. Jak jsou velké, je-li jeho obvod $o = 42$ cm a délka strany $b = 8$ cm? [nemá řešení]

6. Město má 930 000 obyvatel. Ročně přibývá 1%. Kolik obyvatel bude mít za 4 roky? Za kolik let dosáhne počet obyvatel 1 000 000? [967 761]

   [6,8]

GEOMETRICKÁ POSLOUPNOST, SLOŽENÉ ÚROKOVÁNÍ

1. Napište prvních pět členů geometrické posloupnosti jestliže
   a) $a_1 = 8$; $q = \frac{1}{2}$ [8, 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$]
   b) $a_1 = -5$; $q = -\frac{1}{5}$ [−5; 1; $-\frac{1}{5}$; $\frac{1}{25}$; $-\frac{1}{125}$]

2. Určete zbývající veličiny v geometrické posloupnosti, je-li dáno
   a) $a_1 = 18$; $a_n = 13\,122$; $s_n = 19\,674$; $n = ?$; $q = ?$ [7, 3]
   b) $a_3 = 1$; $q = 3$; $a_1 = ?$; $s_5 = ?$

3. Napište prvních pět členů geom. posloupnosti, jestliže
   a) $a_1 = 12$; $a_2 = 18$ [12, 18, 27, 40,5, 60,75]
   b) $a_3 = 8$; $a_4 = 128$ [2, 4, 8, 16, 32 nebo 2, −4, 8, −16, 32]

4. Určete takové číslo, které odečtené postupně od 7, 23, 71 dává tři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti.

5. Délky stran a, b, c trojúhelníku ABC tvoří tři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti. Jak jsou velké, je-li jeho obvod o = 42 cm a délka strany b = 8 cm? [nemá řešení]

6. Město má 930 000 obyvatel. Ročně přibývá 1 %. Kolik obyvatel bude mít za 4 roky? Za kolik let dosáhne počet obyvatel 1 000 000? [967 761]
   [6,8]

6A 9B

VARIACE, PERMUTACE, KOMBINACE

1. Kolik různých vlajek je možné vytvořit z pěti proužků různé barvy a) 3 proužky vedle sebe 60
b) 2 proužky vedle sebe 20

2. Kolika způsoby mohou být rozděleny 1., 2., 3. cena mezi 13 účastníků sportovního závodu? 1716

3. Kolik šesticiferných čísel je možné sestavit z cifer 1, 2, 3, 4, 5, 6 720
b) má-li začínat číslem 4? 120

4. Kolik [illegible] pěticiferných čísel je možné sestavit z číslic 0, 1, 3, 4, 7? 96

5. Kolika způsoby můžeme vybrat 11 hráčů, jestliže tři z nich hrají na jedné pozici? 43

6. V [illegible] je 12 hráčů. Kolik čtyřčlenných [illegible] z těchto hráčů lze vytvořit? 495
Kolik čtyřčlenných [illegible] hrají-li 6 hráčů v jedné [illegible]? 480

7. Kolik [illegible] dá 16 [illegible] variací druhé třídy? 180

8. Zvětšíme-li počet prvků množiny o dva, zvětší se počet všech jejích permutací dvaačtyřicetkrát. Určete původní počet prvků. 5

9. Kolik musí mít daná množina prvků, jestliže variací třetí třídy z nich utvořených je pětkrát více než kombinací druhé třídy? 7

10. Zvětší-li se počet prvků o jeden, zvýší se počet kombinací třetí třídy o 21. Kolik je daných prvků? 7

SOUSTAVA LINEÁRNÍCH NEROVNIC

1. Řešte v množině R nerovnice:

a) $\dfrac{3-4x}{2x-3} < 0$ $\qquad [\langle \frac{3}{4} ; \frac{3}{2})']$

b) $\dfrac{14-x}{x-5} > 0$ $\qquad [(5; 14)]$

c) $\dfrac{2x-3}{3x+5} \leq 0$ $\qquad [(-\frac{5}{3}; \frac{3}{2} \rangle]$

2. Pro která $x \in R$ je zlomek $\dfrac{x}{1-2x}$ kladný, záporný?

3. Určete definiční obor funkce f

a) $f: \; y = \sqrt{3-4x}$

b) $f: \; y = \sqrt{\dfrac{x+1}{x-3}}$

c) $f: \; y = \sqrt{\dfrac{3x-1}{5+2x}}$

d) $f: \; y = \log \dfrac{x+3}{x-2}$

4. Řešte soustavu nerovnic v množině R

a) $\dfrac{2x-11}{4} - \dfrac{2x-19}{2} < 2x \;\wedge\; \dfrac{2x+15}{9} \geq \dfrac{x-1}{5} + \dfrac{x}{3}$

b) $\dfrac{7-x}{2} - 3 < \dfrac{3+4x}{5} - 4 \;\wedge\; \dfrac{5}{3}x + 5(4-x) < 2(4-x)$

KVADRATICKÁ ROVNICE

1. Následující rovnice řešte v množině $\mathbb{R}$

a) $(2x+3)^2+(2x-3)^2=90$ [{±3}]

b) $\frac{x+9}{x^2}-\frac{x+1}{x^2}=2$ [{±2}]

c) $\frac{x+2}{x-2}=x-1$ [{0; 4}]

d) $\frac{2x}{x-3}=1+\frac{3x+2}{x-2}$ [{0; 4}]

e) $2\cdot(3x+2)=\left(\frac{x}{2}+3\right)^2$ [{10; 2}]

f) $\frac{5x}{x-4}=\frac{4x+3}{x+4}+6$ [{9; -2,4}]

g) $\frac{x+4}{x-4}+\frac{x-5}{x+5}=\frac{8}{3}$ [{10; -14}]

h) $\frac{2}{x^2-4}+\frac{1}{2x-x^2}+\frac{x-4}{x^2+2x}=0$ [{6; -1}]

2. Najděte kvadratické rovnice, které mají danou množinu P kořenů a daný koeficient a nebo b nebo absolutní člen c.

a) $P=\{-2; -10\}$ $a=6$ [$6x^2+72x+120=0$]

b) $P=\{5; 6\}$ $c=3$ [$0{,}1x^2-1{,}1x+3=0$]

c) $P=\{\frac{1}{4}; -4\}$ $b=15$ [$4x^2+15x-4=0$]

3. Je dána rovnice $x^2-6x+8=0$. Sestavte rovnici, která bude mít kořeny čísla převrácená ke kořenům dané rovnice.

[$8x^2-6x+1=0$]

VZÁJEMNÁ POLOHA DVOU PŘÍMEK

1. Zjistěte vzájemnou polohu přímek:

a) $p: x = t;\ y = 3+t;$ $\quad q: x+2y+3=0$ [různoběžné]

b) $p: x = -6+7t,\ y = 5+2t;$ $\quad q: y = \frac{2}{7}x + 6$ [rovnoběžné různé]

c) $p: 6x - y - 22 = 0;$ $\quad q: x = 1+2t,\ y = -6+7t$

d) $p: 2x - 3y + 4 = 0;$ $\quad q: 3x + y - 4 = 0$ [různoběžné]

U různoběžných přímek vypočítejte průsečík.

2. Určete číslo a tak, aby přímka $ax + 4y - 9 = 0$ byla

a) kolmá

b) rovnoběžná s přímkou $2x - 8y + 3 = 0$

3. Napište rovnici přímky, která prochází průsečíkem přímek $x+y-3=0$, $x-y+7=0$ a je rovnoběžná s přímkou $2x - 3y + 9 = 0$ [$2x - 3y + 19 = 0$].

4. Určete rovnici přímky, která je kolmá k přímce $x = 2+4t,\ y = -1-3t$ a prochází průsečíkem přímek AB a CD je-li: $A=[5;0]$, $B=[-3;-4]$, $C=[-1;2]$, $D=[5;-10]$

[$x = 1+3r,\ y = -2+4r$]

5. Určete vzájemnou polohu přímek p, q:

a) $p: x = 1+2t;\ y = 7+t;\ z = 5+4t$ [různoběžné]
$q: x = 2+3r;\ y = -3-2r;\ z = -8+r$

b) $p: x = 1+4t;\ y = -12t;\ z = -3-20t$ [rovnoběžné různé]
$q: x = 3-2r;\ y = 12+6r;\ z = 10+10r$

c) $p: x = 5+3t;\ y = -2-6t;\ z = 1+12t$ [rovnoběžné splývající]
$q: x = 2-r;\ y = 4+2r;\ z = -11-4r$

Vyřeš soustavu lineární a kvadratické rovnice :

11 A

a) $x - y = 27$, $x^2 - y = 0$

b) $2x - y = 0$, $y - x^2 = 1$

c) $x^2 - y = -3$, $x - 2y = 1$

d) $x - 2y + xy = 27$, $x - y - 3 = 0$

e) $x^2 + 4y^2 = 10$, $x + 6y - 10 = 0$

f) $2x^2 - 3y^2 - 5x - 2y = 26$, $x - y = 4$

g) $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0$, $x - y = 2$

h) $y = x^2 - x$, $y = 3x - 3$

i) $y = 3x^2 + x + 1$, $y = 2x - 8$

j) $y = 5x^2 - 7$, $y = 4x - 10$

k) $y = 2 - 5x - 5x^2$, $y = 3x^2 + 7x + 2$

l) $x + y = 7$, $x^2 + y^2 = 37$

m) $xy + 21 = 0$, $x - y = 10$

n) $x^2 + y^2 + 2x = 9$, $x^2 + y^2 - 6y = 11$

VÝSLEDKY

a) $\emptyset$

b) $[1;2]$

c) $\emptyset$

d) $[-3;-6]$; $[7;4]$

e) $\left[1;\frac{3}{2}\right]$

f) $[6;2]$; $[11;7]$

g) $\emptyset$

h) $[1;0]$; $[3;6]$

i) $\emptyset$

j) $\emptyset$

k) $[0;2]$; $\left[-\frac{3}{2};-\frac{7}{4}\right]$

l) $[1;6]$; $[6;1]$

m) $[3;-7]$; $[7;-3]$

n) $[-4;1]$; $[2;-1]$

113

7. Statistika

1.
Vytvořte vhodnou tabulku rozdělení četností (x_i, f_i,, r_i, r_i v %) prodané úlohy.
2.
Vypočtěte aritmetický průměr, harmonický průměr, geometrický průměr.
3.
Určete modus a medián.
4.
Vypočítejte variační rozpětí, variační koeficient, rozptyl a směrodatnou odchylku.

1)
Byl sledován věk 19 posluchačů studijní skupiny univerzity třetího věku:
68, 67, 72, 70, 68, 69, 69, 70, 71, 73, 76, 75, 71, 75, 66, 69, 68, 76, 76.

2)
Následující hodnoty představují měsíční čistou mzdu v Kč zaokrouhlenou na tisíce u 30 zaměstnanců firmy:

23 000, 25 000, 25 000, 24 000, 22 000, 28 000, 24 000, 26 000, 28 000, 22 000, 22 000, 25 000, 24 000, 22 000, 28 000, 24 000, 23 000, 27 000, 22 000, 23 000, 25 000, 25 000, 28 000, 22 000, 22 000, 25 000, 24 000, 22 000, 28 000, 24 000

3)

Při zjišťování věku zájemců o zaměstnání u firmy prodávající fastfood byly zjištěny tyto hodnoty:
22, 22, 22, 18, 19, 21, 20, 21, 18, 19, 22, 18, 19, 18, 18, 18, 19, 18, 20, 21, 21, 20, 23, 19, 19, 18, 21, 21, 22, 21, 22, 18, 19, 21, 21, 21, 20, 23, 22, 19, 20, 20, 18, 18, 18, 19, 18, 20, 21, 19.

4)
Byla pozorována tělesná zdatnost 17ti- letých chlapců. Měřila se délka skoku do dálky v cm. Měření bylo provedeno u 30 žáků jedné třídy 2. ročníku SPŠ:
385, 395, 410, 390, 410, 400, 395, 395, 410, 440, 395, 410, 390, 410, 430, 390, 410, 430, 395, 410, 390, 410, 430, 415, 440, 410, 430, 415, 440, 390.

12A

LINEÁRNÍ FUNKCE

1. Na počátku měsíce je ve skladu 10 000 m látky. Každý den odebírá prodejna 400 m. Určete funkci, která vyjadřuje závislost zásoby látky na počtu dní.
[$f: y = 10000 - 400x$, $x \in \langle 0; 25 \rangle$]

2. Sestrojte graf lineární fce $y = kx + q$, který prochází bodem $M = [2; -3]$ je-li
a) $k = \frac{1}{2}$ [$q = -4$]
b) $k = -\frac{2}{3}$ [$q = -\frac{5}{3}$]

3. Lineární funkce je dána uspořádanými dvojicemi $[-1; -5]$; $[2; 1]$. Určete tuto funkci, nakreslete její graf a vypočtěte rovnici funkce inverzní f.
[$f: y = 2x - 3$, $f^{-1}: y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$]

4. Sestrojte grafy funkcí:
a) $y = |2x|$ $x \in \langle -2, 2 \rangle$
b) $y = |x + 2|$ $x \in (-5, 0)$
c) $y = |3x - 4|$ $x \in (0; 3)$

5. Z místa A vyjel automobil průměrnou rychlostí 45 km/h. Po dvaceti minutách vyjel z téhož místa druhý automobil průměrnou rychlostí 65 km/h. Určete graficky, kdy druhý automobil dostihne první.
[$y_1 = 45x$ $y_2 = 65(x - \frac{1}{3})$ $x = 1$ hod 05 min]

12B

VZDÁLENOST DVOU BODŮ, STŘED ÚSEČKY V ~~PROSTORU~~ A V ROVINĚ

1. Určete chybějící souřadnici bodu B, víte-li, že $|AB| = 5$:
   a) $A = [3; 5]$, $B = [-1; b_2]$ $b_2 = 8$, $b_2 = 2$

2. Ověřte, že trojúhelník ABC je pravoúhlý a vypočtěte jeho obsah:
   a) $A = [4; -1]$, $B = [5; 4]$, $C = [1; 2]$ $S = 6$; $\alpha = 90°$

3. Určete první souřadnici bodu $T = [t; 6]$ tak, aby trojúhelník TUV byl pravoúhlý s pravým úhlem při vrcholu T, je-li
   $U = [2; 3]$ $V = [-2; 1]$ $T = [\frac{3}{2}; 6]$

4. Je dán bod A a bod S. Určete bod B tak, aby bod S byl středem úsečky AB.
   a) $A = [3; -1]$, $S = [-1; 4]$ $B = [-5; 9]$
   b) $A = [2; -3]$, $S = [1; 0]$ $B = [0; 3]$

5. V rovnoběžníku ABCD jsou dány vrcholy $A = [-1; -1]$, $B = [3; 3]$ a průsečík úhlopříček $S = [2,5; 0]$. Určete zbývající vrcholy C, D a velikost úhlopříček.
   $C = [6; 1]$, $D = [2; -3]$, $|BD| = \sqrt{37}$, $|AC| = \sqrt{53}$

6. Vypočtěte délky těžnic trojúhelníku ABC, jestliže
   a) $A = [1; 4]$, $B = [-5; 0]$, $C = [-3; -2]$ $\sqrt{17}$, $\sqrt{17}$, $5\sqrt{2}$
   b) $A = [1; 4]$, $B = [-3; 0]$, $C = [3; 2]$

7. Na ose x nalezněte bod X, který je stejně vzdálen od bodů $P = [-4; 1]$, $Q = [3; 5]$.

13A

MOCNINNÁ FUNKCE

1. Určete, které z dvojic $[1;-4]$, $[2;16]$; $[-5;58]$ patří kvadratické funkci $f: y = 3x^2 + 3x - 2$
   $[\ [2;16];\ [-5;58]\ ]$

2. Určete kvadratickou funkci, které patří trojice $[-4;49]$; $[2;13]$; $[7;148]$ $[\ f: y = 3x^2 + 1\ ]$

3. Je dána kvadratická funkce $f(x) = x^2 + 4x - 1$, $D(f) = \langle -4; 2 \rangle$. Načrtněte její graf a z grafu určete její základní vlastnosti.

4. Najděte funkci udávající závislost dráhy volně padajícího kamene na čase. Načrtněte její graf. (Odpor vzduchu zanedbejte)
   $[\ s = -\frac{g}{2} t^2;\ t \in \langle 0; T \rangle\ ]$

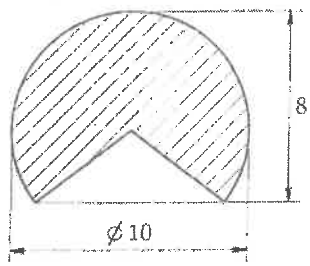
5. Určete funkci udávající závislost vnějšího povrchu S hranolové krabice bez víka a délce hrany základny. Výška krabice je 35 cm a hrana čtvercové základny má délku a cm.
   $[\ S(a) = a^2 + 140a\ ]$

6. Mostní oblouk má tvar paraboly. Nad vozovkou má výšku 8 m, nad hladinou řeky 12 m. Šířka vozovky v oblouku je 8 m. Jaké rozpětí bude mít oblouk na hladině řeky?
   $[\ 4\sqrt{6}\ ]$

7. Určete souřadnice vrcholu paraboly, která je grafem kvadratické funkce $f: y = x^2 - 4x + 13$ $[\ V = [2; 9]\ ]$

8. Určete nejmenší (největší) hodnoty, které nabývá daná kvadratická fce: $f: y = 6x^2 - x - 1$ $(f: y = -3x^2 + 3x - 26)$
   $[\ -\frac{25}{4}\ ]$ $(\ [\ -\frac{101}{4}\ ]\ )$

1. Vypočtěte obsah vyšrafované plochy.



55,3 mm^2

2. Určete hmotnost 5m dlouhé roury, jejíž vnější průměr je 35 mm, tloušťka 4,5 mm a hustota materiálu 7 800 kg/m^3. (16,8 kg)

3. V bazénu tvaru kvádru je 1500 hl vody. Určete rozměry dna, je-li hloubka vody 250 cm a jeden rozměr dna je o 4m větší než druhý. ((6 x 10) m)

4. Povrch kužele je 113,1 cm^2. Strana kužele je třikrát větší než poloměr podstavy. Vypočítejte objem kužele. (80 cm^3)

133

5. Nádoba na vodu má tvar komolého rotačního kužele. Průměr dna je 10 cm, výška nádoby je 15 cm a stěna svírá s dnem úhel 100°. (1,9 ℓ)

6. Vypočítejte obsah pravoúhlého trojúhelníku, jehož součet odvěsen je 30 m a $\alpha = 58°10'$. (a = 18,5 m, b = 11,5 m)

7. Upravte: a) $\dfrac{\sin^3 x - \sin x}{\cos^3 x - \cos x}$ b) $\dfrac{1 + \cos x}{\sin x} - \dfrac{\sin x}{1 - \cos x}$

c) $\sin^4 x - \cos^4 x + \cos^2 x$

(a,cotgx, b,0, c,$\sin^2 x$)

147

$\boxed{14B}$ $\boxed{17B}$ $\boxed{19A}$

EXPONENCIÁLNÍ A LOGARITMICKÉ ROVNICE, FUNKCE

I. Dané rovnice řešte v množině R a proveďte zkoušku:

1. $2^{x^2-6x-2,5} = 16\cdot\sqrt{2}$ $\{7; -1\}$
2. $3^{x}\cdot 27^{2x-3} = 81^{3x-5}$ $\cancel{\frac{11}{15}}$ $\frac{11}{5}$
3. $0{,}25^{2-x} = 256\cdot 2^{-x-3}$ 3

4. $2\log(x-2) = \log(14-x)$ 5
5. $\log(x+13) - \log(x-3) = 1 - \log 2$ 7
6. $\log(x+1) - \log(x-3) = \log(x+9)$ $\frac{-5+\sqrt{135}}{2}$
7. $2\log(x-1) = 0{,}5(\log x^5 - \log x)$ $\frac{1}{2}$

II. Dané rovnice řešte v množině R, podle potřeby vyberte vhodné substituce:

1. $5^{2x-1} + 5^{x-1} = 130$ 2
2. $3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} = 13$ 3
3. $3^{x+2} + 9^{x+1} = 810$ 2

III.

1. Sestrojte grafy funkcí $f(x) = 2^{x}$, $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x}$. Z grafu určete vlastnosti těchto funkcí.
2. Je dána fce $f(x) = \left(\frac{2a-1}{3}\right)^{x}$. Určete definiční obor fce (pro která a je fce definována), kdy je rostoucí a kdy klesající.
3. Na základě definice logaritmu stanovte hodnotu x:
a) $\log_2 8 = x$, b) $\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{4} = x$, c) $\log_5 x = -\frac{1}{3}$, d) $\log_x\frac{1}{25} = 2$.

15A

FAKTORIÁL

1. Vypočtěte:

a) $\frac{4!}{3!} + 2\cdot\frac{6!}{4!} - 3\cdot\frac{5!}{2!}$ [-116]

b) $\frac{3!}{5!} + \frac{4!}{5!} - 1$ [$-\frac{3}{4}$]

c) $\frac{12!}{3!\,4!\,5!\,6!}$ [$38{,}5$]

d) $\frac{(n+2)!}{(n-1)!}$ [n^3+3n^2+2n ; $n\in N$, $n\geq 1$]

e) $\frac{(n+2)!}{(n+1)!} - \frac{2(n-1)!}{n!} + \frac{2}{n}$ [$n+2$; $n\in N$ $n>0$]

f) $\frac{1}{n!} - \frac{3}{(n+1)!} - \frac{n^2-4}{(n+2)!}$ [0 , $n\geq 0$]

2. Upravte výrazy:

a) $\frac{n^2-9}{(n+3)!} + \frac{6}{(n+2)!} - \frac{1}{(n+1)!}$ [$\frac{1}{(n+2)!}$ $n\in N$]

b) $\frac{n!}{(n-3)!} + \frac{(n+1)!}{(n-2)!} + \frac{(n+2)!}{(n-1)!} - (n^2+4)$ [$3n^3-n^2+3n-4$; $n\geq 3$]

3. Řešte rovnice v množině celých čísel

a) $\frac{(x-3)!+(x-1)!}{(x-2)!} = 3$ [$x=3$]

b) $\frac{2(x+1)!}{(x-1)!} + \frac{3(x-1)!}{(x-2)!} = 49$ [$x=4$]

16 A

REKURENTNÍ URČENÍ POSLOUPNOSTI

1. Napište prvních pět členů posloupnosti zadané rekurentně

a) $a_1 = 1{,}5$ $\qquad a_{n+1} = a_n + 2{,}5$

b) $a_1 = 2$ $\qquad a_{n+1} = (-1)^n \cdot a_n$

c) $a_1 = 9$ $\qquad a_n = a_{n-1} \cdot \frac{1}{3}$

d) $a_1 = 3$, $a_2 = 3$, $\qquad a_{n+1} = a_n - a_{n-1}$

e) $a_1 = 0$ $\qquad a_{n+1} = a_n + 2n + 1$

f) $a_1 = 1$; $a_2 = 6$, $\qquad a_{n+1} = \sqrt{a_n \, a_{n-1}}$

g) $a_1 = 0$; $a_2 = -2$; $\qquad a_{n+2} = a_{n+1} - \frac{1}{2} a_n$

h) $a_1 = -3$; $a_2 = -6$; $\qquad a_{n+1} = \dfrac{a_n}{a_{n-1}}$

2. Dané posloupnosti zadejte rekurentně

a) $\{1\}_{n=1}^{\infty}$

b) $\{(-1)^n\}_{n=1}^{\infty}$

c) $\{n\}_{n=1}^{\infty}$

d) $\{2^{n-1} + 1\}_{n=1}^{\infty}$ $\qquad [\, a_{n+1} = 3a_n - 2a_{n-1}$; $a_1 = 2$ $a_2 = 3 \,]$

16A

DEFINICE POSLOUPNOSTI, ZÁKLADNÍ VLASTNOSTI

1. Dokažte, že daná posloupnost je klesající

   a) $\left\{ \frac{n+1}{n} \right\}_{n=1}^{\infty}$

   b) $\left\{ \frac{1}{n(n+1)} \right\}_{n=1}^{\infty}$

2. Dokažte, že posloupnost $\left\{ \frac{n-1}{n} \right\}_{n=1}^{\infty}$ je rostoucí.

3. Určete monotonii posloupnosti

   a) $\left\{ \frac{n}{n+1} \right\}_{n=1}^{\infty}$

   b) $\left\{ \frac{2n+1}{n+2} \right\}_{n=1}^{\infty}$

4. Pro která a je daná posloupnost rostoucí a pro která klesající?

   a) $\{ na \}_{n=1}^{\infty}$ [$a<0$ kles, $a>0$ rost.]

   b) $\{ a^n \}_{n=1}^{\infty}$ [$0<a<1$ kles, $a>1$ rost]

   c) $\left\{ \frac{na}{n+1} \right\}_{n=1}^{\infty}$ [$a<0$ kles, $a>0$ rostoucí]

5. Dokažte, že posloupnost $\left\{ \frac{2n+1}{n+2} \right\}$ je omezená

GONIOMETRICKÉ FUNKCE OSTRÉHO ÚHLU, ŘEŠENÍ PRAVOÚHLÉHO TROJÚHELNÍKU

[16 f]

1) Řešte pravoúhlý trojúhelník, je-li dána velikost jeho přepony $c = 50$ a součtu $a + b = 70$ cm
[… ; $b = 30$ cm ; $\alpha = 53°08'$]

2) V pravoúhlém trojúhelníku je velikost součtu odvěsen $a + b = 23$ cm a velikost úhlu $\alpha = 61°56'$. Určete velikost stran trojúhelníku.
[$a = 15$ cm, $b = 7$ cm, $c = 18$ cm]

3) Určete velikost těžnic t_a, t_b pravoúhlého trojúhelníku, je-li dána velikost jeho odvěsny $a = 24{,}5$ cm a úhlu $\alpha = 24°50'$
[$t_a = 55{,}1$ cm ; $t_b = 36{,}4$ cm]

4) Štít na domě 12,5 m širokém má tvar rovnoramenného trojúhelníku o výšce 4 m. Jaký úhel svírají obě části střechy?
[114° 46']

5) Kosočtverec má úhlopříčky o velikostech $e = 18$ cm, $f = 14$ cm. Vypočítejte velikosti strany, úhlů a výšky kosočtverce.
[$a = 11{,}4$ cm, $\alpha \doteq 75°45'$, $v \doteq 11{,}1$ cm]

6) Jakou šířku má příkop, který má tvar rovnoramenného lichoběžníku: stěny příkopu mají sklon 65°30', dno má šířku 3,7 m a hloubka příkopu je 2,45 m
[5,92 m]

7) V kosočtverci je známa velikost strany $a = 17$ cm a velikost úhlu $\alpha = 36°19'$. Určete velikost úhlopříček [$e \doteq 10{,}6$ cm, $f \doteq 32{,}3$ cm]

8) Vypočtěte úhel tečen vedených ke kružnici o poloměru $r = 1{,}7$ cm z bodu, jehož vzdálenost od středu kružnice je $a = 4{,}6$ cm [43° 23']

9. Určete délku tětivy kružnice o poloměru $r = 10$ cm, jejíž délka je rovna její vzdálenosti od středu kružnice

~~14,89 cm~~
[8,94 cm]

O T Á Z K A 14. A

1. Vypočítejte obvod kosočtverce, jehož obsah je 288 cm^2 a jedna úhlopříčka má velikost u = 12,4 cm.

2. Vypočítejte obsah rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku, jehož obvod je 119,5 m.

3. Vypočítejte obsah a obvod lichoběžníku ABCD o základnách a = 22 cm, c = 14 cm a úhlopříčkách u_1 = 20 cm, u_2 = 24 cm.

---

b/ V oboru komplexních čísel řešte kvadratické rovnice. Správnost řešení ověřte zkouškou.

1. $5x^2 - 4x + 1 = 0$

2. $\frac{x+4}{x-4} - \frac{x+5}{x-5} = 1$

3. $\frac{2x+3}{x-1} - \frac{x+1}{2x-3} = \frac{x-22}{2x^2-5x+3}$

NEPŘÍMÁ ÚMĚRNOST

1. Narýsujte grafy funkcí $y = \frac{2}{x}$; $y = -\frac{2}{x}$.
Popište je a určete základní vlastnosti těchto funkcí!

2. Obsah obdélníku $S = 8\,cm^2$. Napište vztah mezi velikostmi jeho stran. Zobrazte tento vztah graficky. Určete z grafu stranu čtverce o stejném obsahu. [$a = \frac{8}{b}$]

3. Ozubené kolo má 105 zubů a otočí se 22 krát za minutu.
a) Kolik zubů má druhé kolo soukolí, otáčí-li se 6x za minutu? [385]
b) Kolikrát se otočí třetí kolo soukolí zapadajícího do prvního kola, má-li 154 zubů? [15 krát]

4. Vzdálenost mezi městy A, B je 430 km. Určete funkci, která vyjadřuje, jak závisí doba jízdy automobilu z A do B na jeho průměrné rychlosti. Minimální rychlost je 30 km hod^{-1}, maximální 80 km hod^{-1}. Sestrojte graf, určete z něj dobu jízdy pro $v = 40, 50$ km hod^{-1}. [$y = \frac{430}{x}$, $x \in \langle 30, 80 \rangle$]

5. Kolo průměru d m se otočilo na dráze $s = 40$ m celkem n-krát. Jaká je závislost mezi průměrem d kola a počtem otáček n? [$\pi d = \frac{40}{n}$]

6. Kolo lokomotivy, které má průměr 60 cm, se na dané dráze otočí 150x. Určete funkci, která vyjadřuje závislost mezi počtem otočení a průměrem.
[$y = \frac{90}{x}$, x = průměr]

18B

FUNKCE – DEFINICE, D(f), H(f)

1. Určete čísla m a n, aby body $A = [3m - 2; 5n + 4]$ a $B = [6m - 2; 4n - 3]$ byly:
   a) souměrné podle počátku soustavy souřadnic $\left[m = \frac{4}{9};\ n = -\frac{1}{9}\right]$
   b) souměrné podle osy x $\left[m = 0;\ n = -\frac{1}{9}\right]$
   c) souměrné podle osy y $\left[m = \frac{4}{9};\ n = -7\right]$
   d) totožné $[m = 0;\ n = -7]$

2. Jsou dány množiny $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; $B = \{3; 4; 5; 6; 7\}$. Určete příklady podmnožin $A \times B$, které mají tyto vlastnosti:
   a) je funkce, která není prostá
   b) je prostá fce
   c) není fce

3. Určete definiční obory funkcí daných předpisem:

a) $f(x) = \dfrac{1}{2x + 5}$ $\left[\ \mathbb{R} \setminus \{-\frac{5}{2}\}\ \right]$

b) $f(x) = \sqrt{3 - 4x}$ $\left[\ (-\infty; \frac{3}{4}\rangle\ \right]$

c) $f(x) = \dfrac{x + 1}{\sqrt{x - 3}}$ $[\ (3; \infty)\ ]$

d) $f(x) = \dfrac{1}{(x - 2)(x + 3)}$ $[\ \mathbb{R} - \{-3; 2\}\ ]$

e) $f(x) = \log(x^2 - x - 2)$ $[\ \langle -1; 2\rangle'\ ]$

f) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$ $[\ (2; 3)'\ ]$

2017

PRAVDĚPODOBNOST NÁHODNÉHO JEVU

1. Ze 30 žáků dosáhli ve fyzice výborného prospěchu 2 žáci, chvalitebného 10 žáků, dobrého 12 žáků, dostatečného 5 žáků a nedostatečného 1 žák. Jaká je pravděpodobnost, že žák náhodně dotázaný byl ze skupiny žáků
   a) výborných $\left[\frac{1}{15}\right]$
   b) chvalitebných nebo dobrých $\left[\frac{11}{15}\right]$
   c) lepších než dostatečných? $\left[\frac{4}{5}\right]$

2. Čtyři osoby se mají posadit ke stolu, před nímž je řada sedmi židlí. Jaká je pravděpodobnost, že mezi nimi nebude prázdná židle, volí-li si osoby svá místa zcela náhodně? [0,114]

3. Ve skladu laboratorního skla je 60 stejně velkých baněk, z nichž je 6 nesprávně ocejchováno. Jaká je pravděpodobnost, že vybereme 4 správně ocejchované baňky? [0,65]

4. První střelec dosahuje 80% zásahů cíle, druhý střelec za týchž podmínek 70% zásahů. Určete pravděpodobnost zasažení cíle, střílejí-li oba současně.

5. V dodávce je 30 hotových výrobků, z nichž 12 výrobků je vadných. Vybereme 5 výrobků bez vracení. Jaká je pravděpodobnost, že v tomto výběru budou 3 výrobky vadné? [0,236]

20A

PODMÍNĚNÁ PRAVDĚPODOBNOST

1. Bylo zjištěno, že $P(B|A) = 0{,}216$; $P(A) = 0{,}9$; $P(B) = 0{,}45$. Vypočítej $P(A|B)$ [0,432]

2. Pro náhodné jevy K, J platí, že $P(K) = 0{,}5$; $P(J) = 0{,}3$; $P(K \cap J) = 0{,}1$. Vypočítej $P(K|J)$; $P(J|K)$ [0,33 ; 0,2]

3. Údaje o 100 narozených dětí jsou uspořádány do tabulky

výška dítěte	počet dětí s hmotností do 3kg	3kg a více
do 50 cm	60	20
50 cm a více	15	5

Označme jev A: vybrané dítě s hmotností do 3kg
jev B: vybrané dítě do výšky 50 cm

a) Vypočítej: $P(A|B)$, $P(B|A)$ [0,75; 0,8]
Zjisti, zda jsou jevy A, B závislé, nezávislé [závislé]

b) Vypočítej: $P(\bar{A}|B)$; $P(\bar{B}|A)$ [0,25 ; 0,2]

c) Vypočítej: $P(A|\bar{B})$; $P(B|\bar{A})$ [0,75 ; 0,8]

Zjisti, zda jsou jevy A', B' nezávislé či závislé [závislé]

4. Žák zjistil, že ze 100 hodů hrací kostkou padne 52 krát sudé číslo (jev A) a 49 krát prvočíslo (jev B). Sudé prvočíslo padne 16 krát. Vypočítej:
a) $P(A|B)$ b) $P(B|A)$ a rozhodni, zda jevy A, B jsou nezávislé! [a) 0,327 ; b) 0,308 ; nezávislé]

ODCHYLKA DVOU PŘÍMEK, PŘÍMKY A ROVINY, DVOU ROVIN

1) Je dán kvádr ABCDEFGH, d(AB) = 25 cm, d(AD) = 41 cm, d(AE) = 36 cm.
Vypočítej: a) odchylku přímek BG, ED
b) odchylku přímky EC od roviny ABF
c) odchylku přímky DB od roviny AEH
d) odchylku rovin HDG a EFC
e) odchylku rovin DEF a GBA

2) Pravidelný čtyřboký jehlan ABCDV má podstavnou hranu 8 cm a výšku 10 cm. Vypočítej:
a) odchylku boční hrany od roviny podstavy
b) odchylku roviny boční stěny od roviny podstavy
c) odchylku rovin BCV a ADV

3) Pravidelný čtyřboký jehlan ABCDV má podstavnou hranu a = 8 cm, boční hranu h = 14 cm.
Vypočítej odchylku bočních hran AV a CV.

4) Pravidelný čtyřboký jehlan ABCDV má výšku v = 15 cm, úhlopříčku podstavy u = 12 cm.
Vypočítej odchylku: a) protějších bočních stěn
b) roviny boční stěny od roviny podstavy
c) boční hrany od roviny podstavy