STEREOMETRIE, TĚLESA

Gymnázium Jiřího Wolkera v Prostějově

Výukové materiály z matematiky pro nižší gymnázia

Autoři projektu Student na prahu 21. století - využití ICT ve vyučování matematiky na gymnáziu

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky

Prostějov 2009

Úvod

Vytvořený výukový materiál pokrývá předmět matematika, která je vyučována v osnovách a tematických plánech na gymnáziích nižšího a vyššího stupně. Mohou ho však využít všechny střední a základní školy, kde je vyučován předmět matematika, a které mají dostatečné technické vybavení a zázemí.

Cílová skupina:

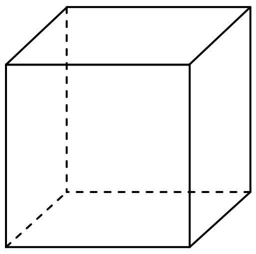
Podle chápání a schopností studentů je stanovena úroveň náročnosti vzdělávacího plánu a výukových materiálů. Zvláště výhodné jsou tyto materiály pro studenty s individuálním studijním plánem, kteří se nemohou pravidelně zúčastňovat výuky. Tito studenti mohou s pomocí našich výukových materiálů částečně kompenzovat svou neúčast ve vyučovaném předmětu matematika, formou e-learningového studia.

Obsah

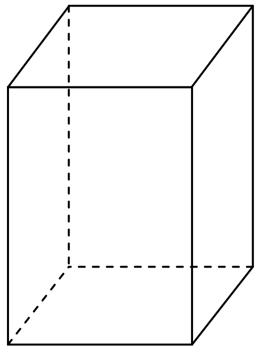
Tělesa

Krychle, kvádr, válec, koule, …

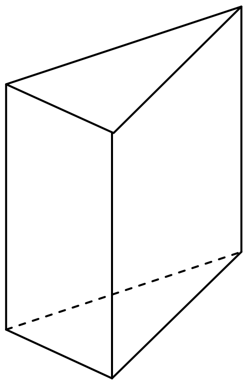
Krychle



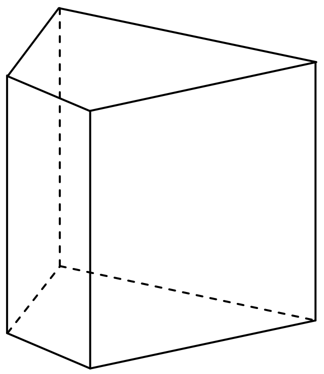
Kvádr



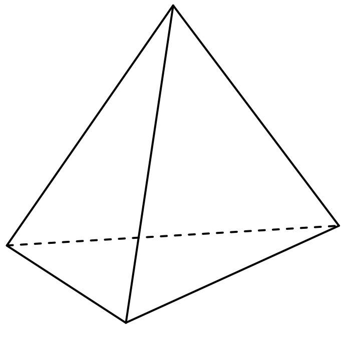
Trojboký hranol



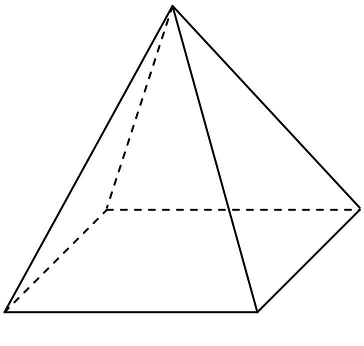
Čtyřboký hranol



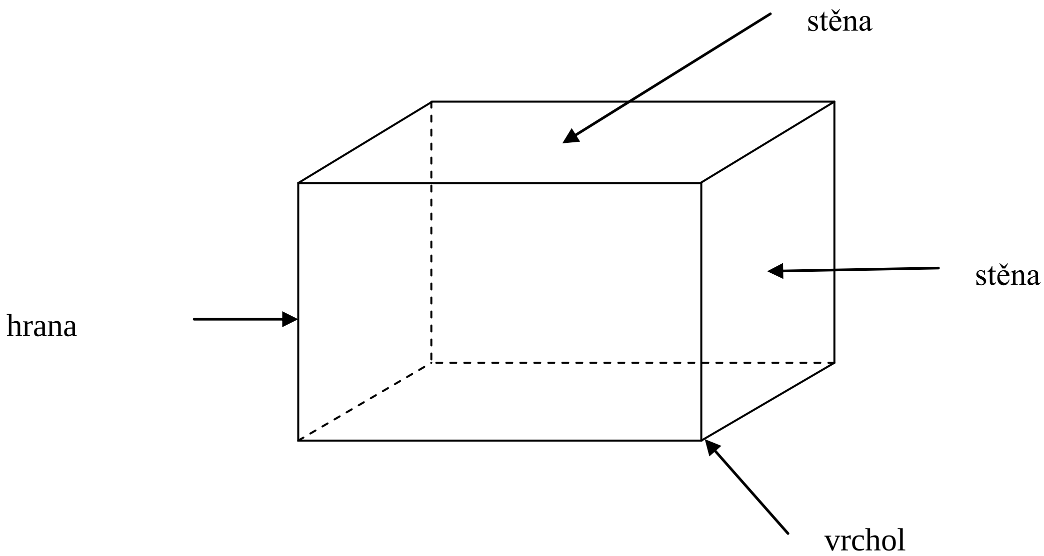
Trojboký jehlan



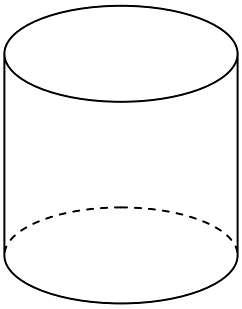
Čtyřboký jehlan



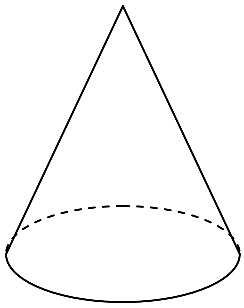
Základní pojmy



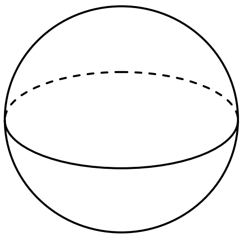
Válec



Kužel



Koule



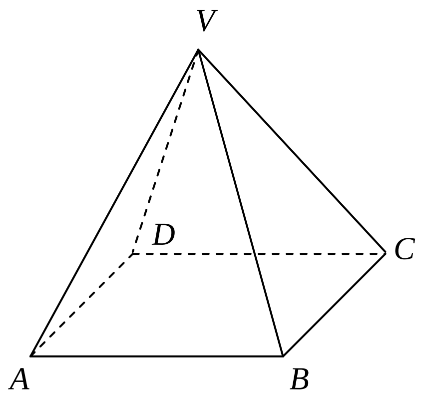
Krychle, kvádr, válec, koule, …

Varianta A

Kolik stěn má čtyřboký jehlan?

***Příklad*:**

Vrcholy čtyřbokého jehlanu označíme písmeny *A*, *B*, *C*, *D*, *V* a vidíme, že čtyřboký jehlan je tvořen podstavou tvaru čtverce a čtyřmi stěnami ve tvaru trojúhelníků. Celkový počet stěn je tedy 5.



***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:

Celkový počet stěn čtyřbokého jehlanu je 5.

Příklady k procvičení:

1) Kolik vrcholů má trojboký jehlan? [4]

2) Kolik stěn má krychle? [6]

3) Kolik hran má krychle? [12]

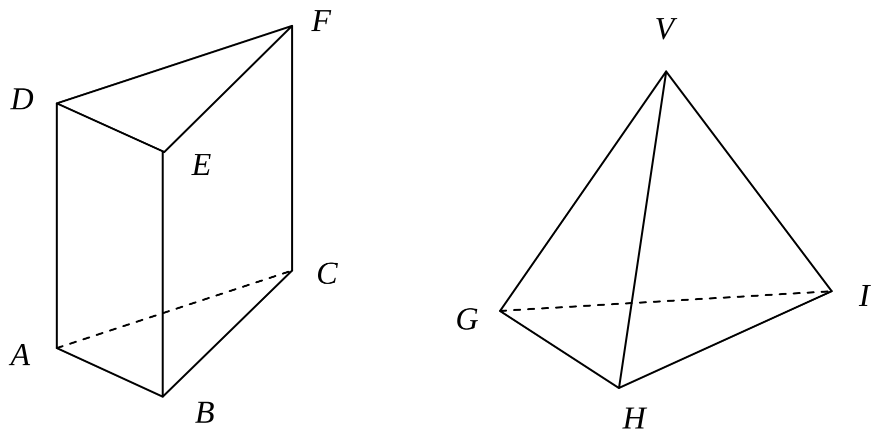
4) Kolik hran má trojboký hranol? [9]

Krychle, kvádr, válec, koule, …

Varianta B

Které těleso má více stěn – trojboký hranol nebo trojboký jehlan?

***Příklad*:**



Trojboký hranol *ABCDEF* má dvě podstavy a tři boční stěny, tedy celkem 5 stěn. Trojboký jehlan *GHIV* má jednu podstavu a tři boční stěny, tedy celkem 4 stěny. Více stěn má trojboký hranol.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:
Více stěn má trojboký hranol.

Příklady k procvičení:

1) Které těleso má více stěn – krychle nebo kvádr? [obě stejně]

2) Které těleso má více vrcholů – trojboký hranol nebo trojboký jehlan? [trojboký hranol]

3) Které těleso má více hran – trojboký hranol nebo trojboký jehlan? [trojboký hranol]

4) Které těleso má více stěn – krychle nebo čtyřboký hranol? [obě stejně]

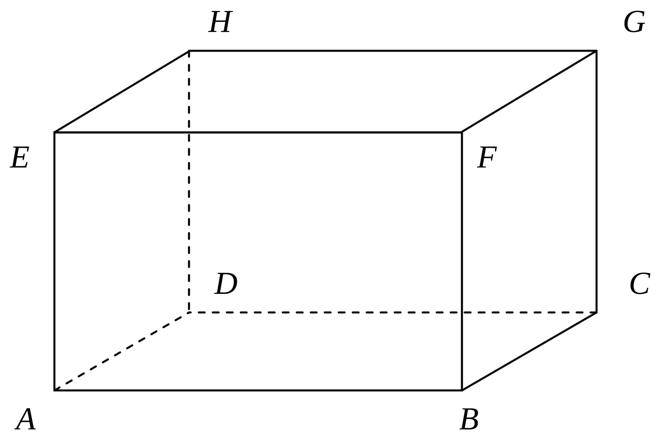
Krychle, kvádr, válec, koule, …

Varianta C

Na obrázku je náčrtek kvádru *ABCDEFGH*. Rozhodněte, zda platí:

Úsečka *AB* je rovnoběžná s úsečkou *EF*.

Příklad:



Úsečky *AB* a *EF* se nacházejí v přední stěně kvádru. Stěny kvádru jsou tvořeny obdélníky, takže úsečky *AB* a *EF* jsou vlastně protilehlými stranami v obdélníku *ABFE*. Protilehlé strany obdélníku jsou rovnoběžné. Úsečky *AB* a *EF* jsou tedy rovnoběžné.

Příklad:

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:
Úsečky *AB* a *EF* jsou rovnoběžné.

Příklady k procvičení:

1) Rozhodněte, zda v kvádru *ABCDEFGH* platí:

Úsečka *BF* je rovnoběžná s úsečkou *CD*. [ne]

2) Rozhodněte, zda v kvádru *ABCDEFGH* platí:

Úsečka *EH* je kolmá k úsečce *HG*. [ano]

3) Rozhodněte, zda v čtyřbokém jehlanu *ABCDV* platí:

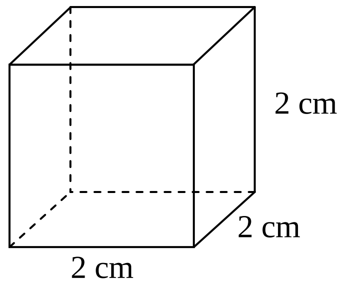
Úsečka *AB* je rovnoběžná s úsečkou *CD*. [ano]

4) Rozhodněte, zda v čtyřbokém jehlanu *ABCDV* platí:

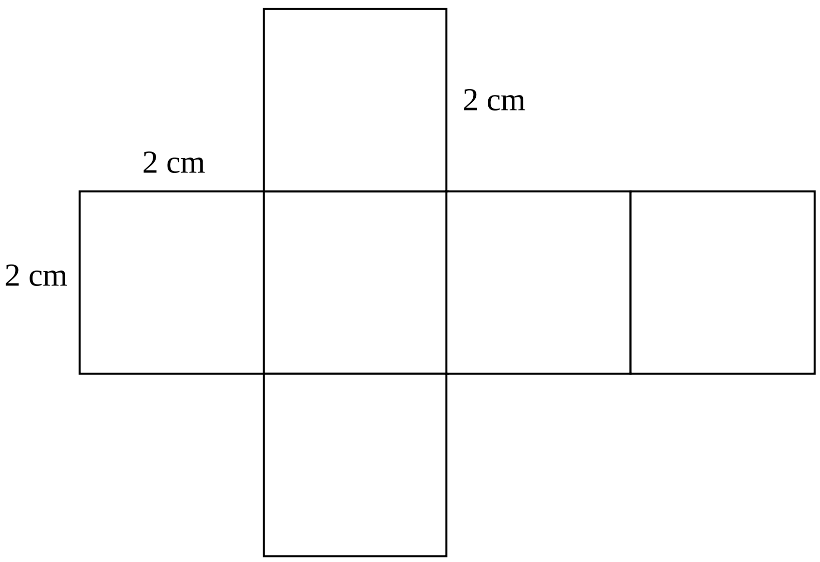
Úsečka *AB* je rovnoběžná s úsečkou *BV*. [ne]

Síť kvádru a krychle

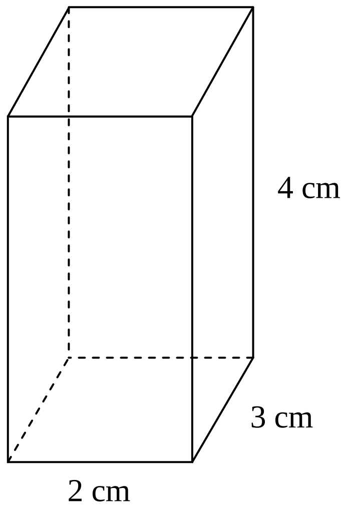
Krychle



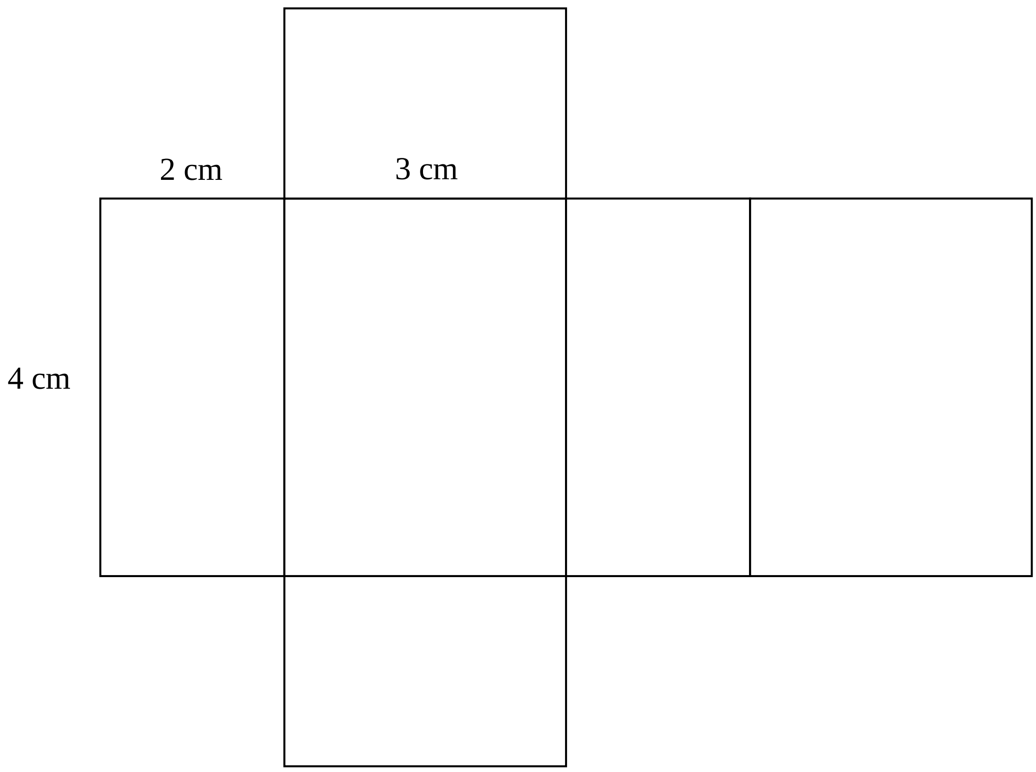
Síť krychle



Kvádr



Síť kvádru



Síť krychle (kvádru) je rovinný obrazec složený ze všech stěn daného tělesa. Z vystřižené sítě můžeme složit model tělesa.

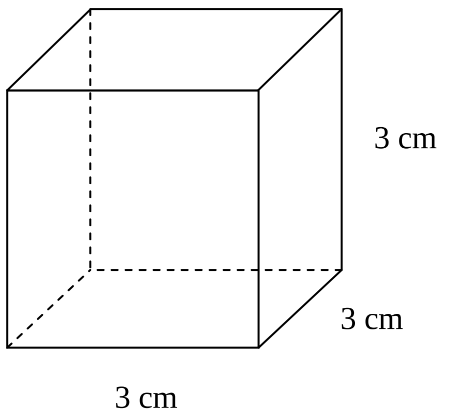
Síť kvádru a krychle

Varianta A

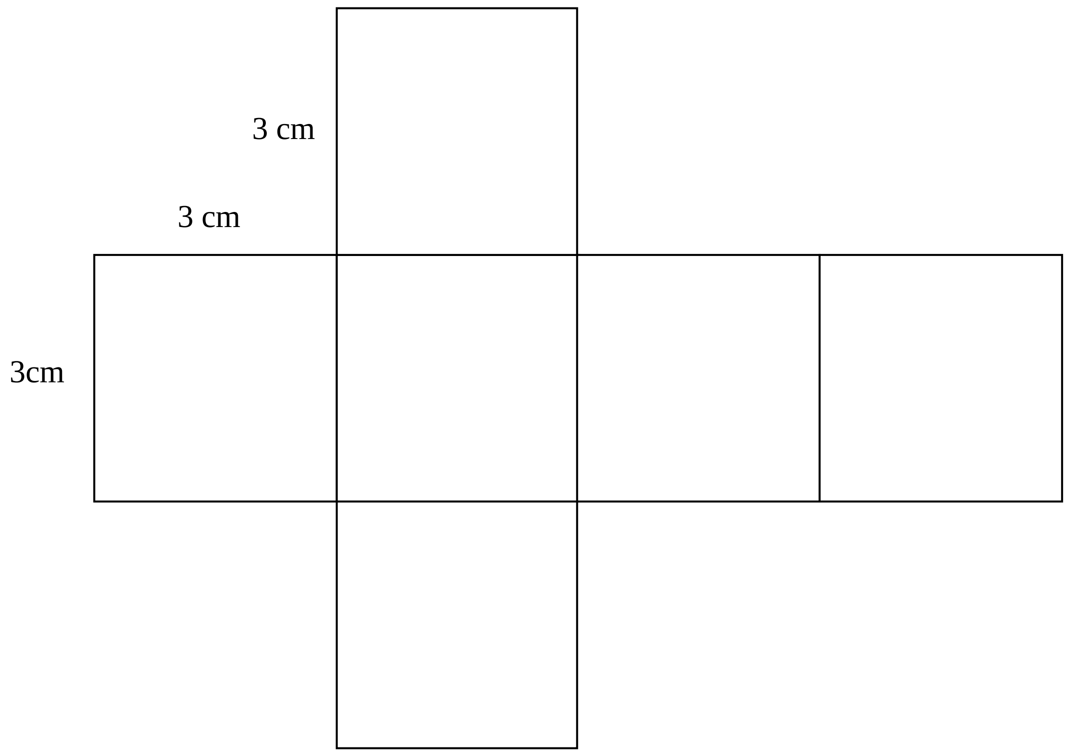
Narýsujte síť krychle podle obrázku.

***Příklad*:**

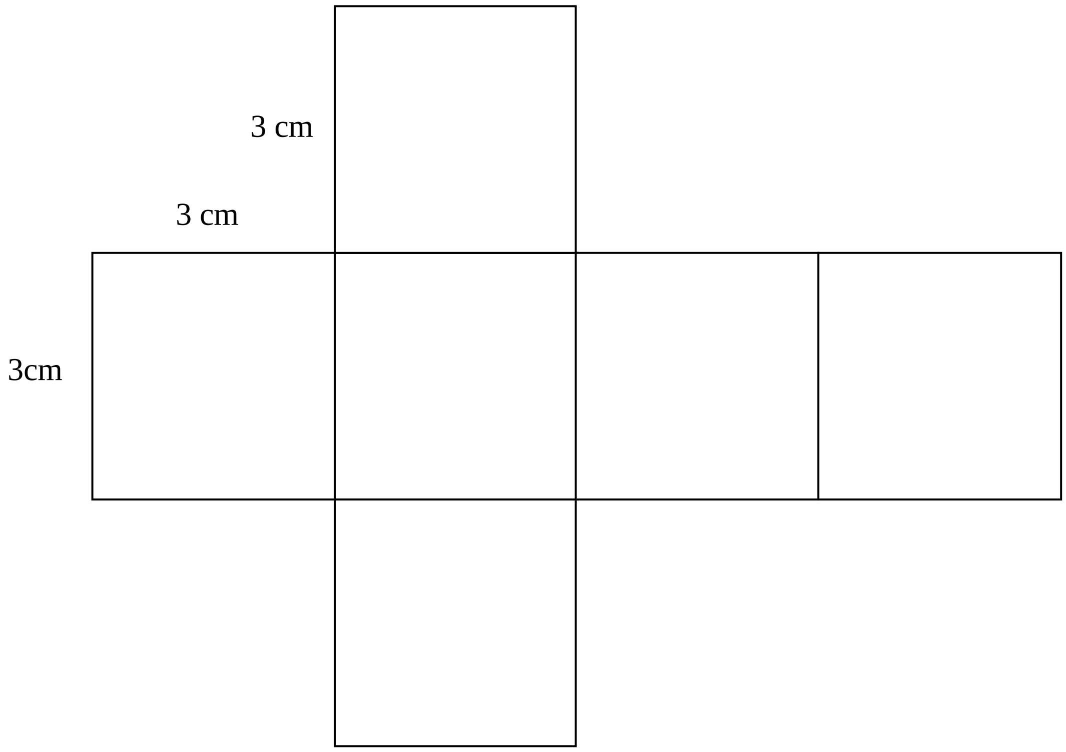
Krychle



Síť krychle



Výsledek řešení:



***Příklad*:**

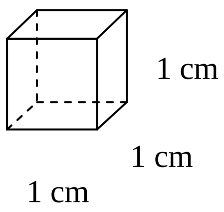
[Varianta A](#)

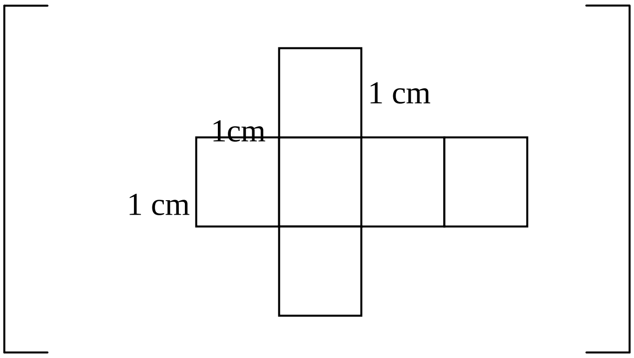
[Varianta B](#)

[Varianta C](#)

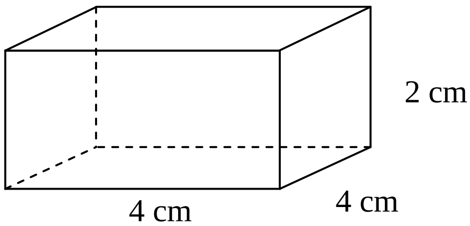
Příklady k procvičení:

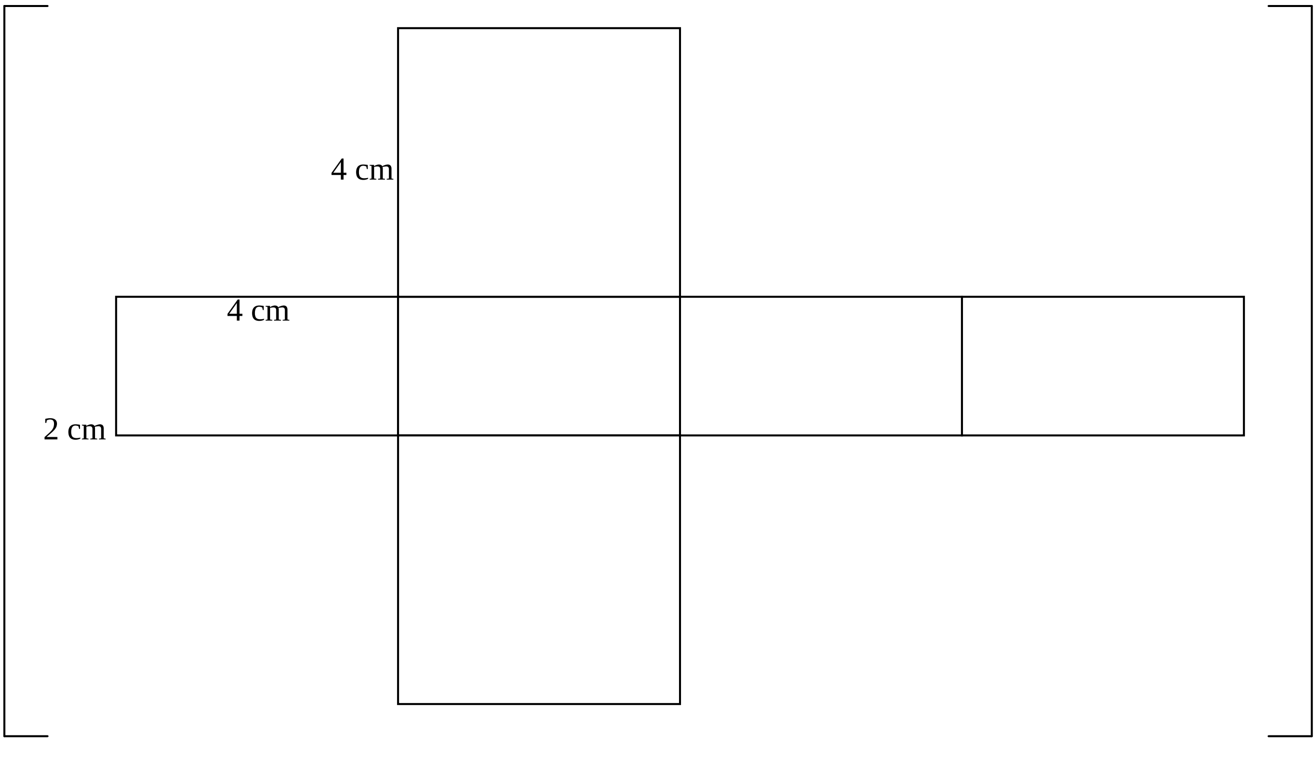
1) Narýsujte síť krychle podle obrázku.



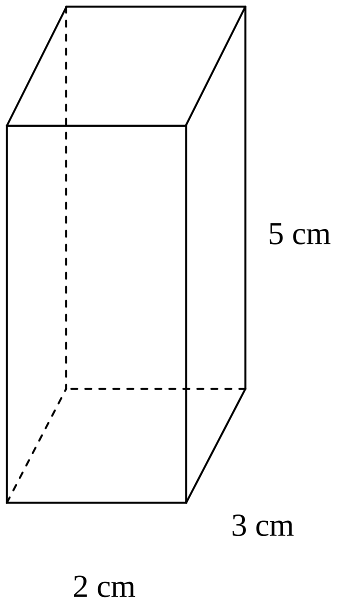


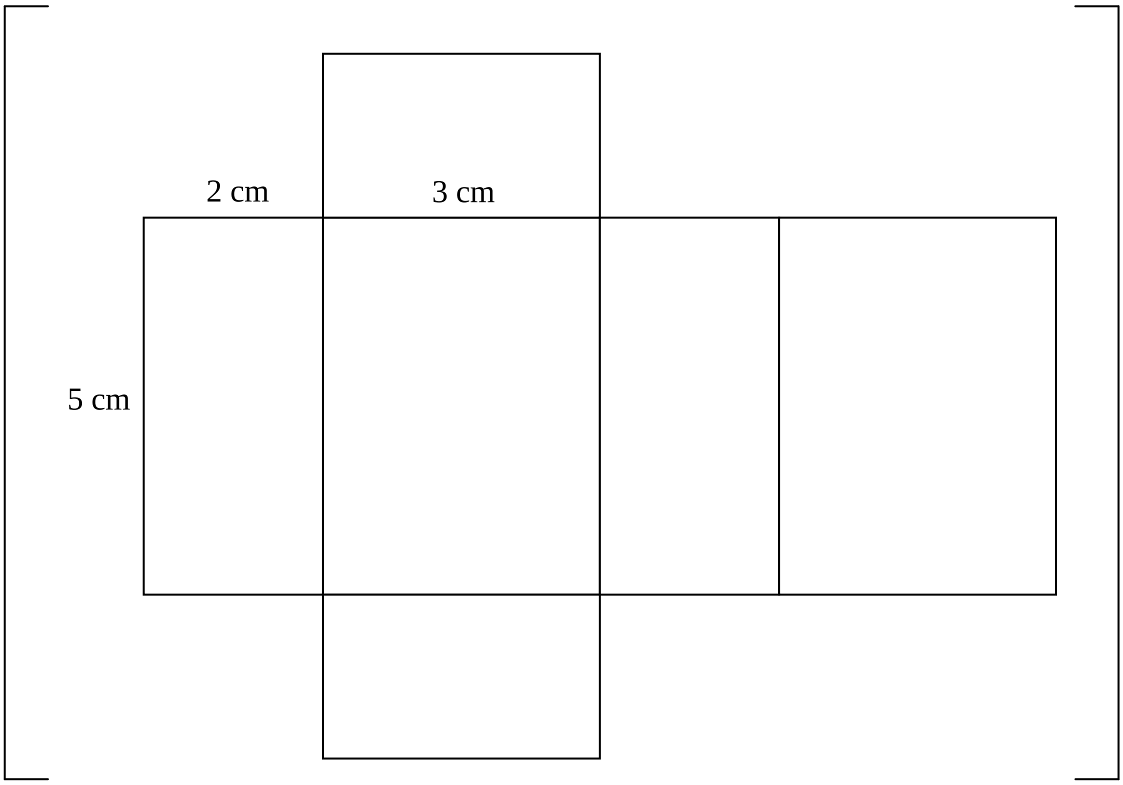
2) Narýsujte síť kvádru podle obrázku.



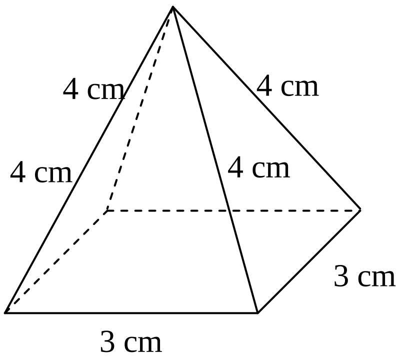


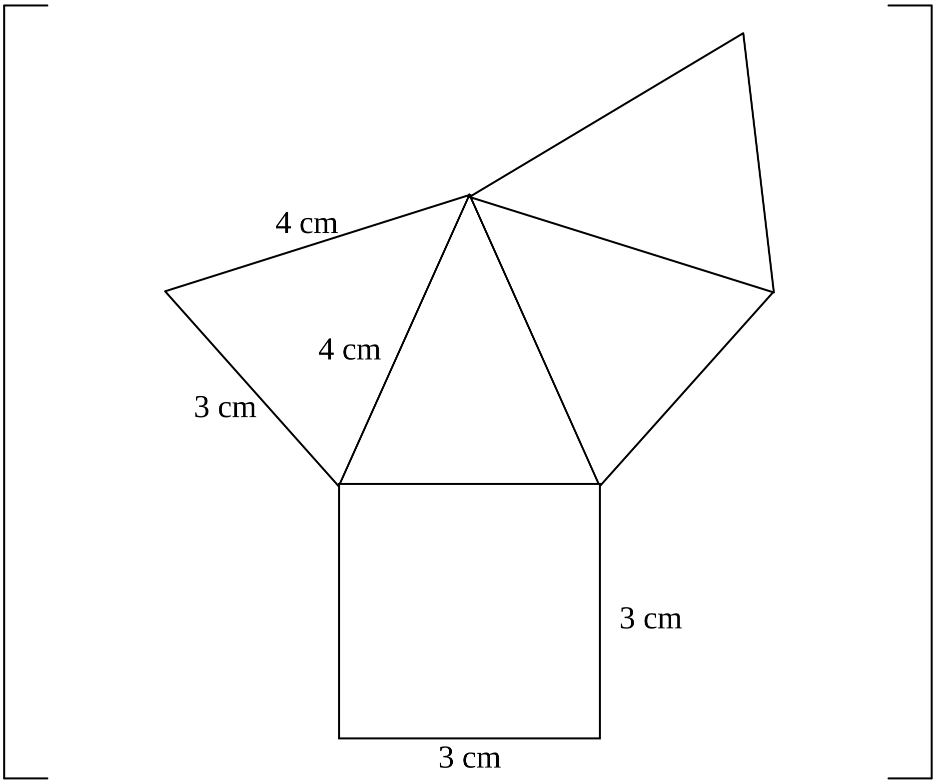
3) Narýsujte síť kvádru podle obrázku.





4) Narýsujte síť pravidelného čtyřbokého jehlanu podle obrázku.





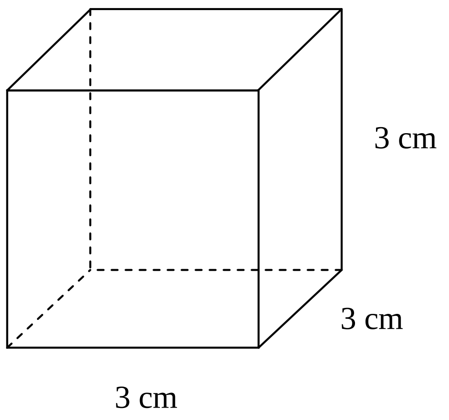
Síť kvádru a krychle

Varianta B

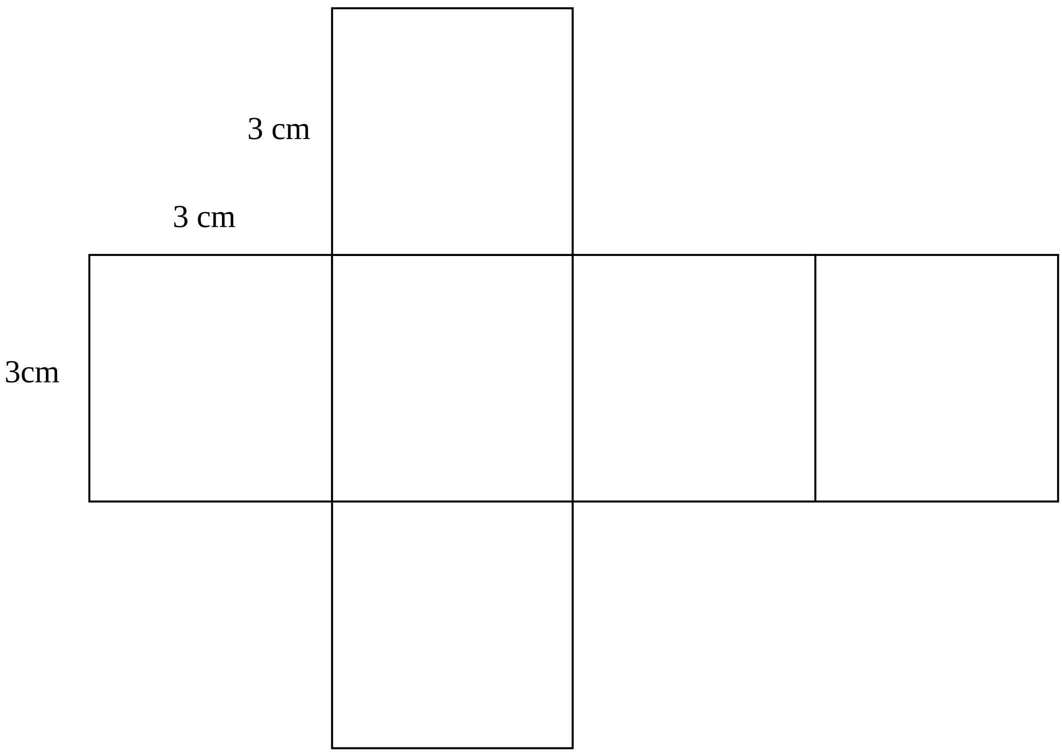
Narýsujte síť krychle se stranou délky 3 cm.

***Příklad*:**

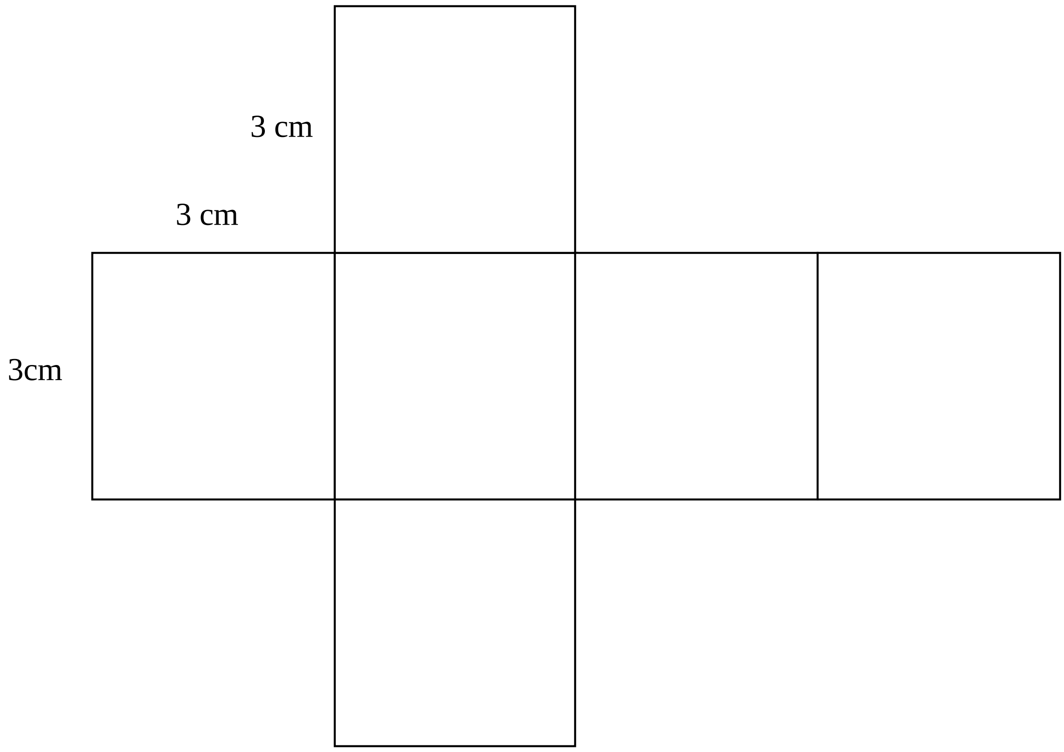
Krychle



Síť krychle



Výsledek řešení:



***Příklad*:**

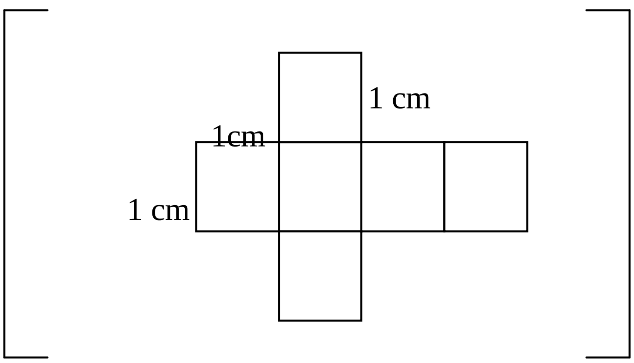
Varianta A

Varianta B

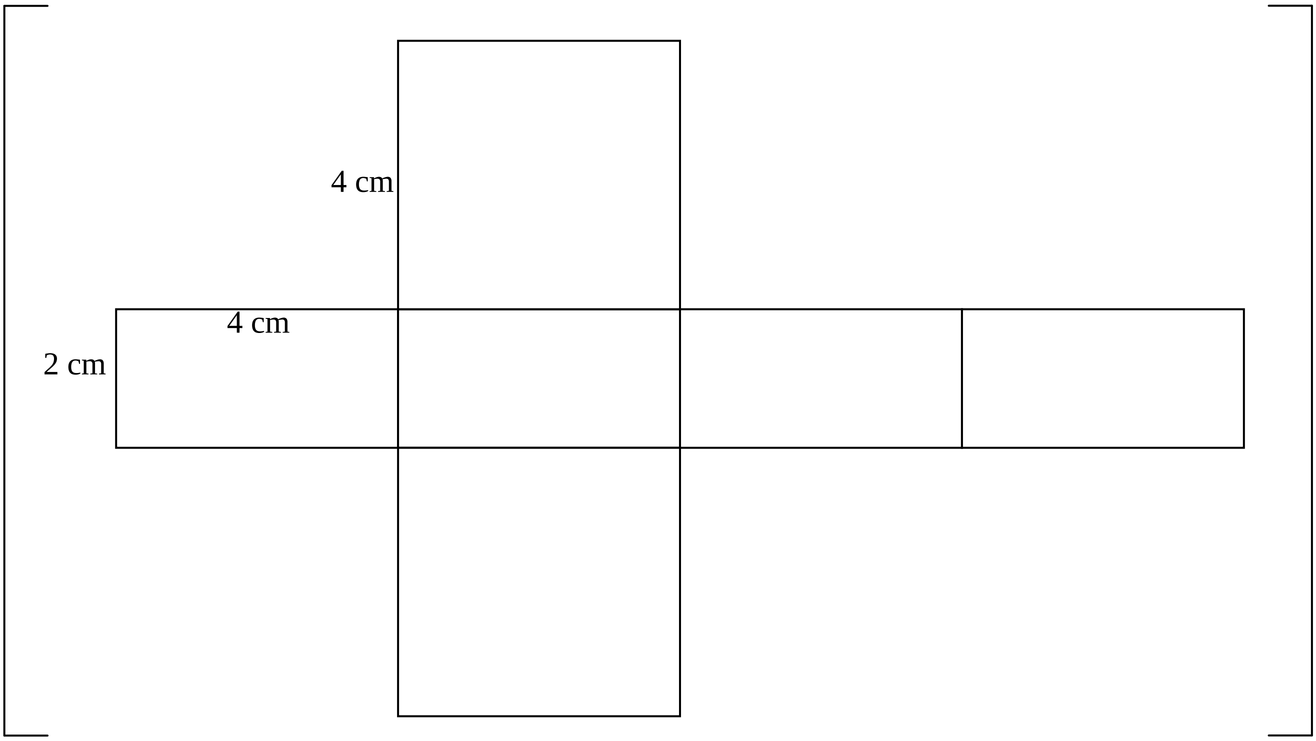
Varianta C

Příklady k procvičení:

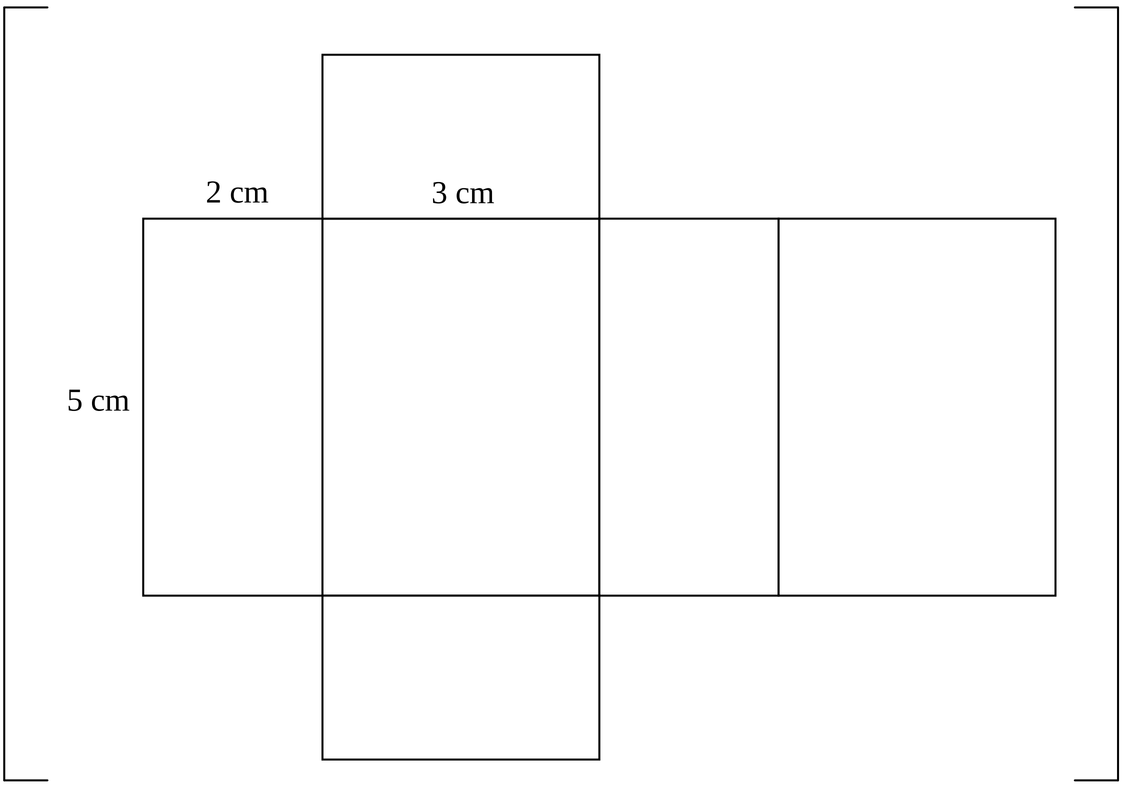
1) Narýsujte síť krychle se stranou délky 1 cm.



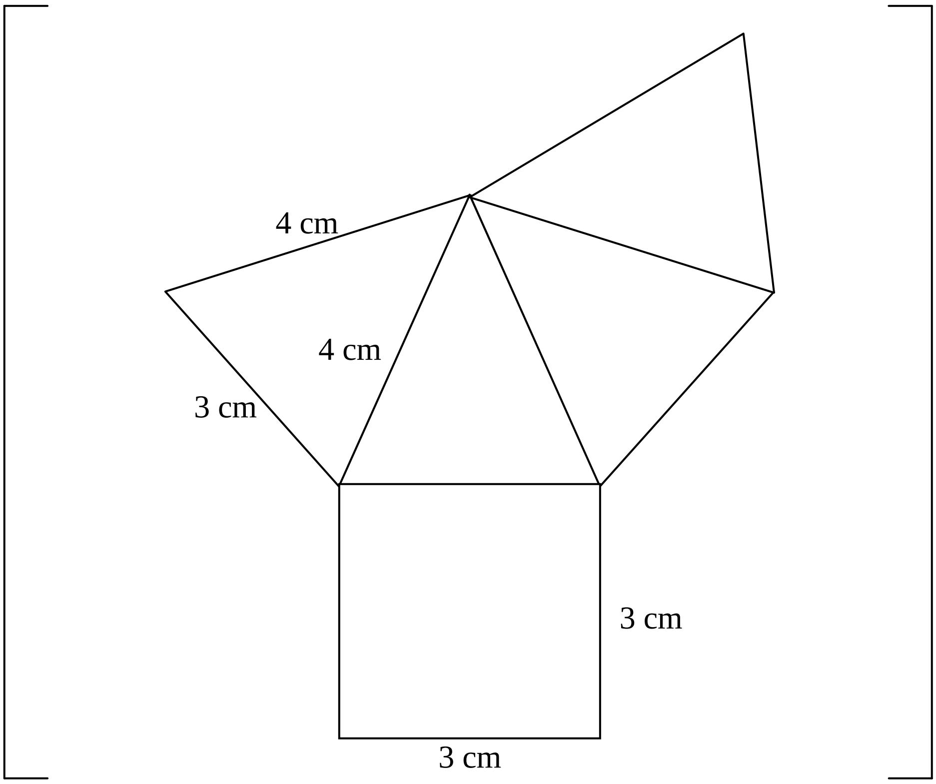
2) Narýsujte síť kvádru se stranami délek 4 cm, 4 cm, 2 cm.



3) Narýsujte síť kvádru se stranami délek 2 cm, 3 cm, 5 cm.



4) Narýsujte síť pravidelného čtyřbokého jehlanu s podstavou tvaru čtverce se stranou délky 3 cm a boční hranou délky 4 cm.

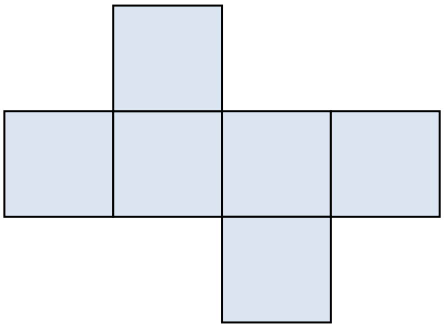


Síť kvádru a krychle

Varianta C

Je na obrázku síť krychle?

***Příklad*:**



Ze čtyř čtverců v řadě vytvoříme plášť krychle, ze dvou zbývajících čtverců obě podstavy. Na obrázku je znázorněna síť krychle.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

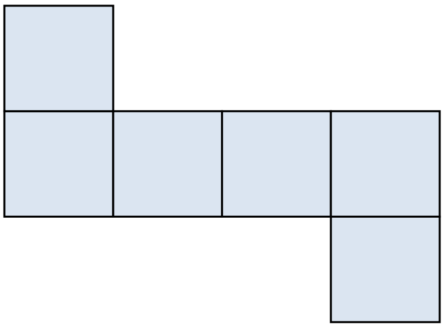
Varianta C

Výsledek řešení:

Na obrázku je znázorněna síť krychle.

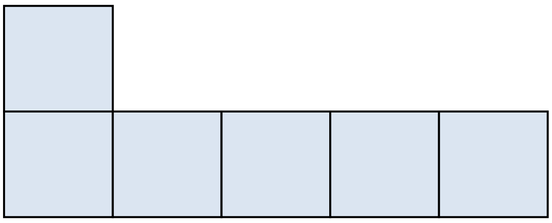
Příklady k procvičení:

1) Je na obrázku síť krychle?



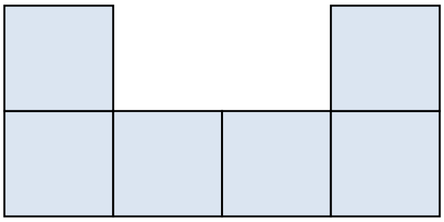
[ano]

2) Je na obrázku síť krychle?



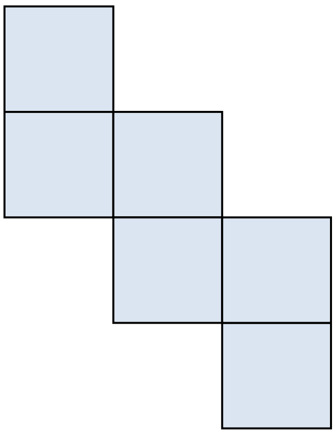
[ne]

3) Je na obrázku síť krychle?



[ne]

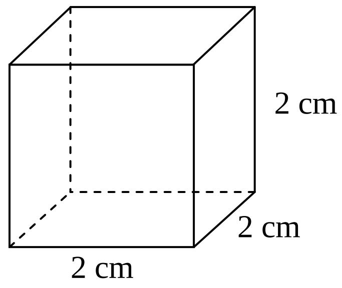
4) Je na obrázku síť krychle?



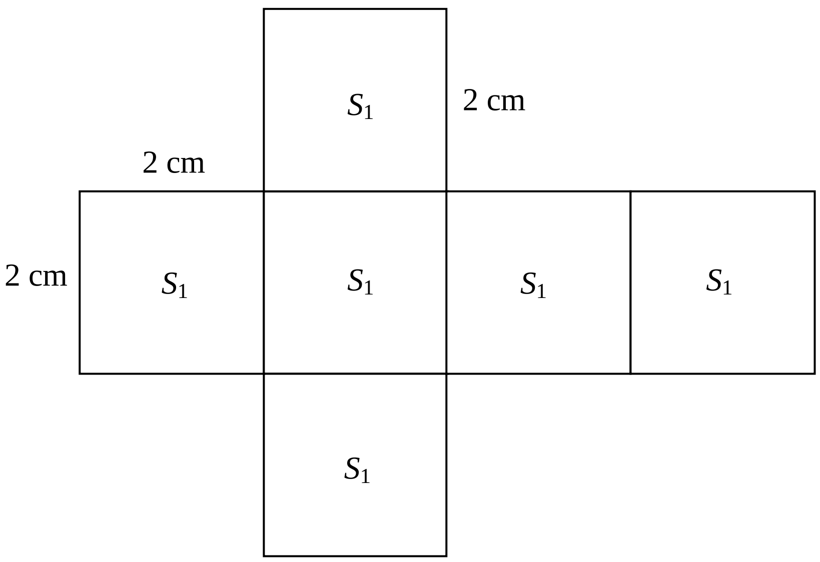
[ano]

Povrch kvádru a krychle

Krychle



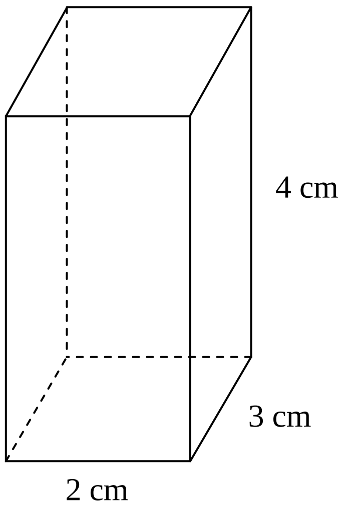
Síť krychle



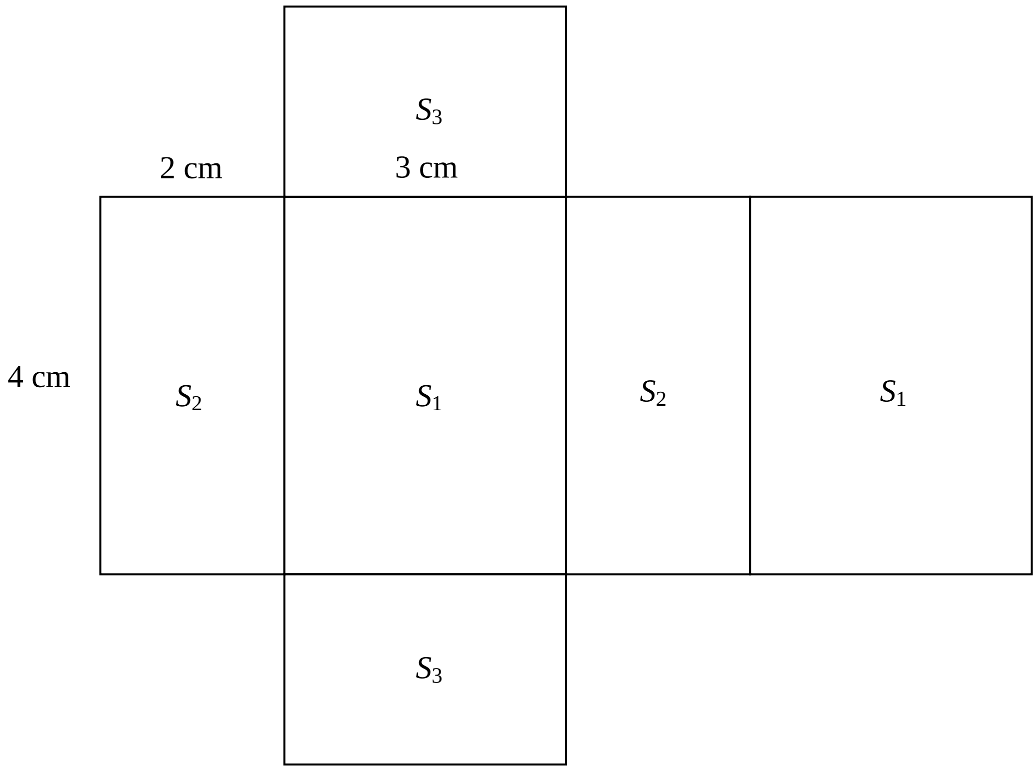
$S_1 = 2 \cdot 2 = 4\ \text{cm}^2$

$S = 6 \cdot S_1 = 6 \cdot 4 = 24\ \text{cm}^2$

Kvádr



Síť kvádru



$S_1 = 3 \cdot 4 = 12 \text{ cm}^2$

$S_2 = 2 \cdot 4 = 8 \text{ cm}^2$

$S_3 = 2 \cdot 3 = 6 \text{ cm}^2$

$S = 2 \cdot S_1 + 2 \cdot S_2 + 2 \cdot S_3 = 2 \cdot 12 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 6 = 24 + 16 + 12 = 52 \text{ cm}^2$

Povrch krychle (kvádru) je součet obsahů všech jeho stěn.

Povrch kvádru a krychle

Varianta A

Vypočtěte obsah stěny a povrch krychle, která má délku hrany 1 cm.

***Příklad*:**

Obsah jedné stěny krychle S_1 vypočteme jako obsah čtverce se stranou délky 1 cm, tedy jako:

$S_1 = 1 \cdot 1 = 1\ \mathrm{cm}^2$.

Povrch krychle je roven součtu obsahů všech jeho stěn, a protože má krychle 6 stěn, platí pro její povrch:

$S = 6 \cdot S_1 = 6 \cdot 1 = 6\ \mathrm{cm}^2$.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení: Obsah jedné stěny krychle je 1 cm^2, povrch krychle je 6 cm^2.

Příklady k procvičení:

1) Vypočtěte obsah stěny a povrch krychle, která má délku hrany 2 mm. [4 mm^2; 24 mm^2]

2) Vypočtěte obsah stěny a povrch krychle, která má délku hrany 8 dm. [64 dm^2; 384 dm^2]

3) Vypočtěte obsah stěny a povrch krychle, která má délku hrany 12 m. [144 m^2; 864 m^2]

4) Vypočtěte obsah stěny a povrch krychle, která má délku hrany 120 m. [14 400 m^2; 86 400 m^2]

Povrch kvádru a krychle

Varianta B

Vypočtěte povrch kvádru o rozměrech 1 cm, 2 cm a 3 cm.

***Příklad*:**

Síť kvádru je tvořena třemi typy obdélníků.

První typ obdélníku má rozměry 1 cm a 2 cm a jeho obsah S_1 vypočteme jako:

$S_1 = 1 \cdot 2 = 2\ \mathrm{cm}^2$.

Druhý typ obdélníku má rozměry 1 cm a 3 cm a jeho obsah S_2 vypočteme jako:

$S_2 = 1 \cdot 3 = 3\ \mathrm{cm}^2$.

Třetí typ obdélníku má rozměry 2 cm a 3 cm a jeho obsah S_3 vypočteme jako:

$S_3 = 2 \cdot 3 = 6\ \mathrm{cm}^2$.

Povrch kvádru je roven součtu obsahů všech jeho stěn. Síť kvádru je tvořena třemi typy různých obdélníků a každý typ je zde obsažen dvakrát. Povrch kvádru tedy vypočteme podle vztahu:

$S = 2 \cdot S_1 + 2 \cdot S_2 + 2 \cdot S_3 = 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 6 = 4 + 6 + 12 = 22\ \mathrm{cm}^2$.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:

Povrch daného kvádru je 22 cm^2.

Příklady k procvičení:

1) Vypočtěte povrch kvádru o rozměrech 2 mm, 4 mm a 6 mm. [88 mm^2]

2) Vypočtěte povrch kvádru o rozměrech 2 dm, 3 dm a 5 dm. [62 dm^2]

3) Vypočtěte povrch kvádru o rozměrech 5 m, 10 m a 20 m. [700 m^2]

4) Vypočtěte povrch kvádru o rozměrech 10 m, 20 m a 30 m. [2 200 m^2]

Povrch kvádru a krychle

Varianta C

Adélka vyrábí barevné papírové krabičky 2 cm dlouhé, 3 cm široké a 4 cm vysoké. Kolik cm^2 barevného papíru bude potřebovat na výrobu jedné krabičky?

***Příklad*:**

Adélka bude postupovat tak, že z barevného papíru nejdříve vytvoří síť krabičky a tu pak slepí. Znamená to tedy, že množství potřebného barevného papíru odpovídá povrchu kvádru s rozměry shodnými s rozměry krabičky. Síť kvádru je tvořena třemi typy obdélníků.

První typ obdélníku má rozměry 2 cm a 3 cm a jeho obsah S_1 vypočteme jako:

$S_1 = 2 \cdot 3 = 6\ \mathrm{cm}^2$.

Druhý typ obdélníku má rozměry 2 cm a 4 cm a jeho obsah S_2 vypočteme jako:

$S_2 = 2 \cdot 4 = 8\ \mathrm{cm}^2$.

Třetí typ obdélníku má rozměry 3 cm a 4 cm a jeho obsah S_3 vypočteme jako:

$S_3 = 3 \cdot 4 = 12\ \mathrm{cm}^2$.

Povrch kvádru je roven součtu obsahů všech jeho stěn. Síť kvádru je tvořena třemi typy různých obdélníků a každý typ je zde obsažen dvakrát. Povrch kvádru tedy vypočteme podle vztahu:

$S = 2 \cdot S_1 + 2 \cdot S_2 + 2 \cdot S_3 = 2 \cdot 6 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 12 = 12 + 16 + 24 = 52\ \mathrm{cm}^2$.

***Příklad*:**

Varianta A
Varianta B
Varianta C

Výsledek řešení:
Adélka bude na výrobu jedné krabičky potřebovat 52 cm^2 barevného papíru.

Příklady k procvičení:

1) Kolik m^2 plechu je potřeba na výrobu bedny na dřevo s rozměry 1 m, 1 m a 2 m? Bedna má i horní víko. [10 m^2]

2) Kolik m^2 zdi je potřeba natřít při malování pokoje dlouhého 4 m, širokého 3 m a vysokého 2 m? Malovat se budou všechny stěny a strop. [40 m^2]

3) Jirka chce natřít papírovou krabici s rozměry 15 cm, 20 cm a 30 cm uvnitř i vně. Kolik cm^2 papíru musí natřít? [5 400 cm^2]

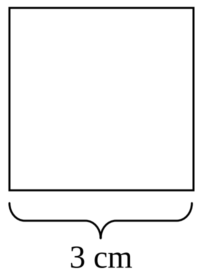
4) Petr vyrábí barevné papírové krabice 20 cm dlouhé, 30 cm široké a 40 cm vysoké. Kolik cm^2 barevného papíru bude potřebovat na výrobu pěti krabiček? [26 000 cm^2]

Zobrazujeme krychle a kvádry

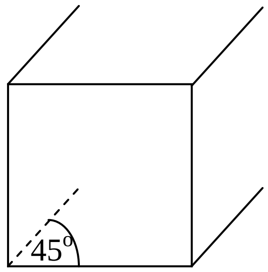
Postup při zobrazení krychle

Předpokládejme, že chceme zobrazit krychli se stranou délky 3 cm.

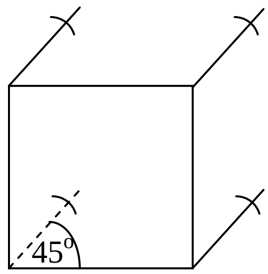
1.) Sestrojíme čtverec se stranou délky 3 cm.



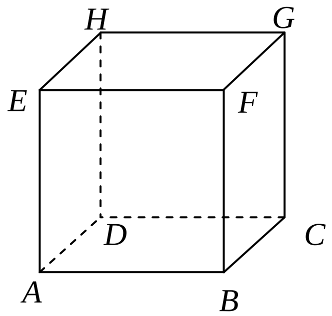
2.) Všemi čtyřmi vrcholy vedeme pod úhlem 45° polopřímky, přitom bereme v úvahu budoucí viditelnost jednotlivých hran.



3.) Na všechny 4 polopřímky naneseme další hrany krychle, ovšem s poloviční velikostí.

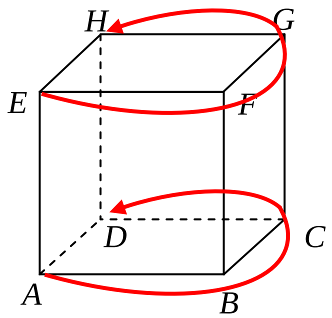


4.) Doplníme zbývající hrany a popíšeme vrcholy.



Poznámka

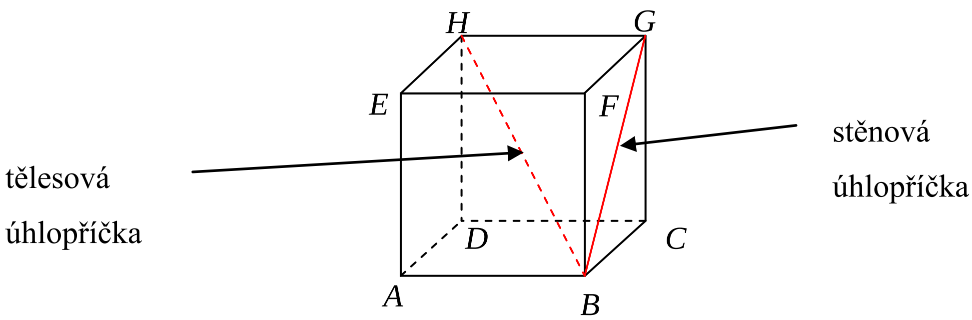
Při popisu vrcholů krychle nejdříve označíme vrcholy dolní podstavy a poté vrcholy horní podstavy, přesně podle vyznačených šipek.

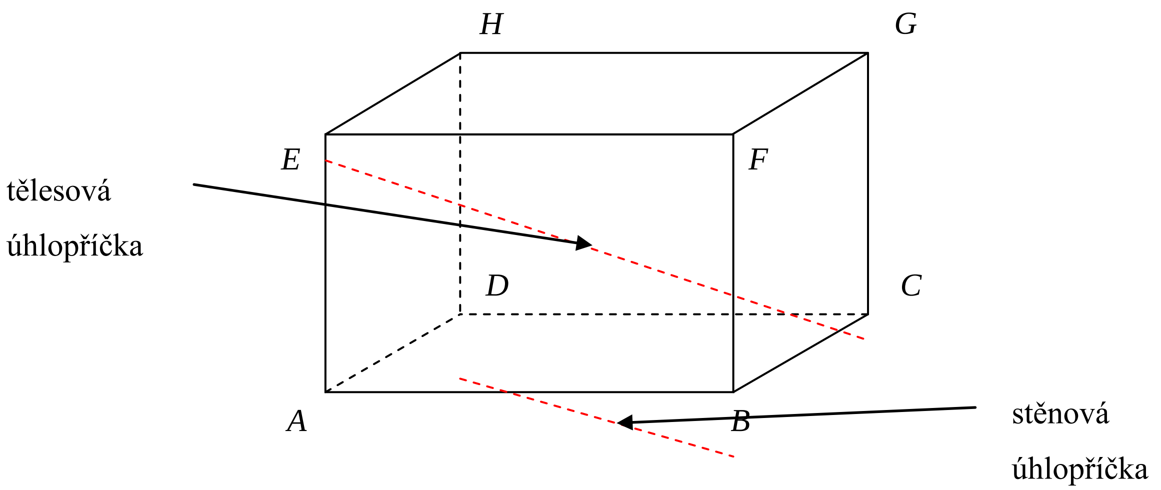


Postup při zobrazení kvádru

Při zobrazení kvádru postupujeme obdobně jako při zobrazení krychle. Hrany rovnoběžné s rovinou nákresny (tabule, sešitu) rýsujeme ve skutečné velikosti, hrany kolmé k rovině nákresny (tabule, sešitu) zkracujeme na polovinu skutečné délky. Vrcholy kvádru popisujeme podle stejného pravidla jako vrcholy krychle.

Stěnová a tělesová úhlopříčka krychle a kvádru





Stěnová úhlopříčka je spojnice dvou protilehlých vrcholů jedné stěny krychle (kvádru).

Tělesová úhlopříčka je spojnice dvou vrcholů, které neleží v jedné stěně krychle (kvádru).

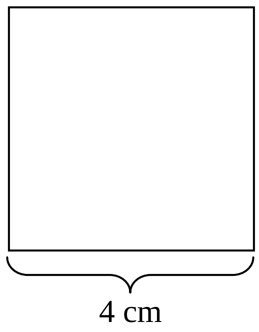
Zobrazujeme krychle a kvádry

Varianta A

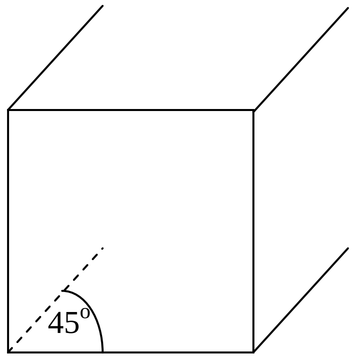
Sestrojte obraz krychle se stranou délky 4 cm.

***Příklad*:**

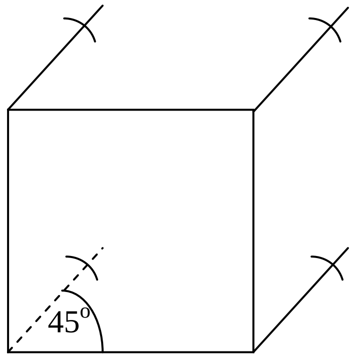
Sestrojíme čtverec se stranou délky 4 cm.



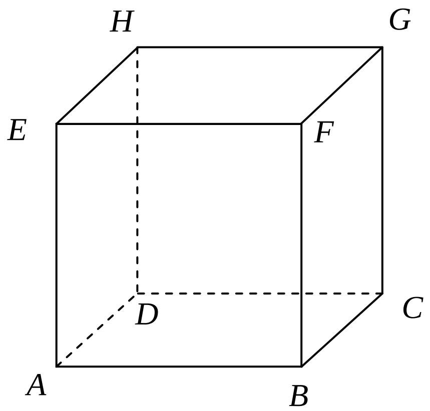
Všemi čtyřmi vrcholy vedeme pod úhlem 45° polopřímky, přitom bereme v úvahu budoucí viditelnost jednotlivých hran.



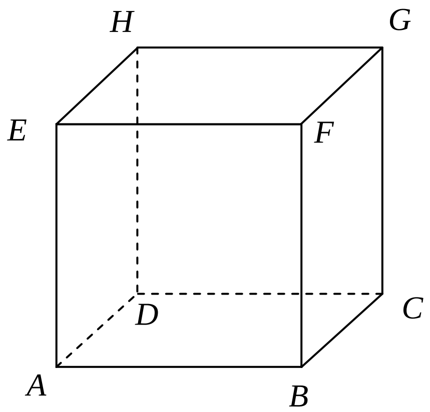
Na všechny 4 polopřímky naneseme další hrany krychle, ovšem s poloviční velikostí.



Doplníme zbývající hrany a popíšeme vrcholy.



Výsledek řešení:



***Příklad*:**

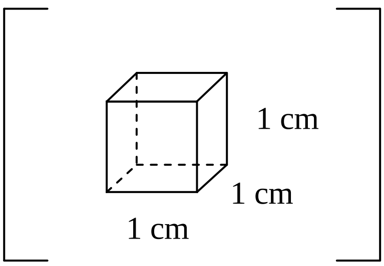
Varianta A

Varianta B

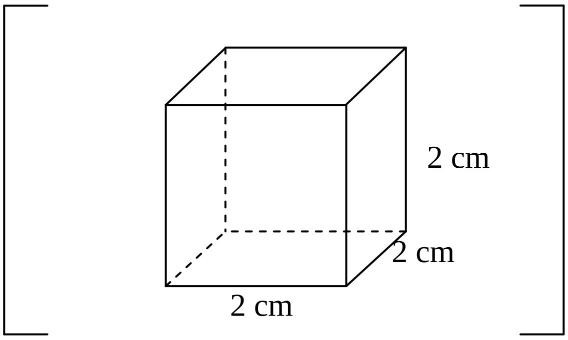
Varianta C

Příklady k procvičení:

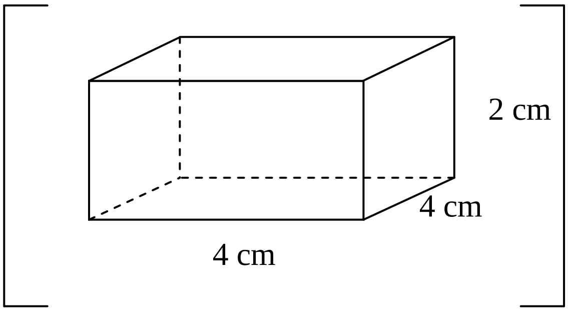
1) Sestrojte obraz krychle se stranou délky 1 cm.



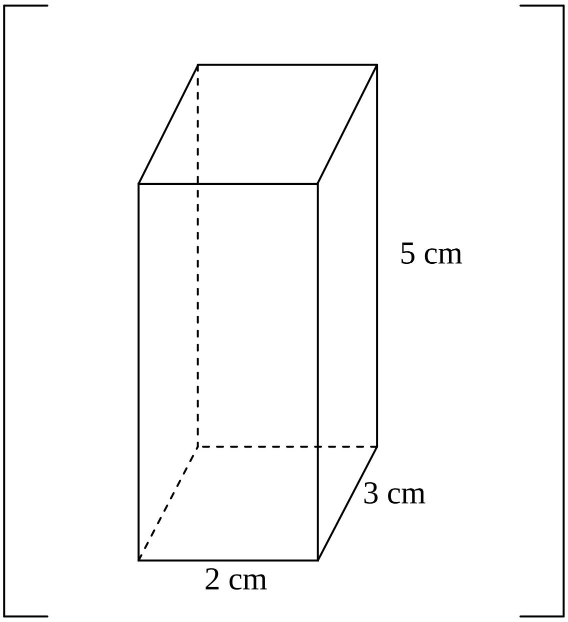
2) Sestrojte obraz krychle se stranou délky 1 cm.



3) Sestrojte obraz kvádru s rozměry 4 cm, 4 cm a 2 cm.



4) Sestrojte obraz kvádru s rozměry 2 cm, 3 cm a 5 cm.

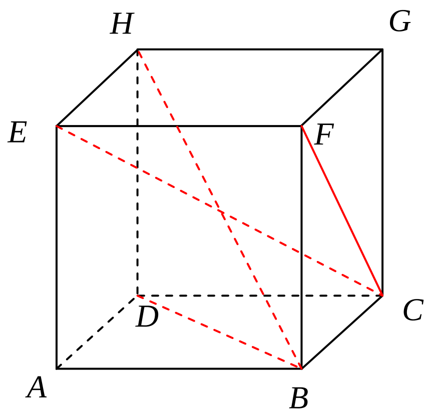


Zobrazujeme krychle a kvádry

Varianta B

Sestrojte krychli *ABCDEFGH*, dokreslete do ní úsečky *BD*, *FC*, *BH*, *CE* a rozhodněte, která z nich je stěnová a která tělesová úhlopříčka.

***Příklad*:**



Úsečky *BD* a *FC* jsou spojnice protilehlých vrcholů jedné stěny krychle – jedná se tedy o stěnové úhlopříčky. Úsečky *BH* a *CE* jsou spojnice dvou vrcholů, které neleží v jedné stěně krychle – jedná se tedy o tělesové úhlopříčky.

***Příklad*:**

[Varianta A](#)
[Varianta B](#)
[Varianta C](#)

Výsledek řešení: *BD* a *FC* jsou stěnové úhlopříčky. *BH* a *CE* jsou tělesové úhlopříčky.

Příklady k procvičení:

1) Rozhodněte, zda v krychli *ABCDEFGH* jsou úsečky *AC* a *DF*.

[*AC* – stěnová úhlopříčka, *DF* – tělesová úhlopříčka]

2) Rozhodněte, zda v krychli *ABCDEFGH* jsou úsečky *AG* a *EH*.

[*AG* – tělesová úhlopříčka, *EH* – strana krychle]

3) Rozhodněte, zda v kvádru *ABCDEFGH* jsou úsečky *EG* a *BH*.

[*EG* – stěnová úhlopříčka, *BH* – tělesová úhlopříčka]

4) Rozhodněte, zda v kvádru *ABCDEFGH* jsou úsečky *AB* a *GH*.

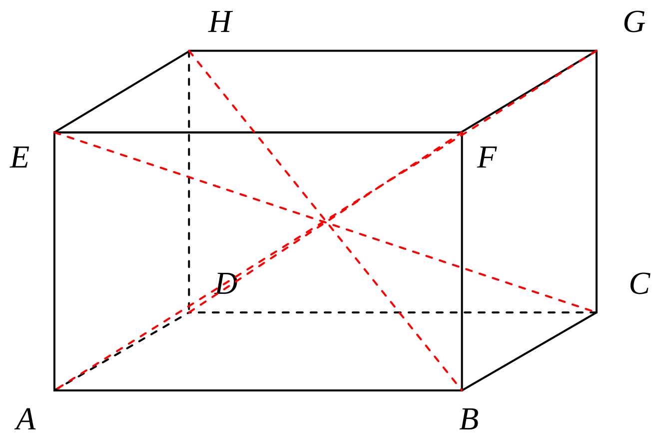
[*AB* – strana kvádru, *GH* – strana kvádru]

Zobrazujeme krychle a kvádry

Varianta C

Na obrázku je náčrtek kvádru *ABCDEFGH*. Zakreslete do obrázku všechny tělesové úhlopříčky. Kolik tělesových úhlopříček má kvádr?

***Příklad*:**



Kvádr *ABCDEFGH* má celkem 4 tělesové úhlopříčky.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:

Kvádr *ABCDEFGH* má celkem 4 tělesové úhlopříčky.

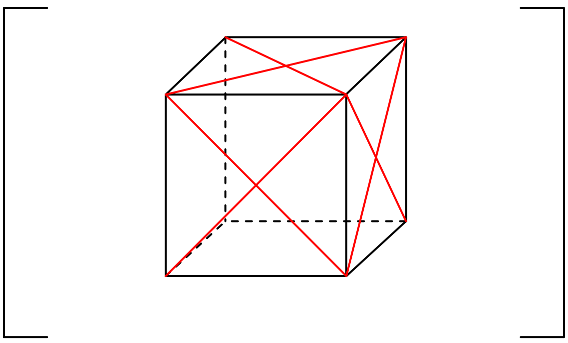
Příklady k procvičení:

1) Rozhodněte, kolik stěnových úhlopříček má kvádr *ABCDEFGH* ? [12]

2) Rozhodněte, kolik tělesových úhlopříček má krychle *ABCDEFGH* ? [4]

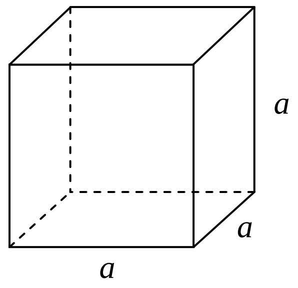
3) Rozhodněte, kolik stěnových úhlopříček má krychle *ABCDEFGH* ? [12]

4) Do krychle *ABCDEFGH* zakreslete všechny viditelné stěnové úhlopříčky.

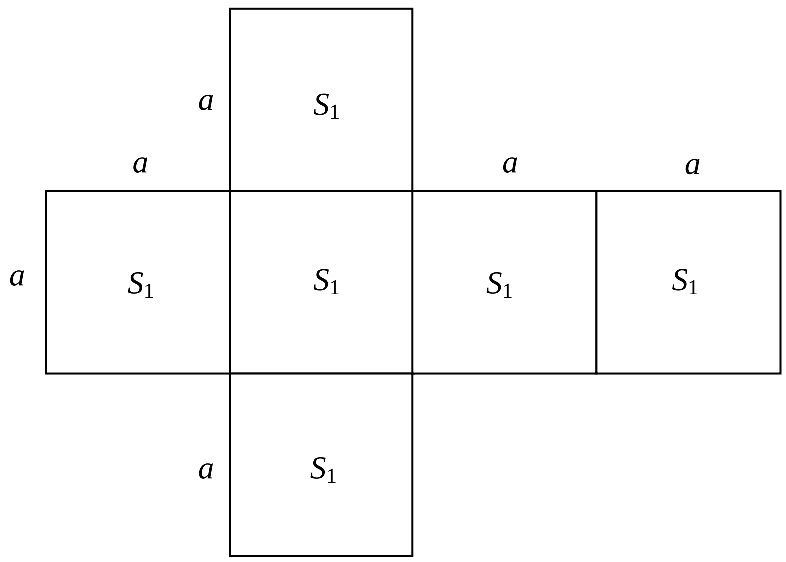


Povrch kvádru a krychle

Krychle



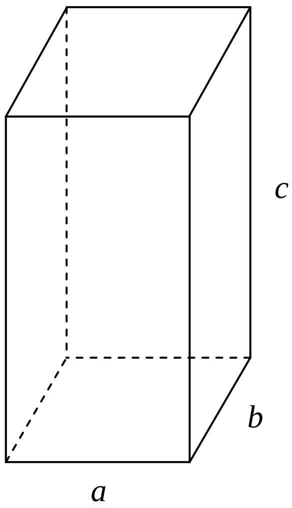
Síť krychle



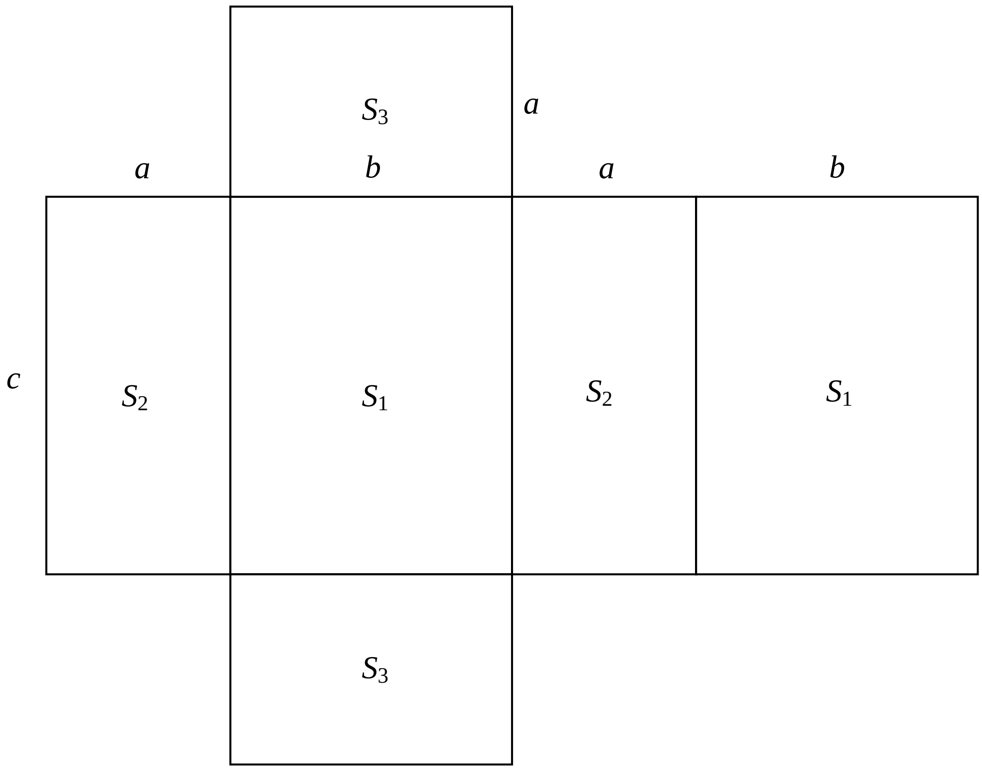
$S_1 = a \cdot a$ … obsah čtverce

$S = 6 \cdot a \cdot a$ … povrch krychle

Kvádr



Síť kvádru



$S_1 = b \cdot c$ … obsah obdélníku

$S_2 = a \cdot c$ … obsah obdélníku

$S_3 = a \cdot b$ … obsah obdélníku

$S = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$ … povrch kvádru

Povrch krychle (kvádru) je součet obsahů všech jeho stěn.

Povrch kvádru a krychle

Varianta A

Vypočtěte povrch krychle, která má délku hrany 5 cm.

***Příklad*:**

$\boldsymbol{a} = \mathbf{5}$ cm

$S = ?$ (cm²)

$S = 6 \cdot a \cdot a = 6 \cdot 5 \cdot 5 = 150\ \text{cm}^2$

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:
Povrch krychle je 150 cm^2.

Příklady k procvičení:

1) Vypočtěte povrch krychle, která má délku hrany 3 mm. [54 mm^2]

2) Vypočtěte povrch krychle, která má délku hrany 10 dm. [600 dm^2]

3) Vypočtěte povrch krychle, která má délku hrany 1,2 m. [8,64 m^2]

4) Vypočtěte povrch krychle, která má délku hrany 130 m. [101 400 m^2]

Povrch kvádru a krychle

Varianta B

Vypočtěte povrch kvádru o rozměrech 2 cm, 30 mm a 0,4 dm.

***Příklad*:**

$\boldsymbol{a} = \mathbf{2}\ \text{cm}$

$b = 30\ \text{mm} = 3\ \text{cm}$

$c = 0{,}4\ \text{dm} = 4\ \text{cm}$

$S = ?\ (\text{cm}^2)$

$S = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c) = 2 \cdot (2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 4) = 2 \cdot (6 + 8 + 12) = 52\ \text{cm}^2$

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:

Povrch daného kvádru je 52 cm^2.

Příklady k procvičení:

1) Vypočtěte povrch kvádru o rozměrech 2 mm, 0,4 cm a 0,06 dm. [88 mm^2]

2) Vypočtěte povrch kvádru o rozměrech 2 dm, 30 cm a 5 dm. [62 dm^2]

3) Vypočtěte povrch kvádru o rozměrech 5 m, 100 dm a 2000 cm. [700 m^2]

4) Vypočtěte povrch kvádru o rozměrech 10 m, 200 dm a 30000 mm. [2 200 m^2]

Povrch kvádru a krychle

Varianta C

Toník vyrábí barevné papírové krabičky 2,5 cm dlouhé, 3,5 cm široké a 4 cm vysoké. Kolik cm^2 barevného papíru bude potřebovat na výrobu jedné krabičky?

***Příklad*:**

Toník bude postupovat tak, že z barevného papíru nejdříve vytvoří síť krabičky a tu pak slepí. Znamená to tedy, že množství potřebného barevného papíru odpovídá povrchu kvádru s rozměry shodnými s rozměry krabičky.

$\boldsymbol{a} = 2{,}5\ \mathrm{cm}$

$b = 3{,}5\ \mathrm{cm}$

$c = 4\ \mathrm{cm}$

$S = ?\ (\mathrm{cm}^2)$

$S = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c) = 2 \cdot (2{,}5 \cdot 3{,}5 + 2{,}5 \cdot 4 + 3{,}5 \cdot 4) = 2 \cdot (8{,}75 + 10 + 14) =$ $32{,}75\ \mathrm{cm}^2$

***Příklad*:**

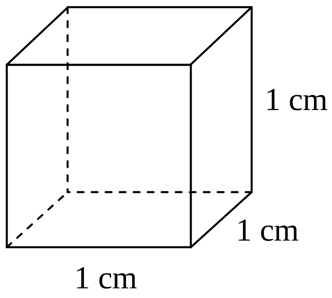
Varianta A
Varianta B
Varianta C

Výsledek řešení:
Toník bude na výrobu jedné krabičky potřebovat 32,75 cm^2 barevného papíru.

Příklady k procvičení:

1) Kolik m^2 plechu je potřeba na výrobu plechového kontejneru tvaru kvádru s rozměry 10 dm, 1 m a 200 cm? Kontejner má i horní víko. [10 m^2]
2) Kolik m^2 bazénu dlouhého 4 m, širokého 3 m a hlubokého 1,5 m je potřeba natřít ochranným nátěrem? Natírat se budou stěny i dno. [45 m^2]
3) Jana chce natřít dřevěnou kostku stavebnice tvaru hranolu s rozměry 15 cm, 15 cm a 3 dm. Kolik cm^2 musí natřít? [2 250 cm^2]
4) Anička vyrábí barevné papírové krabice 2 dm dlouhé, 300 mm široké a 40 cm vysoké. Kolik cm^2 barevného papíru bude potřebovat na výrobu deseti krabiček? [52 000 cm^2]

Objem kvádru a krychle



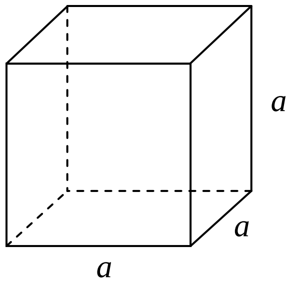
Krychle s délkou hrany 1 cm má objem ***jeden krychlový centimetr***.

Zapisujeme: 1 cm^3

Přehled jednotkových krychlí

Délka hrany	Objem krychle	Název jednotky
1 mm	1 mm^3	jeden krychlový milimetr
1 cm	1 cm^3	jeden krychlový centimetr
1 dm	1 dm^3	jeden krychlový decimetr
1 m	1 m^3	jeden krychlový metr

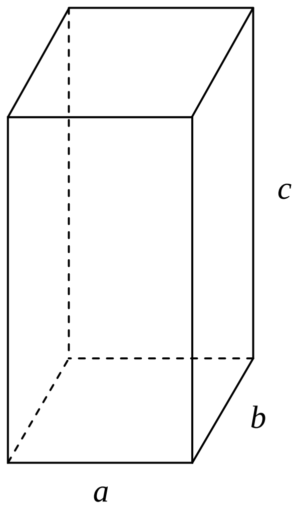
Krychle



Poznámka: Objem tělesa značíme písmenem *V*.

$V = a \cdot a \cdot a$ … objem krychle

Kvádr

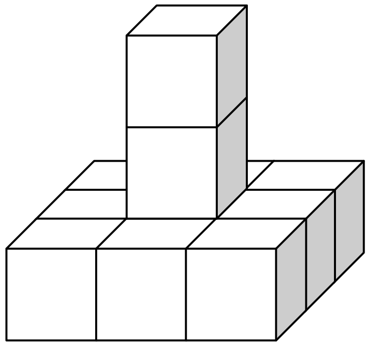


$V = a \cdot b \cdot c$ … objem kvádru

Objem kvádru a krychle

Varianta A

Těleso na obrázku je postaveno z krychliček o délce hrany 1 dm. Zapište objem tělesa.



***Příklad*:**

Jedna krychle má objem 1 dm^3 (jedná se o jednotkovou krychli). Těleso je složeno celkem z 11 krychliček. Objem tělesa je tedy 11 dm^3.

Poznámka: Objem tělesa složeného z krychlí vypočítáme jako součet objemů všech krychlí, ze kterých se těleso skládá.

***Příklad*:**

Varianta A

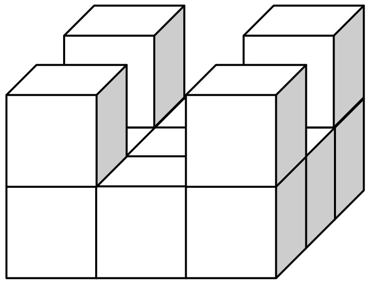
Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:
Objem tělesa je 11 dm^3.

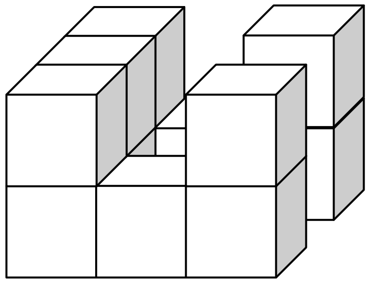
Příklady k procvičení:

1) Těleso na obrázku je postaveno z krychliček o délce hrany 1 cm. Zapište objem tělesa.



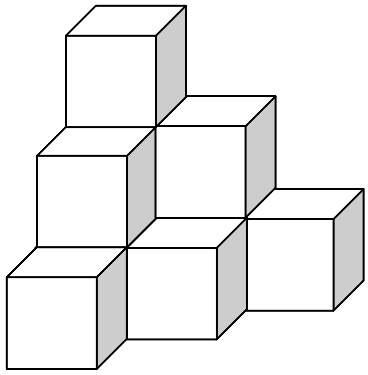
[13 cm^3]

2) Těleso na obrázku je postaveno z krychliček o délce hrany 1 mm. Zapište objem tělesa.



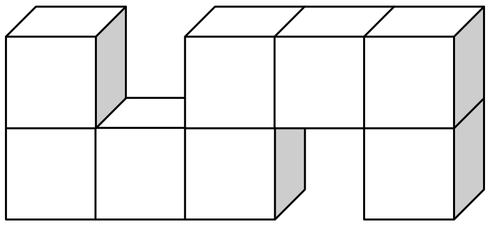
[12 mm^3]

3) Těleso na obrázku je postaveno z krychlí o délce hrany 1 m. Zapište objem tělesa.



[10 m^3]

4) Těleso na obrázku je postaveno z krychliček o délce hrany 1 cm. Zapište objem tělesa.



[8 cm^3]

Objem kvádru a krychle

Varianta B

Vypočtěte objem krychle s hranou délky 0,4 dm.

***Příklad*:**

$a = 2$ cm

$V = ?$ (dm^3)

$V = a \cdot a \cdot a = 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 = 0{,}064\ \mathrm{dm}^3$

***Příklad*:**

Výsledek řešení:

Objem krychle je 0,064 dm^3.

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Příklady k procvičení:

1) Vypočtěte objem krychle s hranou délky 150 m. [3 375 000 m^3]

2) Vypočtěte objem krychle s hranou délky 1,5 mm. [3,375 mm^3]

3) Vypočtěte objem krychle s hranou délky 2,75 cm. [20,796 875 cm^3]

4) Vypočtěte objem krychle s hranou délky 0,15 dm. [0,003 375 dm^3]

Objem kvádru a krychle

Varianta C

Vypočtěte objem kvádru o rozměrech 2 cm, 30 mm a 0,4 dm.

***Příklad*:**

$a = 2\ \text{cm}$

$b = 30\ \text{mm} = 3\ \text{cm}$

$c = 0{,}4\ \text{dm} = 4\ \text{cm}$

$V = ?\ (\text{cm}^3)$

$V = a \cdot b \cdot c = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24\ \text{cm}^3$

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:

Objem kvádru je 24 cm^3.

Příklady k procvičení:

1) Vypočtěte objem kvádru o rozměrech 2 mm, 0,4 cm a 0,06 dm. [48 mm3]

2) Vypočtěte objem kvádru o rozměrech 2 dm, 30 cm a 5 dm. [30 dm3]

3) Vypočtěte objem kvádru o rozměrech 5 m, 100 dm a 2000 cm. [1 000 m3]

4) Vypočtěte objem kvádru o rozměrech 10 m, 200 dm a 30000 mm. [6 000 m3]

Převody jednotek objemu

Jednotky objemu

Jednotka objemu	Název jednotky
1 mm^3	jeden krychlový milimetr
1 cm^3	jeden krychlový centimetr
1 dm^3	jeden krychlový decimetr
1 m^3	jeden krychlový metr

Vztahy mezi jednotkami objemu

$$1\ m^3 = 1000\ dm^3$$
$$1\ dm^3 = 0{,}001\ m^3$$
$$1\ dm^3 = 1000\ cm^3$$
$$1\ cm^3 = 0{,}001\ dm^3$$
$$1\ cm^3 = 1000\ mm^3$$
$$1\ mm^3 = 0{,}001\ cm^3$$

Seřazení jednotek objemu podle velikosti

$$1\ mm^3 < 1\ cm^3 < 1\ dm^3 < 1\ m^3$$

Převod jednotek objemu

Při převodu mezi jednotkami 1 mm^3, 1 cm^3, 1 dm^3, 1 m^3 posunujeme desetinnou čárku vždy o tři místa. Při převodu z větší jednotky na menší posunujeme desetinnou čárku doprava, při převodu z menší jednotky na větší posunujeme desetinnou čárku doleva.

Převody jednotek objemu

Varianta A

Převeďte na jednotku uvedenou v závorce:
15 dm^3 (mm^3)

***Příklad*:**
Jednotku dm^3 postupně převádíme na cm^3 a mm^3, to znamená, že desetinnou čárku posunujeme celkem o 6 míst. Jedná se o převod z větší jednotky na menší, desetinnou čárku tedy posunujeme doprava.

15 dm^3 = 15 000 000 mm^3

***Příklad*:**
Varianta A
Varianta B
Varianta C

Výsledek řešení:
15 dm^3 = 15 000 000 mm^3

Příklady k procvičení:

1) Převeďte na jednotku uvedenou v závorce: 6 m^3 (mm^3). [6 000 000 000 mm^3]

2) Převeďte na jednotku uvedenou v závorce: 0,4 cm^3 (mm^3). [400 mm^3]

3) Převeďte na jednotku uvedenou v závorce: 12,6 dm^3 (cm^3). [12 600 cm^3]

4) Převeďte na jednotku uvedenou v závorce: 0,006 m^3 (dm^3). [6 dm^3]

Převody jednotek objemu

Varianta B

Převeďte na jednotku uvedenou v závorce:

150 mm^3 (cm^3)

***Příklad*:**

Jednotku mm^3 převádíme na cm^3, to znamená, že desetinnou čárku posunujeme celkem o 3 místa. Jedná se o převod z menší jednotky na větší, desetinnou čárku tedy posunujeme doleva.

150 mm^3 = 0,15 cm^3

***Příklad*:**

Výsledek řešení:

150 mm^3 = 0,15 cm^3

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Příklady k procvičení:

1) Převeďte na jednotku uvedenou v závorce: 6 mm^3 (m^3). [0,000 000 006 m^3]

2) Převeďte na jednotku uvedenou v závorce: 0,4 mm^3 (cm^3). [0,000 4 cm^3]

3) Převeďte na jednotku uvedenou v závorce: 12,6 cm^3 (dm^3). [0,012 6 dm^3]

4) Převeďte na jednotku uvedenou v závorce: 0,006 dm^3 (m^3). [0,000 006 m^3]

Převody jednotek objemu

Varianta C

Zkontrolujte uvedený převod, popř. opravte chybu.

$1\,200\ \text{mm}^3 = 0{,}12\ \text{cm}^3$

***Příklad*:**

Jednotku mm^3 převádíme na cm^3, to znamená, že desetinnou čárku posunujeme celkem o 3 místa. Jedná se o převod z menší jednotky na větší, desetinnou čárku tedy posunujeme doleva. Správný převod tedy vypadá následovně:

$1\,200\ \text{mm}^3 = 1{,}2\ \text{cm}^3$

***Příklad*:**

Varianta A
Varianta B
Varianta C

Výsledek řešení:
$1\,200\ \text{mm}^3 = 1{,}2\ \text{cm}^3$.

Příklady k procvičení:

1) Zkontrolujte uvedený převod, popř. opravte chybu.

$5\,300\ \text{mm}^3 = 53\ \text{cm}^3$ [$5{,}3\ \text{cm}^3$]

2) Zkontrolujte uvedený převod, popř. opravte chybu.

$1,\ 256\ \text{m}^3 = 12\,560\,000\ \text{cm}^3$ [$1\,256\,000\ \text{cm}^3$]

3) Zkontrolujte uvedený převod, popř. opravte chybu.

$0{,}000\,245\ \text{dm}^3 = 245\ \text{mm}^3$ [převod je v pořádku]

4) Zkontrolujte uvedený převod, popř. opravte chybu.

$123{,}65\ \text{cm}^3 = 12\,365\ \text{m}^3$ [$0{,}000\,123\,65\ \text{m}^3$]

Litry, hektolitry, decilitry, …

Jednotky objemu

Jednotka objemu	Název jednotky
1 hl	jeden hektolitr
1 l	jeden litr
1 dl	jeden decilitr
1 cl	jeden centilitr
1 ml	jeden mililitr

Vztahy mezi jednotkami objemu

1 hl = 100 l

1 l = 0,01 hl

1 l = 10 dl

1 dl = 0,1 l

1 dl = 10 cl

1 cl = 0,1 dl

1 cl = 10 ml

1 ml = 0,1 cl

1 l = 1 dm^3

1 ml = 1 cm^3

Seřazení jednotek objemu podle velikosti

1 ml (cm^3) < 1 cl < 1 dl < 1 l (dm^3) < 1 hl

Převod jednotek objemu

Při převodu mezi jednotkami 1 ml (cm^3), 1 cl, 1 dl, 1 l (dm^3) posunujeme desetinnou čárku vždy o jedno místo, při převodu mezi jednotkami 1 l a 1 hl posunujeme desetinnou čárku o dvě místa. Při převodu z větší jednotky na menší posunujeme desetinnou čárku doprava, při převodu z menší jednotky na větší posunujeme desetinnou čárku doleva.

Litry, hektolitry, decilitry, …

Varianta A

Převeďte na jednotku uvedenou v závorce:

56 dl (ml)

***Příklad*:**

Jednotku dl postupně převádíme na cl a ml, to znamená, že desetinnou čárku posunujeme celkem o 2 místa. Jedná se o převod z větší jednotky na menší, desetinnou čárku tedy posunujeme doprava.

56 dl = 5 600 ml

***Příklad*:**

Varianta A
Varianta B
Varianta C

Výsledek řešení:
56 dl = 5 600 ml

Příklady k procvičení:

1) Převeďte na jednotku uvedenou v závorce: 6 l (ml). [6 000 ml]

2) Převeďte na jednotku uvedenou v závorce: 0,4 cl (ml). [4 ml]

3) Převeďte na jednotku uvedenou v závorce: 12,6 dl (cl). [126 cl]

4) Převeďte na jednotku uvedenou v závorce: 0,007 l (dl). [0,07 dl]

Litry, hektolitry, decilitry, …

Varianta B

Převeďte na jednotku uvedenou v závorce:

130 ml (cl)

***Příklad*:**

Jednotku ml převádíme na cl, to znamená, že desetinnou čárku posunujeme o 1 místo. Jedná se o převod z menší jednotky na větší, desetinnou čárku tedy posunujeme doleva.

130 ml = 13 cl

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:

130 ml = 13 cl

Příklady k procvičení:

1) Převeďte na jednotku uvedenou v závorce: 61 ml (dm^3). [0,061 dm^3]

2) Převeďte na jednotku uvedenou v závorce: 0,42 ml (cl). [0,042 cl]

3) Převeďte na jednotku uvedenou v závorce: 12,6 cl (dl). [1,26 dl]

4) Převeďte na jednotku uvedenou v závorce: 0,006 dl (dm^3). [0,000 6 dm^3]

Litry, hektolitry, decilitry, …

Varianta C

Zkontrolujte uvedený převod, popř. opravte chybu.

1 800 ml = 0,18 dl

***Příklad*:**

Jednotku ml převádíme na dl, to znamená, že desetinnou čárku posunujeme celkem o 2 místa. Jedná se o převod z menší jednotky na větší, desetinnou čárku tedy posunujeme doleva.

Správný převod tedy vypadá následovně:

1 800 ml = 18 dl

***Příklad*:**

Výsledek řešení:

1 800 ml = 18 dl.

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Příklady k procvičení:

1) Zkontrolujte uvedený převod, popř. opravte chybu.

5 600 ml = 56 cl [560 cl]

2) Zkontrolujte uvedený převod, popř. opravte chybu.

1, 256 dm^3 = 12 560 000 cl [125,6 cl]

3) Zkontrolujte uvedený převod, popř. opravte chybu.

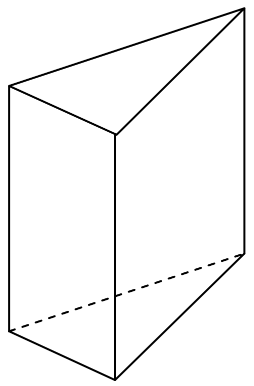
0,000 222 dl = 0,022 2 ml [převod je v pořádku]

4) Zkontrolujte uvedený převod, popř. opravte chybu.

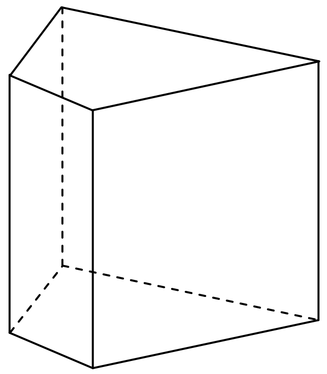
823,65 cl = 82 365 l [8,236 5 l]

Hranoly

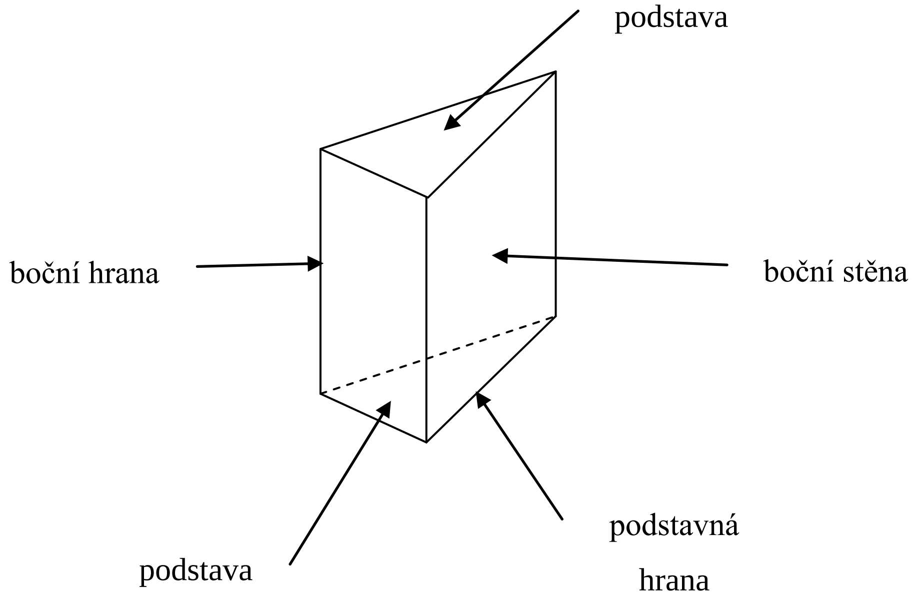
Trojboký hranol



Čtyřboký hranol



Základní pojmy



Podstavy hranolu tvoří dva ***shodné mnohoúhelníky***.

Boční stěny hranolu jsou ***obdélníky*** nebo ***čtverce***.

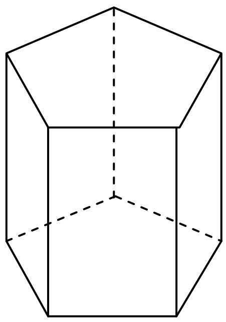
Výška hranolu je ***délka*** jeho boční hrany.

Plášť hranolu je tvořen všemi ***bočními stěnami***.

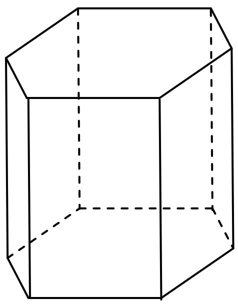
Je-li ***podstavou*** hranolu ***pravidelný n-úhelník*** (rovnostranný trojúhelník, čtverec, pravidelný pětiúhelník, pravidelný šestiúhelník, …), hovoříme potom o tzv. ***pravidelném n-bokém hranolu***.

Příklady některých dalších hranolů

Pětiboký hranol



Šestiboký hranol



Hranoly

Varianta A

Do prázdného obdélníčku doplňte správné slovo:

Podstavy šestibokého hranolu jsou tvořeny dvěma shodnými ☐.

***Příklad*:**

Podstavy libovolného hranolu tvoří vždy dva shodné mnohoúhelníky. Počet bočních stěn hranolu je pak totožný s počtem vrcholů podstavy. Podstavou šestibokého hranolu je tedy šestiúhelník.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:

Podstavy šestibokého hranolu jsou tvořeny dvěma shodnými $\boxed{\text{šestiúhelníky}}$.

Příklady k procvičení:

1) Do prázdných obdélníčků doplňte správná slova:

Boční stěny šestibokého hranolu jsou tvořeny šesti ☐ nebo ☐.

[obdélníky; čtverci]

2) Do prázdného obdélníčku doplňte správné slovo:

Boční hrany trojbokého hranolu jsou tvořeny třemi shodnými ☐.

[úsečkami]

3) Do prázdného obdélníčku doplňte správné slovo:

Boční hrany pětibokého hranolu jsou tvořeny ☐ shodnými úsečkami.

[pěti]

4) Do prázdného obdélníčku doplňte správné slovo:

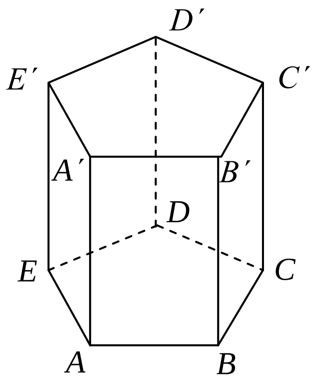
Trojboký hranol má celkem šest podstavných ☐.

[hran]

Hranoly

Varianta B

Na obrázku je znázorněn pětiboký hranol. Pomocí vrcholů zapište všechny jeho boční stěny.



***Příklad*:**

Boční stěny pětibokého hranolu jsou tvořeny pěti obdélníky, které můžeme pomocí jeho vrcholů zapsat takto: $ABB'A'$, $BCC'B'$, $CDD'C'$, $DEE'D'$, $EAA'E'$.

***Příklad*:**

Varianta A

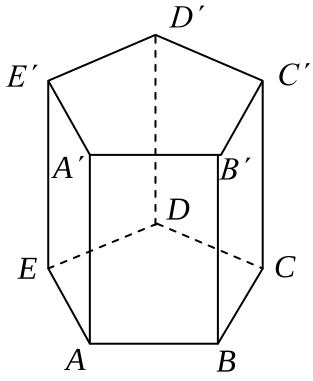
Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení: Obdélníky $ABB'A'$, $BCC'B'$, $CDD'C'$, $DEE'D'$, $EAA'E'$.

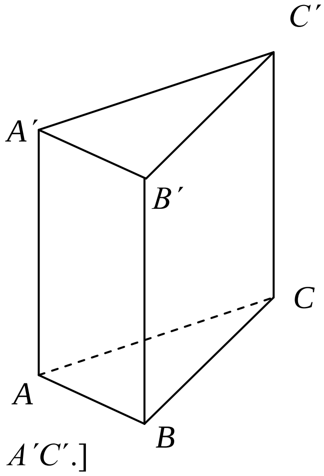
Příklady k procvičení:

1) Na obrázku je znázorněn pětiboký hranol. Pomocí vrcholů zapište všechny jeho boční hrany.



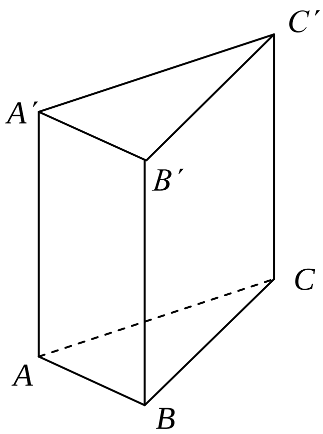
[Úsečky AA', BB', CC', DD', EE'.]

2) Na obrázku je znázorněn trojboký hranol. Pomocí vrcholů zapište všechny jeho podstavné hrany.



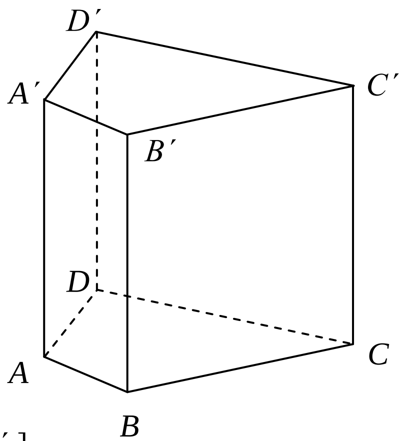
[Úsečky AB, BC, AC, $A'B'$, $B'C'$, $A'C'$.]

3) Na obrázku je znázorněn trojboký hranol. Pomocí vrcholů zapište jeho podstavy.



[Trojúhelníky ABC, $A'B'C'$.]

4) Na obrázku je znázorněn čtyřboký hranol. Pomocí vrcholů zapište jeho podstavy.



[Čtyřúhelníky $ABCD$, $A'B'C'D'$.]

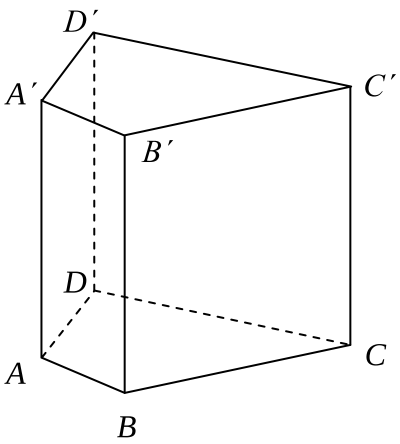
Hranoly

Varianta C

Kolik bočních stěn má čtyřboký hranol?

***Příklad*:**

Vrcholy čtyřbokého hranolu označíme písmeny *A*, *B*, *C*, *D*, *A´*, *B´*, *C´*, *D´* a vidíme, že čtyřboký hranol je tvořen dvěma podstavami tvaru čtyřúhelníku a čtyřmi stěnami ve tvaru obdélníku. Celkový počet bočních stěn je tedy 4.



***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:

Čtyřboký hranol má 4 boční stěny.

Příklady k procvičení:

1) Kolik vrcholů má trojboký hranol? [6]

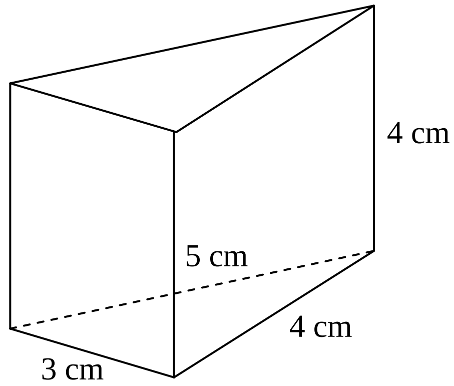
2) Kolik bočních stěn má čtyřboký hranol? [4]

3) Kolik bočních hran má šestiboký hranol? [6]

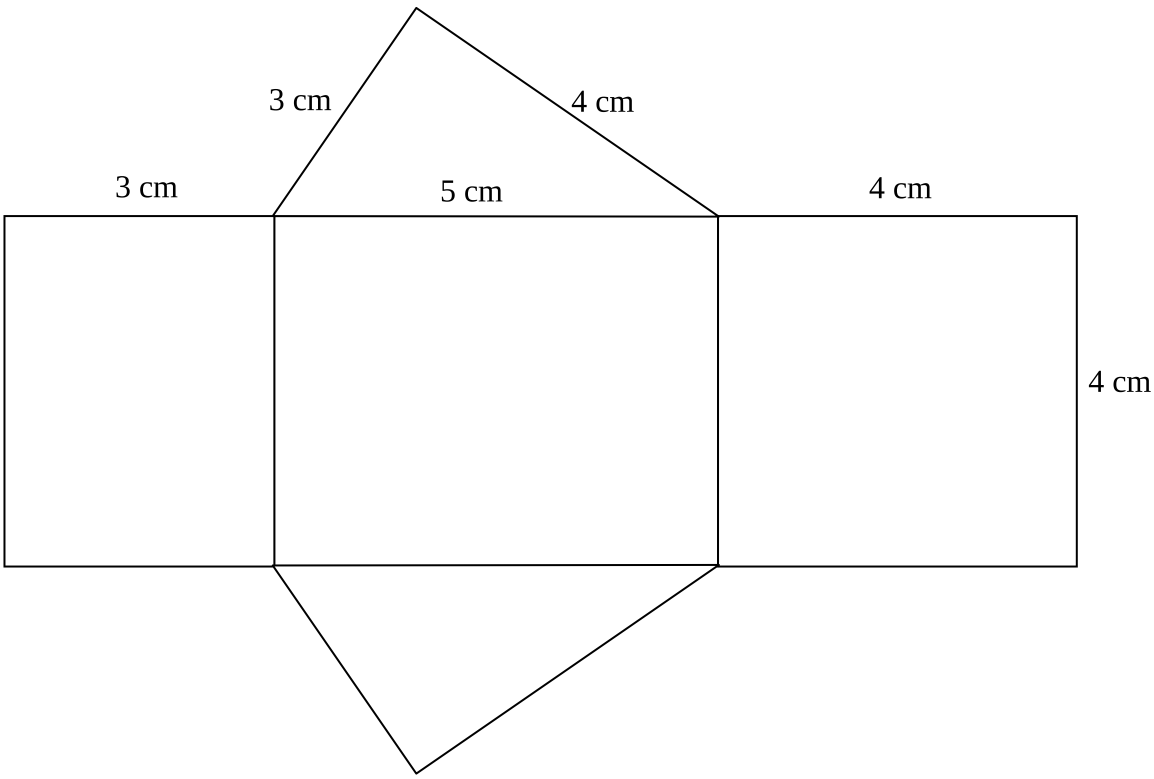
4) Kolik podstav má šestiboký hranol? [2]

Síť hranolu

Trojboký hranol



Síť trojbokého hranolu



Základní pojmy

Síť hranolu je složena ze ***všech jeho stěn***.

Z vystřižené sítě můžeme složit model hranolu.

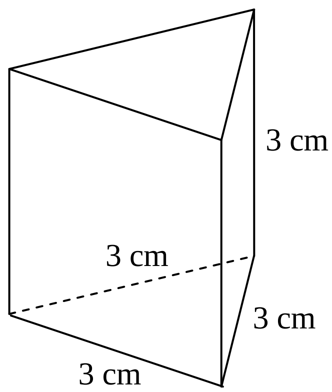
Síť hranolu

Varianta A

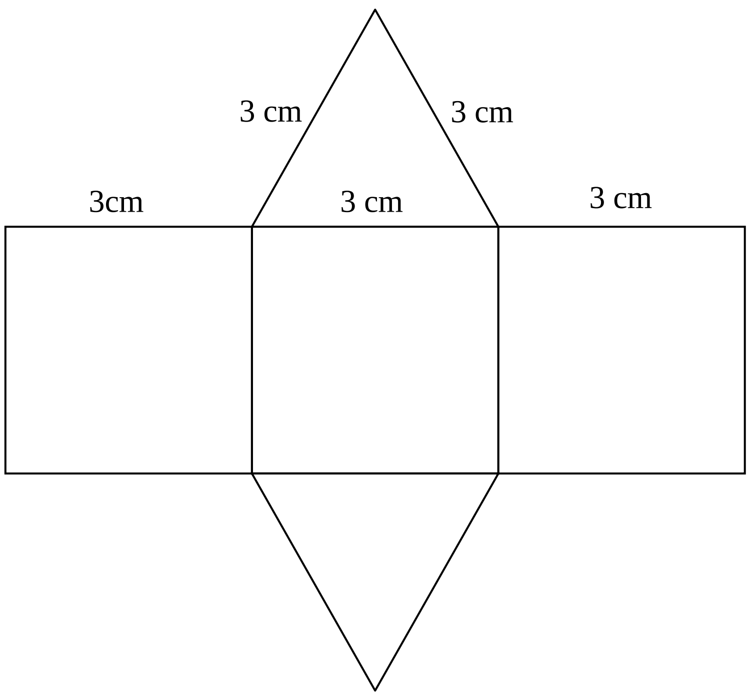
Narýsujte síť trojbokého hranolu podle obrázku.

***Příklad*:**

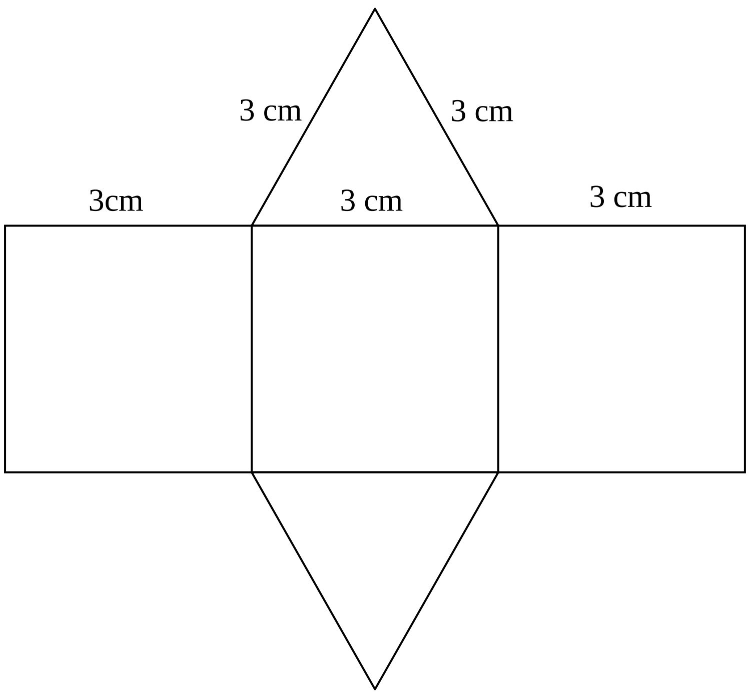
Trojboký hranol



Síť trojbokého hranolu



Výsledek řešení:



***Příklad*:**

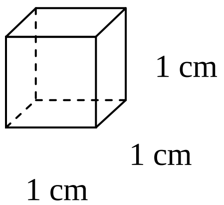
Varianta A

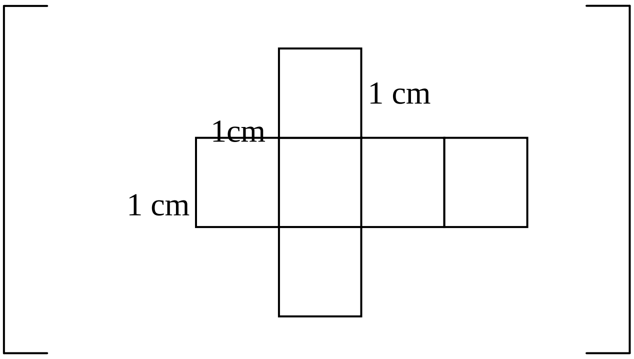
Varianta B

Varianta C

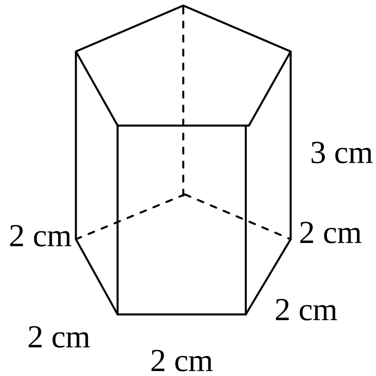
Příklady k procvičení:

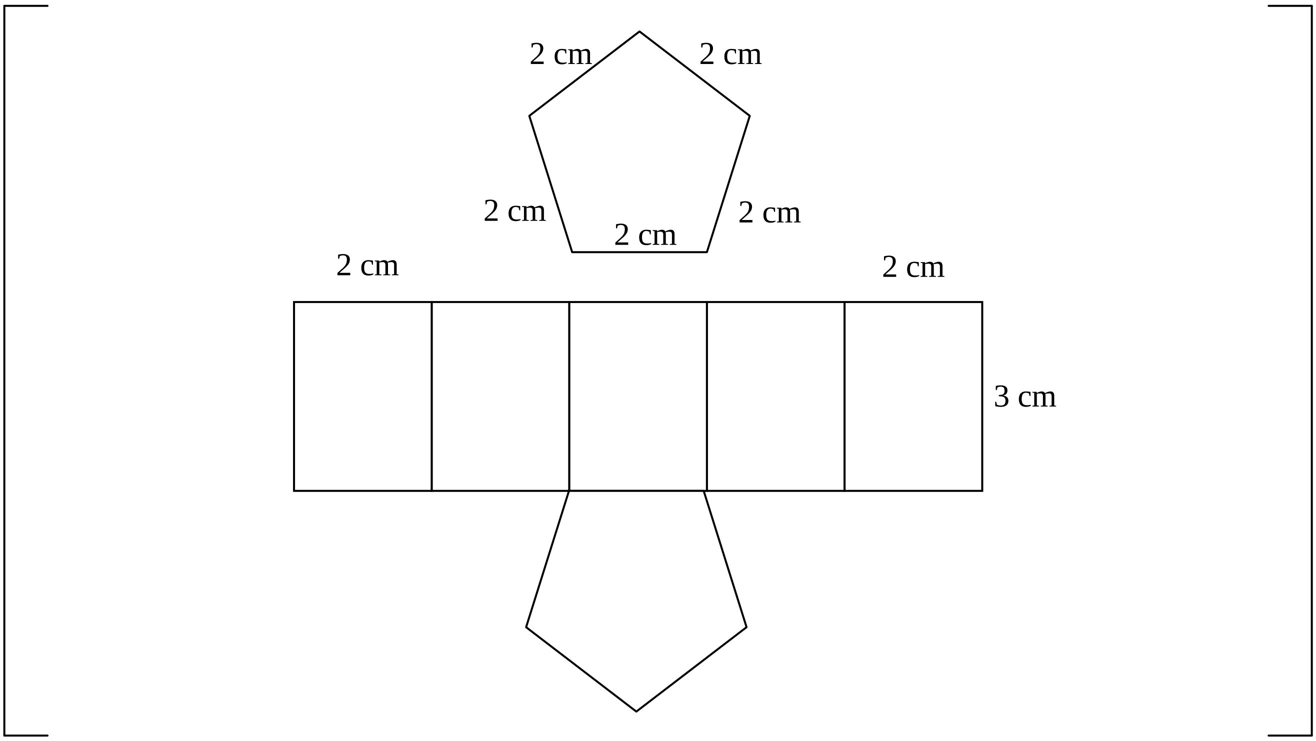
1) Narýsujte síť čtyřbokého hranolu podle obrázku.



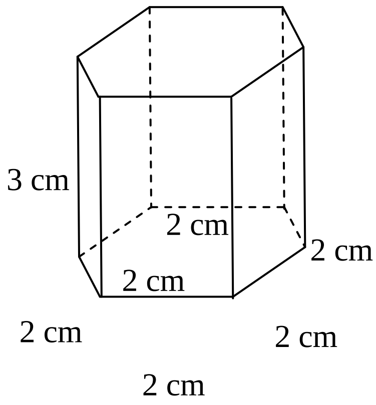


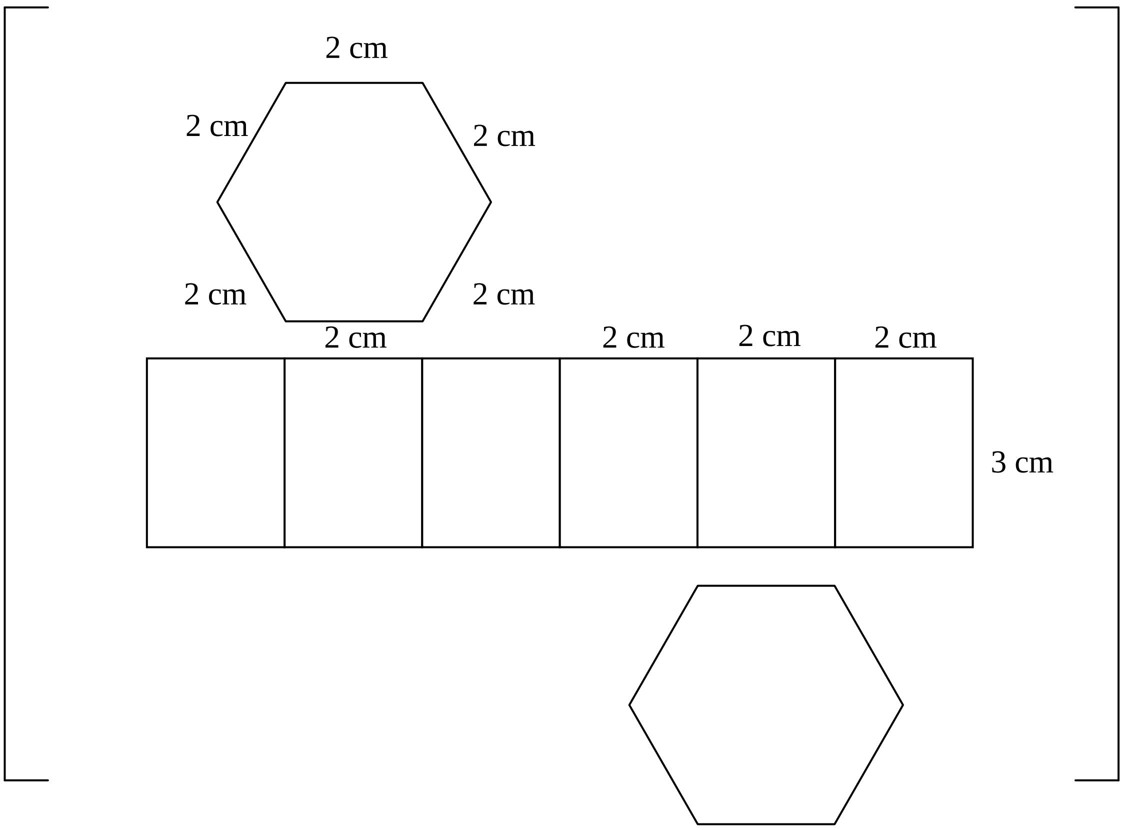
2) Narýsujte síť pětibokého hranolu podle obrázku.



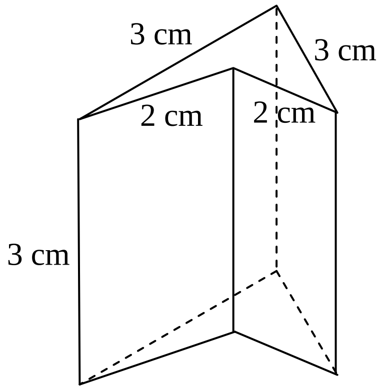


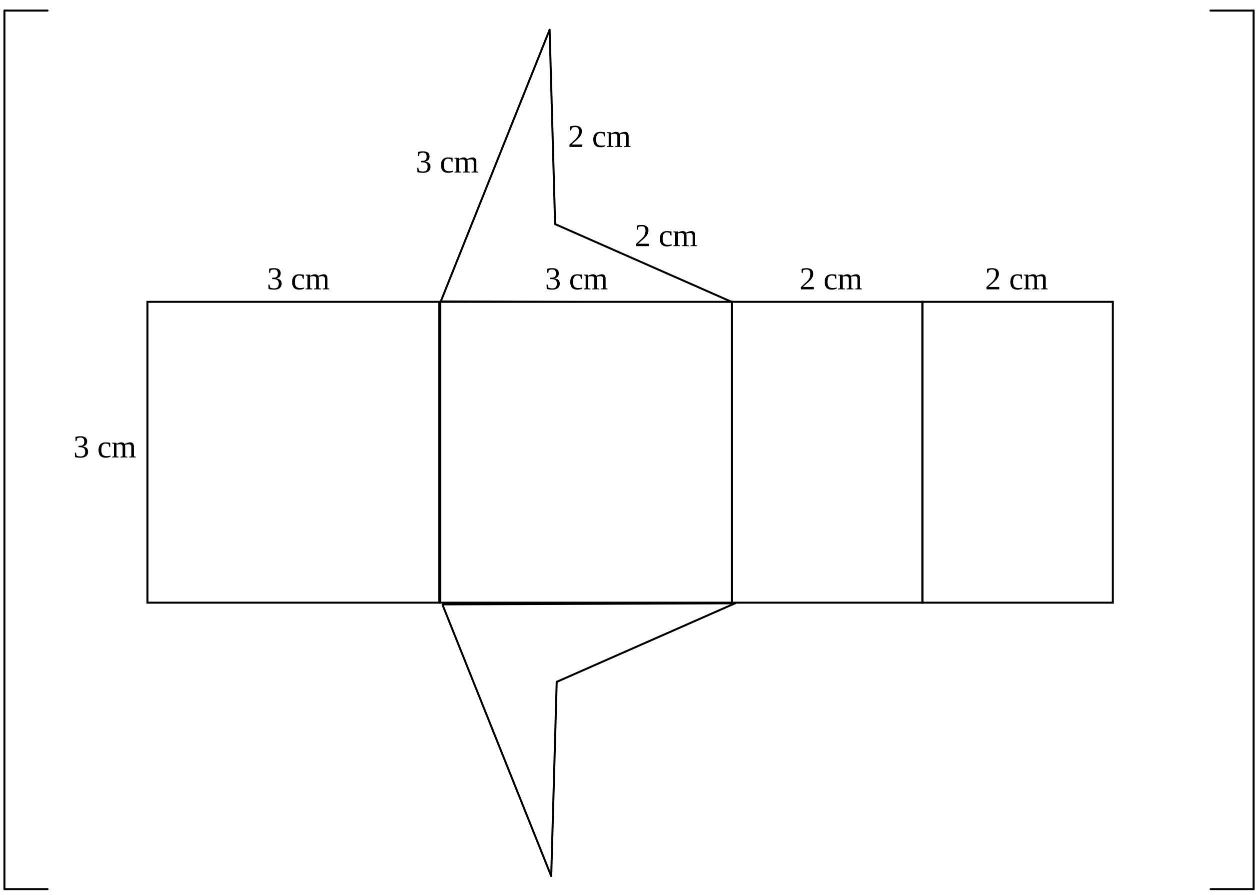
3) Narýsujte síť šestibokého hranolu podle obrázku.





4) Narýsujte síť čtyřbokého hranolu podle obrázku.





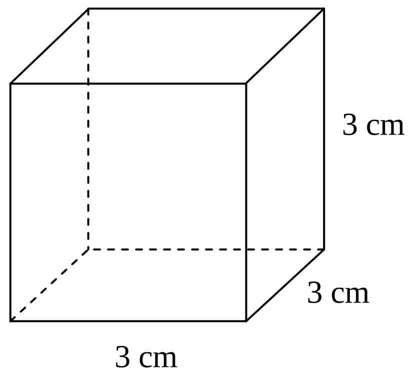
Síť hranolu

Varianta B

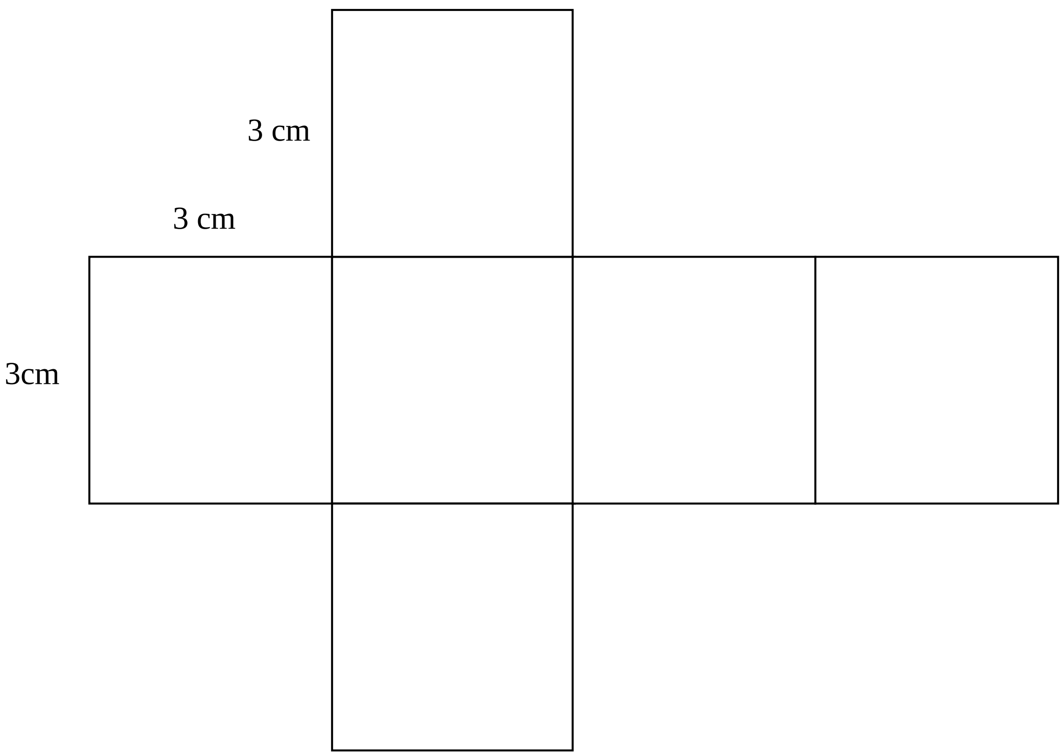
Narýsujte síť čtyřbokého hranolu s podstavou tvaru čtverce se stranou délky 3 cm a výškou také 3 cm.

***Příklad*:**

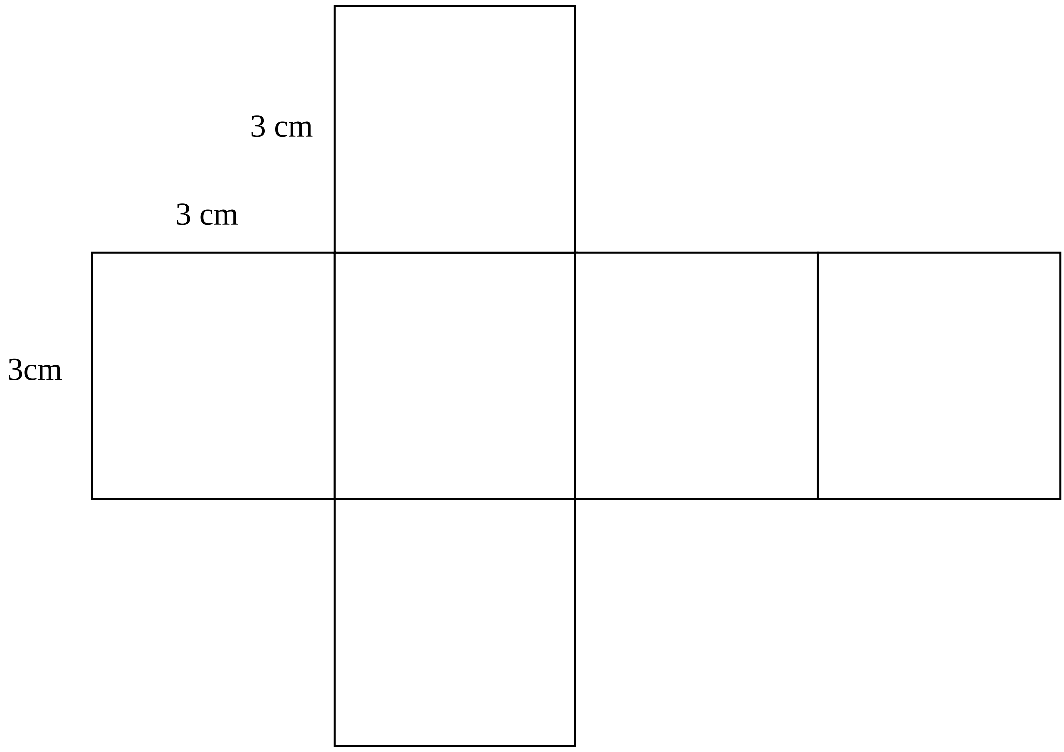
Čtyřboký hranol



Síť čtyřbokého hranolu



Výsledek řešení:



***Příklad*:**

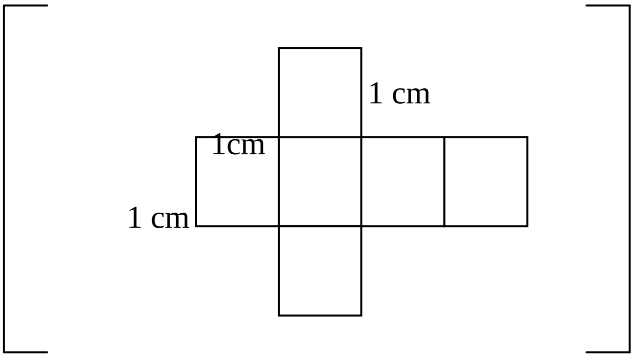
Varianta A

Varianta B

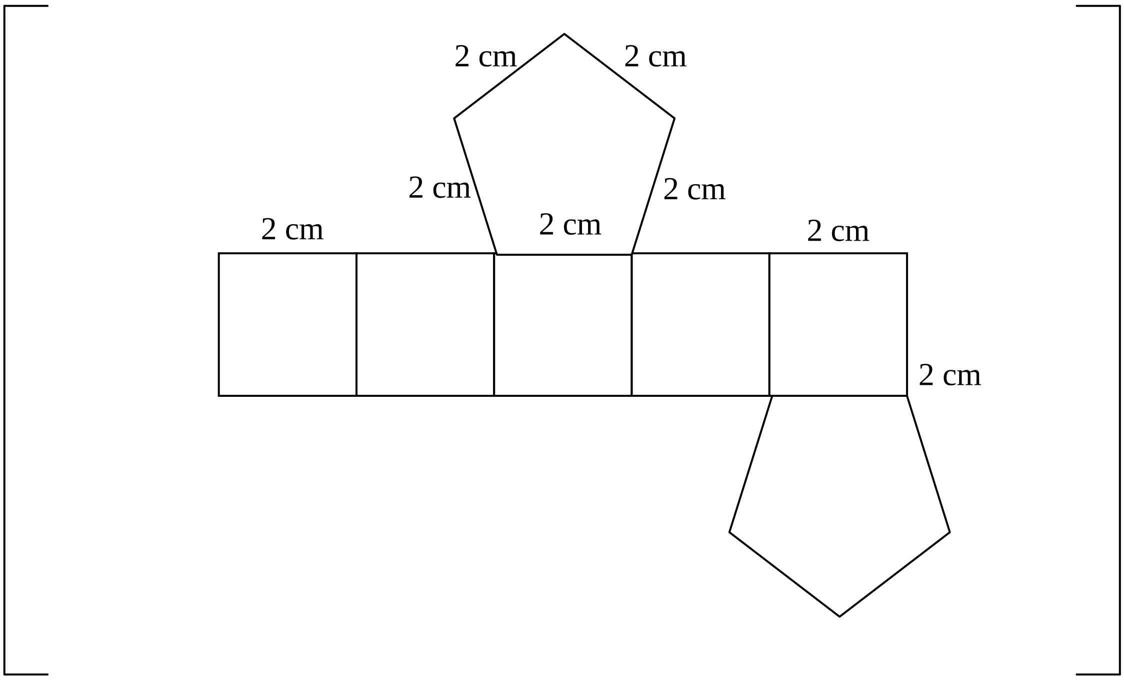
Varianta C

Příklady k procvičení:

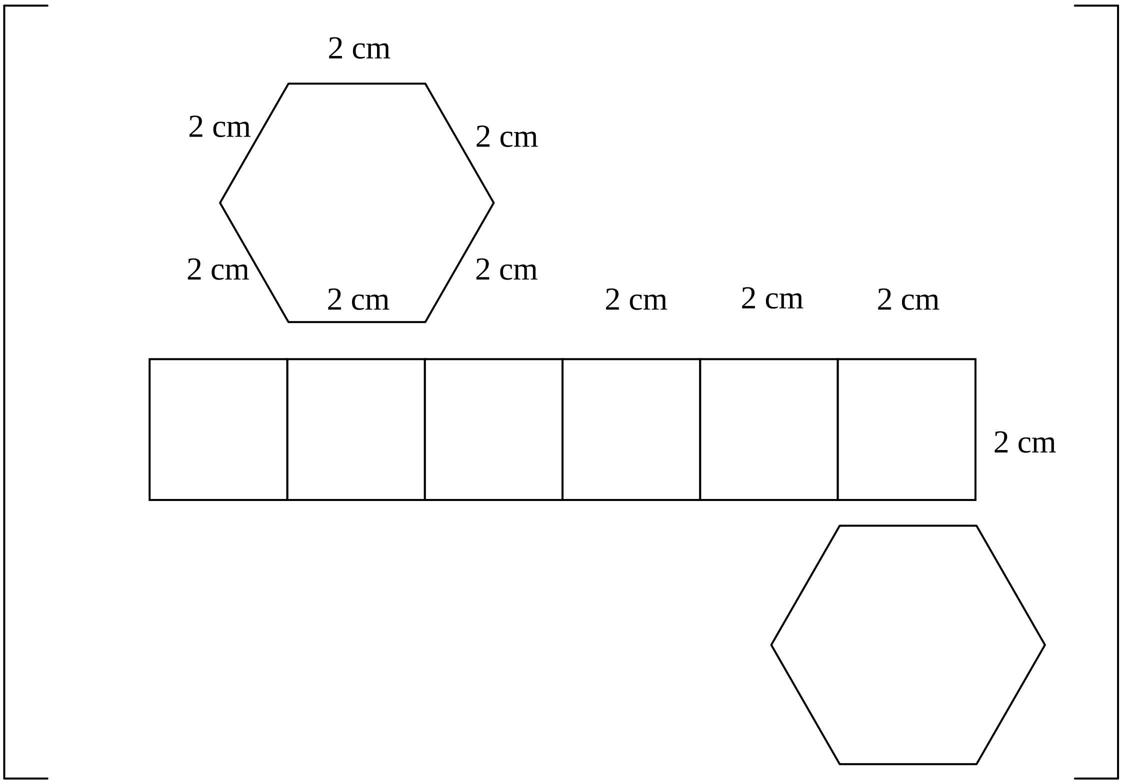
1) Narýsujte síť čtyřbokého hranolu s podstavou tvaru čtverce se stranou délky 1 cm a výškou také 1 cm.



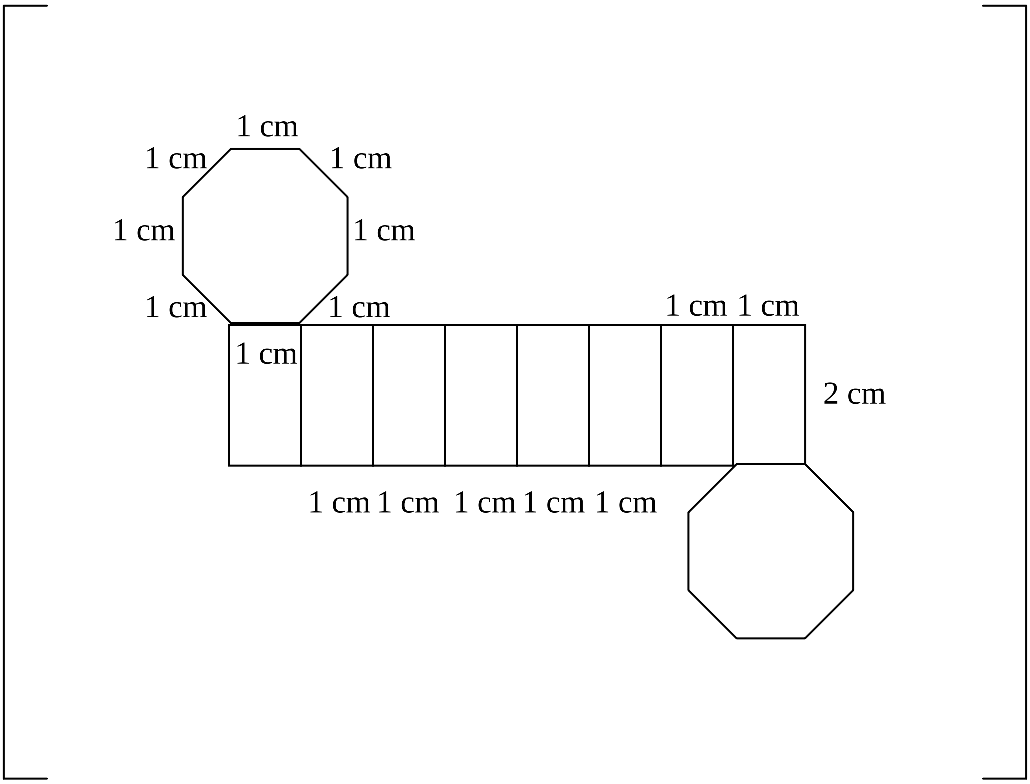
2) Narýsujte síť pravidelného pětibokého hranolu, jehož podstavná hrana i výška mají délku 2 cm.



3) Narýsujte síť pravidelného šestibokého hranolu, jehož podstavná hrana i výška mají délku 2 cm.



4) Narýsujte síť pravidelného osmibokého hranolu, jehož podstavná hrana má délku 1 cm a výška 2 cm.



Síť hranolu

Varianta C

Jakými mnohoúhelníky a v jakém počtu je tvořena síť pravidelného trojbokého hranolu, jehož podstavná hrana má stejnou délku jako výška hranolu?

Příklad:

Podstavou pravidelného trojbokého hranolu je rovnostranný trojúhelník. Jelikož podstavná hrana má stejnou délku jako výška hranolu, je plášť hranolu tvořen třemi shodnými čtverci. Síť uvedeného hranolu je tedy tvořena dvěma rovnostrannými trojúhelníky a třemi čtverci.

Příklad:

Varianta A
Varianta B
Varianta C

Výsledek řešení:
Síť uvedeného hranolu je tvořena dvěma rovnostrannými trojúhelníky a třemi čtverci.

Příklady k procvičení:

1) Jakými mnohoúhelníky a v jakém počtu je tvořena síť pravidelného čtyřbokého hranolu, jehož podstavná hrana má stejnou délku jako výška hranolu?
[Síť uvedeného hranolu je tvořena šesti čtverci.]

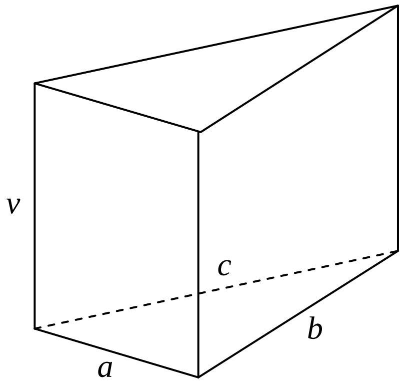
2) Jakými mnohoúhelníky a v jakém počtu je tvořena síť pravidelného pětibokého hranolu, jehož podstavná hrana má dvojnásobnou délku jako výška hranolu?
[Síť uvedeného hranolu je tvořena dvěma pravidelnými pětiúhelníky a pěti obdélníky.]

3) Jakými mnohoúhelníky a v jakém počtu je tvořena síť trojbokého hranolu s podstavou tvaru rovnoramenného trojúhelníku, jehož základna má délku 1 cm a ramena délku 2 cm? Výška hranolu je 2 cm.
[Síť uvedeného hranolu je tvořena dvěma rovnoramennými trojúhelníky, jedním obdélníkem a dvěma čtverci.]

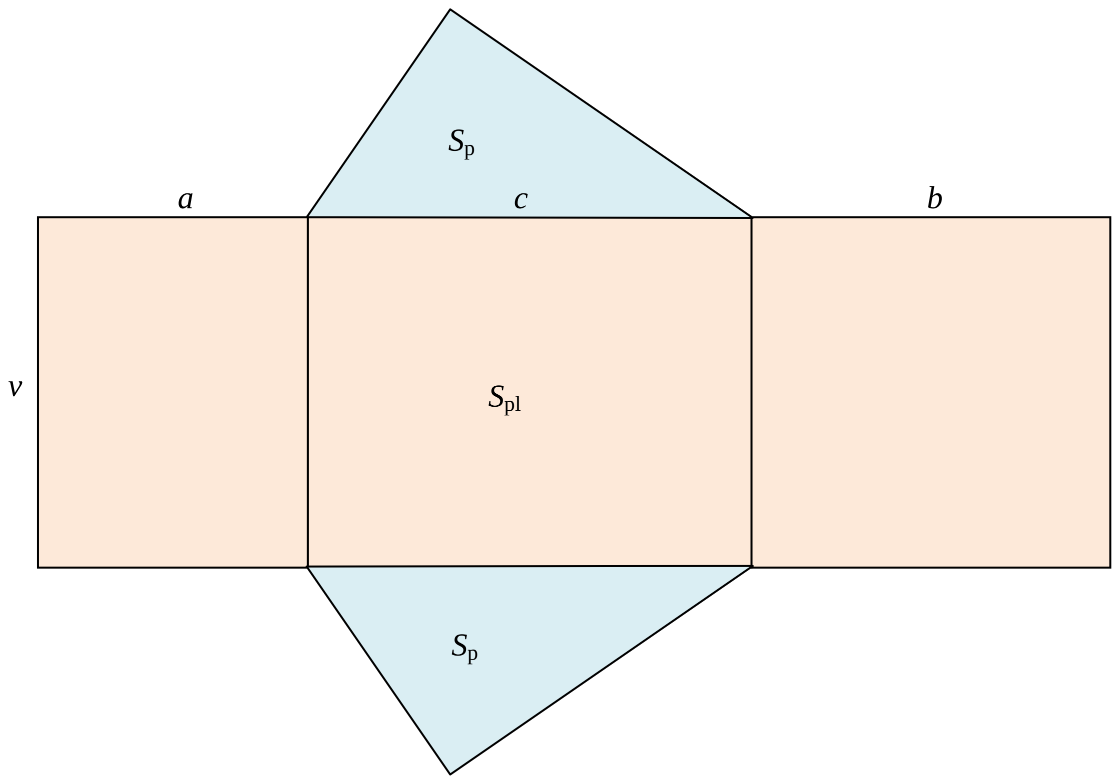
4) Jakými mnohoúhelníky a v jakém počtu je tvořena síť pravidelného osmibokého hranolu, jehož podstavná hrana má poloviční délku než výška hranolu?
[Síť uvedeného hranolu je tvořena dvěma pravidelnými osmiúhelníky a osmi obdélníky.]

Povrch hranolu

Trojboký hranol



Síť trojbokého hranolu



S_{p} … obsah podstavy

S_{pl} … obsah pláště krychle

$S = 2 \cdot S_{\mathrm{p}} + S_{\mathrm{pl}}$ … povrh hranolu

Základní pojmy

Povrch hranolu je součet obsahů všech jeho stěn.

Plášť hranolu je tvořen ***obdélníky*** nebo ***čtverci***.

Povrch hranolu

Varianta A

Vypočtěte povrch trojbokého hranolu s podstavou tvaru pravoúhlého trojúhelníku s rozměry 5 cm, 12 cm a 13 cm a výškou 8 cm.

***Příklad*:**

$a = 5\text{ cm}$

$b = 12\text{ cm}$

$c = 13\text{ cm}$

$v = 8\text{ cm}$

$S = ?\ (\text{cm}^2)$

Obsah podstavy spočteme jako obsah pravoúhlého trojúhelníku s odvěsnami a a b.

$$S_\text{p} = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{5 \cdot 12}{2} = 30\text{ cm}^2$$

Plášť je tvořen třemi obdélníky se stranami a a v, b a v a c a v.

$$S_\text{pl} = a \cdot v + b \cdot v + c \cdot v = 5 \cdot 8 + 12 \cdot 8 + 13 \cdot 8 = 40 + 96 + 104 = 240\text{ cm}^2$$

$$S = 2 \cdot S_\text{p} + S_\text{pl} = 2 \cdot 30 + 240 = 60 + 240 = 300\text{ cm}^2$$

Povrch hranolu 300 cm^2.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:
Povrch hranolu 300 cm^2.

Příklady k procvičení:

1) Vypočtěte povrch trojbokého hranolu s podstavou tvaru pravoúhlého trojúhelníku s rozměry 3 mm, 4 mm a 5 mm a výškou 6 mm. [84 mm^2]

2) Vypočtěte povrch trojbokého hranolu s podstavou tvaru pravoúhlého trojúhelníku s rozměry 60 dm, 80 dm a 100 dm a výškou 6 dm. [6 240 dm^2]

3) Vypočtěte povrch trojbokého hranolu s podstavou tvaru pravoúhlého trojúhelníku s rozměry 10 cm, 24 cm a 26 cm a výškou 12 cm. [960 cm^2]

4) Vypočtěte povrch trojbokého hranolu s podstavou tvaru pravoúhlého trojúhelníku s rozměry 9 mm, 12 mm a 15 mm a výškou 18 mm. [756 mm^2]

Povrch hranolu

Varianta B

Vypočtěte povrch čtyřbokého hranolu s podstavou tvaru obdélníku s rozměry 6 cm a 8 cm a výškou 10 cm.

***Příklad*:**

$a = 6$ cm

$b = 8$ cm

$v = 10$ cm

$S = ?$ (cm^2)

Obsah podstavy spočteme jako obsah obdélníku se stranami a a b.

$S_{\mathrm{p}} = a \cdot b = 6 \cdot 8 = 48\ \mathrm{cm}^2$

Plášť je tvořen dvěma dvojicemi shodných obdélníků se stranami a a v a b a v.

$S_{\mathrm{pl}} = 2 \cdot a \cdot v + 2 \cdot b \cdot v = 2 \cdot 6 \cdot 10 + 2 \cdot 8 \cdot 10 = 120 + 160 = 280\ \mathrm{cm}^2$

$S = 2 \cdot S_{\mathrm{p}} + S_{\mathrm{pl}} = 2 \cdot 48 + 280 = 96 + 280 = 376\ \mathrm{cm}^2$

Povrch hranolu 376 cm^2.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:
Povrch hranolu 376 cm^2.

Příklady k procvičení:

1) Vypočtěte povrch čtyřbokého hranolu s podstavou tvaru čtverce se stranou délky 11 mm a výškou 10 mm. [682 mm^2]

2) Vypočtěte povrch čtyřbokého hranolu s podstavou tvaru kosočtverce se stranou délky 2 dm a výškou ke straně 1,5 dm. Výška hranolu je 3 dm. [30 dm^2]

3) Vypočtěte povrch čtyřbokého hranolu s podstavou tvaru obdélníku s rozměry 0,1 m a 0,6 m a výškou 0,5 m. [0,82 m^2]

4) Vypočtěte povrch čtyřbokého hranolu s podstavou tvaru kosodélníku s rozměry 2,5 cm a 2 cm a výškou k delší straně délky 1,8 cm. Výška hranolu je 30 cm. [279 cm^2]

Povrch hranolu

Varianta C

Převeďte na jednotku uvedenou v závorce:

15 dm^2 (mm^2)

***Příklad*:**

Jednotku dm^2 postupně převádíme na cm^2 a mm^2, to znamená, že desetinnou čárku posunujeme celkem o 4 místa. Jedná se o převod z větší jednotky na menší, desetinnou čárku tedy posunujeme doprava.

15 dm^2 = 150 000 mm^2

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:

15 dm^2 = 150 000 mm^2

Příklady k procvičení:

1) Převeďte na jednotku uvedenou v závorce: 6 m^2 (mm^2). [6 000 000 mm^2]

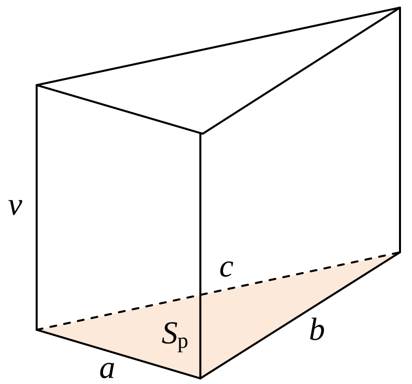
2) Převeďte na jednotku uvedenou v závorce: 0,4 cm^2 (mm^2). [40 mm^2]

3) Převeďte na jednotku uvedenou v závorce: 12,6 dm^2 (cm^2). [1 260 cm^2]

4) Převeďte na jednotku uvedenou v závorce: 0,006 m^2 (dm^2). [0,6 dm^2]

Objem hranolu

Trojboký hranol



S_p … obsah podstavy

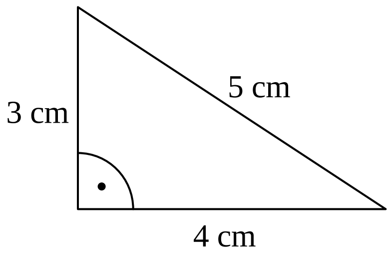
v … výška hranolu

$V = S_\mathrm{p} \cdot v$ … objem hranolu

Objem hranolu

Varianta A

Hranol má výšku 3 cm a jeho podstava je znázorněna na obrázku. Určete objem hranolu.



***Příklad*:**

$a = 3$ cm

$b = 4$ cm

$c = 5$ cm

$v = 3$ cm

$V = ?\ (\text{cm}^3)$

Obsah podstavy spočteme jako obsah pravoúhlého trojúhelníku s odvěsnami a a b.

$$S_\text{p} = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6\ \text{cm}^2$$

Objem hranolu pak vypočteme podle vztahu:

$$V = S_\text{p} \cdot v = 6 \cdot 3 = 18\ \text{cm}^3$$

Objem hranolu je 18 cm^3.

***Příklad*:**

Varianta A

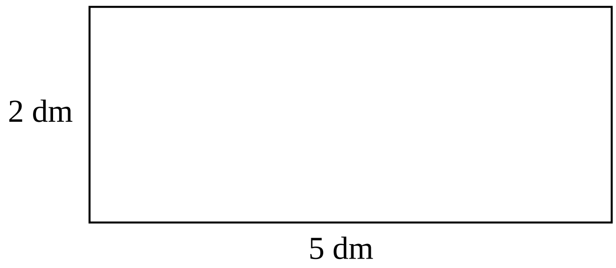
Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:
Objem hranolu je 18 cm^3.

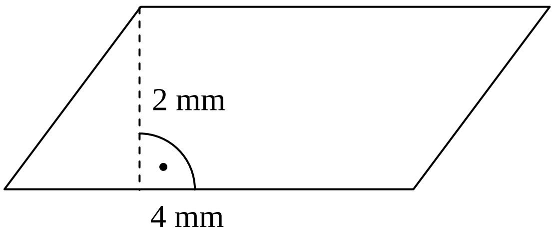
Příklady k procvičení:

1) Hranol má výšku 5 dm a jeho podstava je znázorněna na obrázku. Určete objem hranolu.



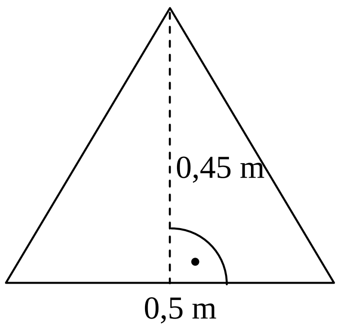
[50 dm^3]

2) Hranol má výšku 8 mm a jeho podstava je znázorněna na obrázku. Určete objem hranolu.



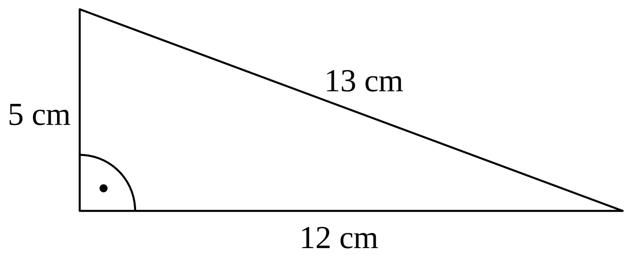
[64 mm^3]

3) Hranol má výšku 0,2 m a jeho podstava je znázorněna na obrázku. Určete objem hranolu.



[0,0225 m^3]

4) Hranol má výšku 0,2 m a jeho podstava je znázorněna na obrázku. Určete objem hranolu.



[600 cm^3]

Objem hranolu

Varianta B

Vypočtěte objem čtyřbokého hranolu, který má výšku 8 cm a jeho podstavou je kosočtverec se stranou 4 cm a výškou 3 cm.

***Příklad*:**

$a = 4$ cm

$v_a = 3$ cm

$v = 8$ cm

$V = ?\,(\mathrm{cm}^3)$

Obsah podstavy určíme jako obsah kosočtverce podle vztahu:

$S_p = a \cdot v_a = 4 \cdot 3 = 12\ \mathrm{cm}^2$

Objem hranolu pak vypočteme podle vztahu:

$V = S_\mathrm{p} \cdot v = 12 \cdot 8 = 96\ \mathrm{cm}^3$

Objem hranolu je 96 cm^3.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení: Objem hranolu je 96 cm^3.

Příklady k procvičení:

1) Vypočtěte objem čtyřbokého hranolu, který má výšku 2 dm a jeho podstavou je kosodélník se stranou 3 dm a výškou 10 dm. [600 dm^3]

2) Vypočtěte objem čtyřbokého hranolu, který má výšku 20 mm a jeho podstavou je obdélník se stranami 16 mm a 18 mm. [5 760 mm^3]

3) Vypočtěte objem čtyřbokého hranolu, který má výšku 0,4 m a jeho podstavou je lichoběžník se základnami 0,8 m a 0,6 m a výškou 0,4 m. [0,112 m^3]

4) Vypočtěte objem čtyřbokého hranolu, který má výšku 200 mm a jeho podstavou je čtverec se stranou 180 mm. [6 480 000 mm^3]

Objem hranolu

Varianta C

Převeďte na jednotku uvedenou v závorce:

30 dm^3 (mm^3)

***Příklad*:**

Jednotku dm^3 postupně převádíme na cm^3 a mm^3, to znamená, že desetinnou čárku posunujeme celkem o 6 míst. Jedná se o převod z větší jednotky na menší, desetinnou čárku tedy posunujeme doprava.

30 dm^3 = 30 000 000 mm^3

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:

30 dm^3 = 30 000 000 mm^3

Příklady k procvičení:

1) Převeďte na jednotku uvedenou v závorce: 18 m^3 (mm^3). [18 000 000 000 mm^3]

2) Převeďte na jednotku uvedenou v závorce: 0,2 cm^3 (mm^3). [200 mm^3]

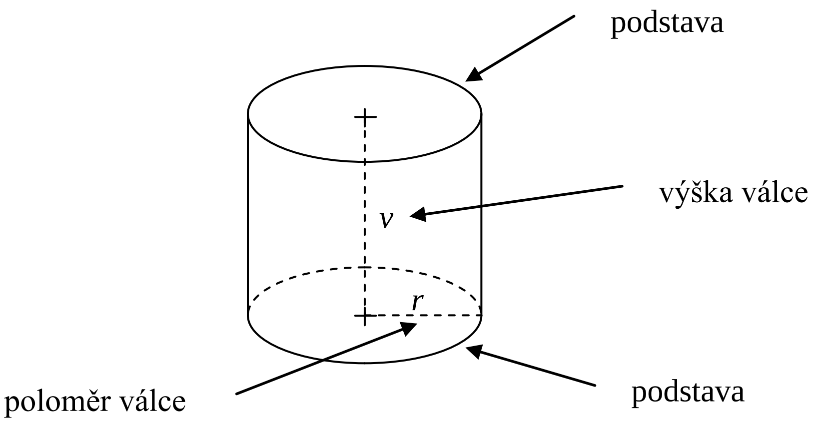
3) Převeďte na jednotku uvedenou v závorce: 6,3 dm^3 (cm^3). [6 300 cm^3]

4) Převeďte na jednotku uvedenou v závorce: 0,018 m^3 (dm^3). [18 dm^3]

Válec

Válec a jeho síť

Válec



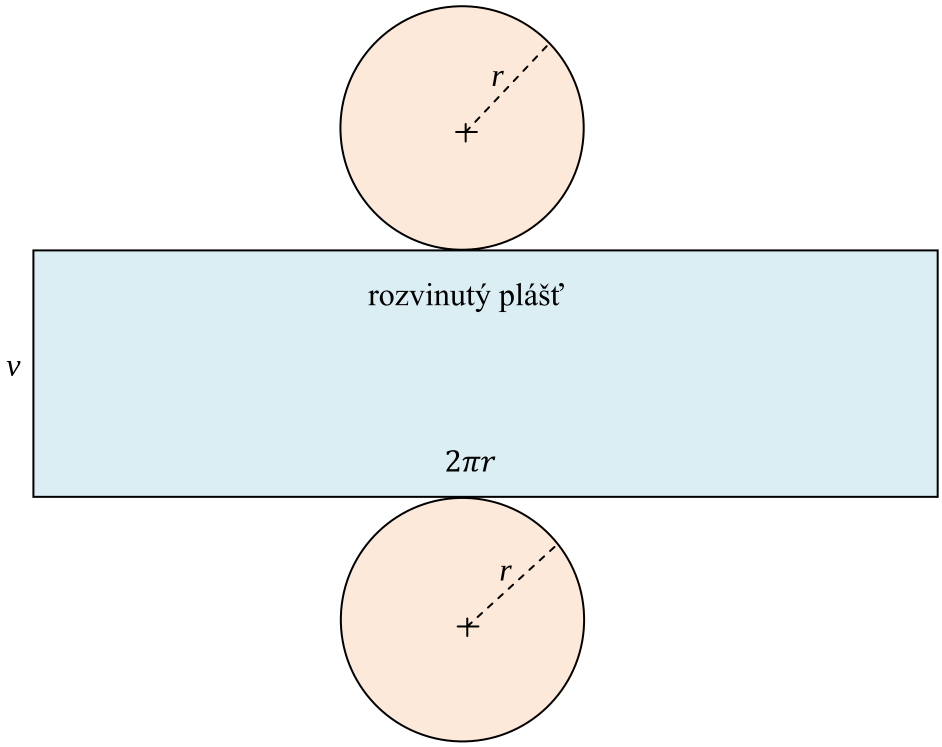
Základní pojmy

Podstavy válce jsou dva ***shodné kruhy***.

Výška válce je vzdálenost středů jeho podstav.

Poloměr válce je poloměr jeho podstav.

Síť válce



Základní pojmy

v … výška válce

r … poloměr válce

Rozvinutý plášť válce je obdélník nebo čtverec. Jeden jeho rozměr se rovná obvodu podstavy, druhý výšce válce.

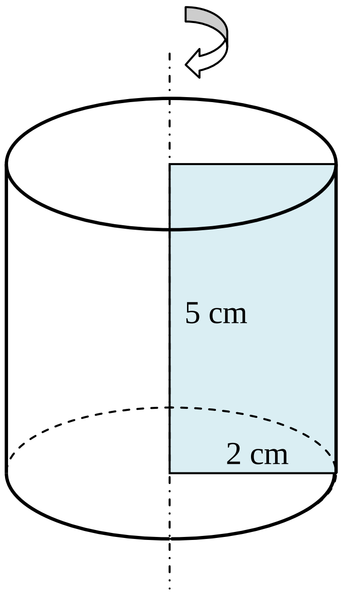
Válec a jeho síť

Varianta A

Obdélník má rozměry 2 cm a 5 cm. Určete poloměr a výšku válce, který vznikne otáčením tohoto obdélníku kolem jeho delší strany.

***Příklad*:**

Celou situaci nakreslíme do obrázku.



Z obrázku je patrné, že výška válce je 5 cm a jeho poloměr 2 cm.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:

Výška válce je 5 cm a jeho poloměr 2 cm.

Příklady k procvičení:

1) Obdélník má rozměry 5 mm a 15 mm. Určete poloměr a výšku válce, který vznikne otáčením tohoto obdélníku kolem jeho delší strany. [5 mm; 15 mm]

2) Obdélník má rozměry 1,2 dm a 3,4 dm. Určete poloměr a výšku válce, který vznikne otáčením tohoto obdélníku kolem jeho kratší strany. [3,4 dm; 1,2 dm]

3) Obdélník má rozměry 1 m a 5 m. Určete poloměr a výšku válce, který vznikne otáčením tohoto obdélníku kolem osy jeho kratší strany. [0,5 m; 5 m]

4) Obdélník má rozměry 12 cm a 18 cm. Určete poloměr a výšku válce, který vznikne otáčením tohoto obdélníku kolem osy jeho delší strany. [9 cm; 12 cm]

Válec a jeho síť

Varianta B

Určete rozměry rozvinutého pláště válce, jehož poloměr má velikost 3 cm a výška 10 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

***Příklad*:**

$r = 3$ cm

$v = 10$ cm

$o = ?$ (cm)

$o = 2\pi r = 2 \cdot \pi \cdot 3 \doteq 18{,}85$ cm

Rozvinutým pláštěm válce je obdélník, jehož jeden rozměr je roven výšce, tedy 10 cm, a druhý rozměr je roven obvodu podstavy, tedy 18,85 cm.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:

Jeden rozměr má velikost 10 cm a druhý 18,85 cm.

Příklady k procvičení:

1) Určete rozměry rozvinutého pláště válce, jehož poloměr má velikost 1 cm a výška 15 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [15 cm; 6,28 cm]

2) Určete rozměry rozvinutého pláště válce, jehož poloměr má velikost 0,4 dm a výška 1,5 dm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [1,5 dm; 2,51 dm]

3) Určete rozměry rozvinutého pláště válce, jehož poloměr má velikost 114 mm a výška 55 mm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [55 mm; 716,28 mm]

4) Určete rozměry rozvinutého pláště válce, jehož poloměr má velikost 0,5 m a výška 1,15 m. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [1,15 m; 3,14 m]

Válec a jeho síť

Varianta C

Obvod podstavy válce je 120 cm. Určete jeho poloměr. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

***Příklad*:**

$o = 120$ cm

$r = ?$ (cm)

$$o = 2\pi r \rightarrow r = \frac{o}{2\pi} = \frac{120}{2 \cdot \pi} \doteq 19{,}10 \text{ cm}$$

Poloměr podstavy daného válce je přibližně 19,10 cm.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:
Poloměr podstavy daného válce je přibližně 19,10 cm.

Příklady k procvičení:

1) Obvod podstavy válce je 11 cm. Určete jeho poloměr. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [1,75 cm]

2) Obvod podstavy válce je 0,45 dm. Určete jeho poloměr. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [0,07 dm]

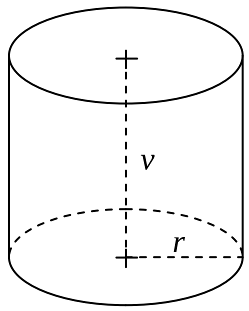
3) Obvod podstavy válce je 1,12 m. Určete jeho poloměr. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [0,18 m]

4) Obvod podstavy válce je 1 125 mm. Určete jeho poloměr. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [179,05 mm]

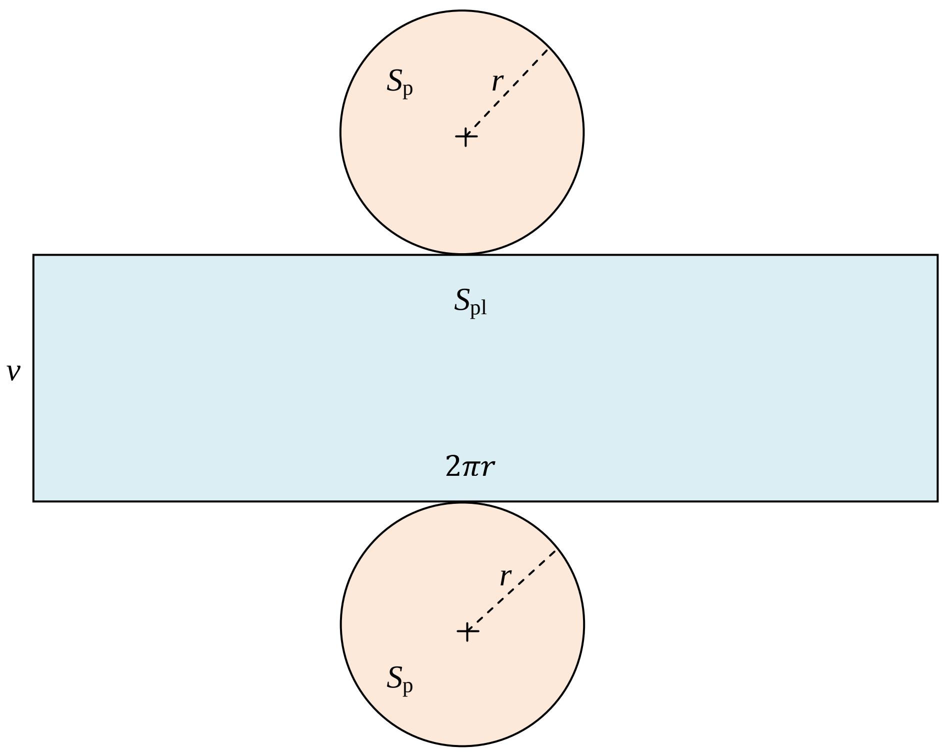
Válec

Povrch válce

Válec



Síť válce



S_{p} … obsah podstavy

S_{pl} … obsah pláště válce

r … poloměr válce

v … výška válce

$S = 2 \cdot S_{\mathrm{p}} + S_{\mathrm{pl}}$ … povrh válce

$$S = 2\pi r^2 + 2\pi r v = 2\pi r(r + v)$$

Povrch válce

Varianta A

Určete povrch válce s poloměrem 2 cm a výškou 8 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

***Příklad*:**

$r = 2$ cm

$v = 8$ cm

$S = ?$ (cm^2)

$S = 2\pi r^2 + 2\pi r v = 2 \cdot \pi \cdot 2^2 + 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 8 \doteq 125{,}66\ \text{cm}^2$

Povrch válce je 125,66 cm^2.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:
Povrch válce je 125,66 cm^2.

Příklady k procvičení:

1) Určete povrch válce s poloměrem 21 cm a výškou 4 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [3 298,67 cm^2]

2) Určete povrch válce s poloměrem 1,4 m a výškou 4,05 m. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [47,94 m^2]

3) Určete povrch válce s poloměrem 0,95 dm a výškou 2,15 dm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [18,50 dm^2]

4) Určete povrch válce s poloměrem 1 115 mm a výškou 895 mm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [14 081 560,75 mm^2]

Povrch válce

Varianta B

Určete obsah pláště válce s poloměrem 16 cm a výškou 4 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

***Příklad*:**

$r = 16$ cm

$v = 4$ cm

$S = ?\ (\text{cm}^2)$

$S = 2\pi r v = 2 \cdot \pi \cdot 16 \cdot 4 \doteq 402{,}12\ \text{cm}^2$

Obsah pláště válce je 402,12 cm^2.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:

Obsah pláště válce je 402,12 cm^2.

Příklady k procvičení:

1) Určete obsah pláště válce s poloměrem 12,4 cm a výškou 8,4 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [654,46 cm^2]

2) Určete obsah pláště válce s poloměrem 0,56 dm a výškou 2,42 dm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [8,51 dm^2]

3) Určete obsah pláště válce s poloměrem 2 m a výškou 0,4 m. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [5,03 m^2]

4) Určete obsah pláště válce s poloměrem 224 mm a výškou 345 mm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [485 564,56 mm^2]

Povrch válce

Varianta C

Honza vyrábí papírové krabičky s víčkem ve tvaru válce s poloměrem 5 cm a výškou 6 cm. Kolik cm^2 papíru bude muset natřít, opatřuje-li nátěrem 10 krabiček. Krabičky natírá zvnějšku i s víčkem. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

***Příklad*:**

$r = 5$ cm

$v = 6$ cm

$p = 10$

$S = ?\,(\mathrm{cm}^2)$

Povrch jedné krabičky vypočteme podle vztahu:

$S_1 = 2\pi r^2 + 2\pi r v = 2 \cdot \pi \cdot 5^2 + 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 6 \doteq 345{,}575\ \mathrm{cm}^2$

Pro povrch deseti krabiček pak platí:

$S = pS_1 = 10 \cdot 345{,}575 = 3455{,}75\mathrm{cm}^2$

Honza musí natřít barvou přibližně 3455,75 cm^2 papíru.

***Příklad*:**

Výsledek řešení:

Honza musí natřít barvou přibližně 3455,75 cm^2 papíru.

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Příklady k procvičení:

1) Válec stroje má šířku 2 m a poloměr 0,5 m. Jaký je obsah cesty, kterou tento válec uválí, otočí-li se pětkrát? [31,42 m^2]

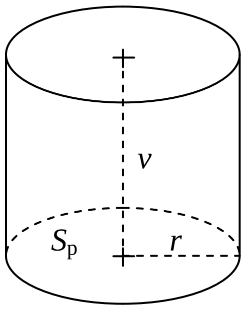
2) Váleček na malování má poloměr 3 cm a šířku 30 cm. Kolik m^2 stěny natřeme, otočí-li se váleček při jednom tahu desetkrát? [0,57 m^2]

3) Rotunda má tvar válce s průměrem 5 m a výškou 3 m. Kolik m^2 stěny musíme uvnitř rotundy natřít, natíráme-li stěnu a strop? [66,76 m^2]

4) Kolik cm^2 plechu je potřeba na výrobu konzervy s poloměrem 5 cm a výškou 10 cm, připočítáme-li 5% na spoje a lemy? [494,80 cm^2]

Povrch válce

Válec



S_p … obsah podstavy

r … poloměr válce

v … výška válce

$V = S_p \cdot v$ … objem válce

$V = \pi r^2 v$

Povrch válce

Varianta A

Určete objem válce s poloměrem 2 cm a výškou 8 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

***Příklad*:**

$r = 2$ cm

$v = 8$ cm

$V = ?$ (cm^3)

$V = \pi r^2 v = \pi \cdot 2^2 \cdot 8 \doteq 100{,}53\ \mathrm{cm}^3$

Objem válce je 100,53 cm^2.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:
Objem válce je 100,53 cm^2.

Příklady k procvičení:

1) Určete objem válce s poloměrem 21 cm a výškou 4 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [5541,77 cm^3]

2) Určete objem válce s poloměrem 1,4 m a výškou 4,05 m. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [24,94 m^3]

3) Určete objem válce s poloměrem 0,95 dm a výškou 2,15 dm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [6,10 dm^3]

4) Určete objem válce s poloměrem 1 115 mm a výškou 895 mm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [3 495 607 341,45 mm^3]

Povrch válce

Varianta B

Určete poloměr válce s objemem 165 cm^3 a výškou 4 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

***Příklad*:**

$V = 165\ \mathrm{cm}^3$

$v = 4\ \mathrm{cm}$

$r = ?\ (\mathrm{cm})$

$$V = \pi r^2 v \Rightarrow r = \sqrt{\frac{V}{\pi v}}$$

$$r = \sqrt{\frac{V}{\pi v}} = \sqrt{\frac{165}{\pi \cdot 4}} \doteq 3{,}62\ \mathrm{cm}$$

Poloměr válce je 3,62 cm.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení: Poloměr válce je 3,62 cm.

Příklady k procvičení:

1) Určete poloměr válce s objemem 25 cm^3 a výškou 0,5 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [3,99 cm]

2) Určete poloměr válce s objemem 0,25 dm^3 a výškou 0,5 dm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [0,40 dm]

3) Určete poloměr válce s objemem 14 m^3 a výškou 2 m. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [1,49 m]

4) Určete poloměr válce s objemem 1445 mm^3 a výškou 210 mm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [1,48 mm]

Povrch válce

Varianta C

Určete výšku válce s objemem 65 cm^3 a poloměrem 4 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

***Příklad*:**

$V = 65\ \text{cm}^3$

$r = 4\ \text{cm}$

$v = ?\ (\text{cm})$

$V = \pi r^2 v \Rightarrow v = \dfrac{V}{\pi r^2}$

$v = \dfrac{V}{\pi r^2} = \dfrac{65}{\pi \cdot 4^2} \doteq 1{,}29\ \text{cm}$

Výška válce je 1,29 cm.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:

Výška válce je 1,29 cm.

Příklady k procvičení:

1) Určete výšku válce s objemem 365 cm^3 a poloměrem 2 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [29,05 cm]

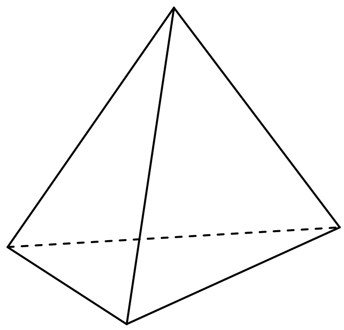
2) Určete výšku válce s objemem 2,1 dm^3 a poloměrem 0,1 dm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [66,85 dm]

3) Určete výšku válce s objemem 1,1 m^3 a poloměrem 0,1 m. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [35,01 m]

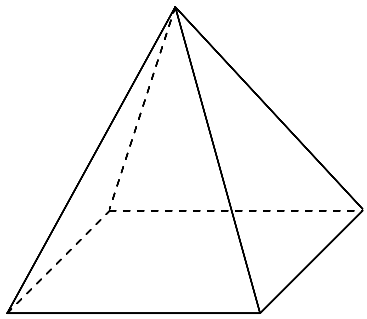
4) Určete výšku válce s objemem 3652 mm^3 a poloměrem 22 mm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [2,40 mm]

Jehlan

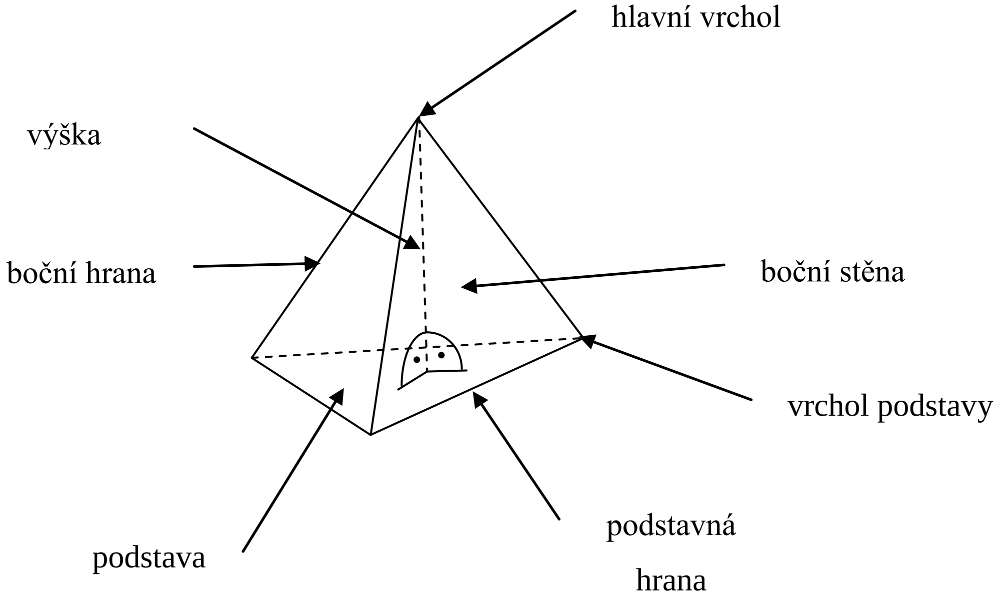
Trojboký jehlan



Čtyřboký jehlan



Základní pojmy



Boční stěny jehlanu jsou ***trojúhelníky***.

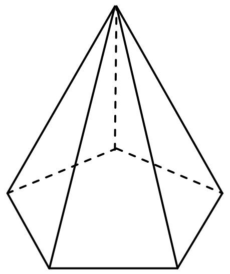
Výška jehlanu je vzdálenost hlavního vrcholu od roviny podstavy.

Plášť jehlanu je tvořen všemi ***bočními stěnami***.

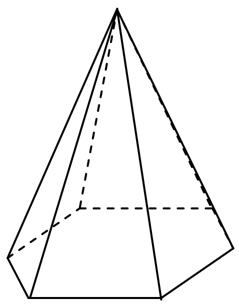
Je-li ***podstavou*** jehlanu ***pravidelný n-úhelník*** (rovnostranný trojúhelník, čtverec, pravidelný pětiúhelník, pravidelný šestiúhelník, …), hovoříme potom o tzv. ***pravidelném n-bokém jehlanu***.

Příklady některých dalších jehlanů

Pětiboký jehlan



Šestiboký jehlan



Jehlan

Varianta A

Do prázdného obdélníčku doplňte správné slovo:

Podstavou šestibokého jehlanu je ☐.

***Příklad*:**

Podstavou libovolného jehlanu je vždy mnohoúhelník. Počet bočních stěn jehlanu je pak totožný s počtem vrcholů podstavy. Podstavou šestibokého jehlanu je tedy šestiúhelník.

***Příklad*:**

Varianta A
Varianta B
Varianta C

Výsledek řešení:

Podstavou šestibokého jehlanu je šestiúhelník.

Příklady k procvičení:

1) Do prázdného obdélníčku doplňte správné slovo:

Boční stěny šestibokého jehlanu jsou tvořeny šesti ☐.

[trojúhelníky]

2) Do prázdného obdélníčku doplňte správné slovo:

Boční hrany trojbokého jehlanu jsou tvořeny třemi ☐.

[úsečkami]

3) Do prázdného obdélníčku doplňte správné slovo:

Boční hrany pravidelného pětibokého jehlanu jsou tvořeny ☐ shodnými úsečkami.

[pěti]

4) Do prázdného obdélníčku doplňte správné slovo:

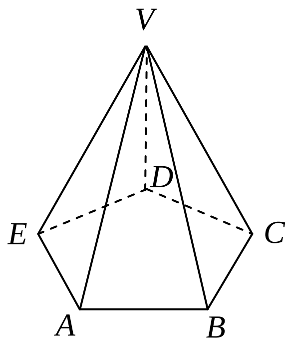
Trojboký jehlan má celkem tři podstavné ☐.

[hrany]

Jehlan

Varianta B

Na obrázku je znázorněn pětiboký jehlan. Pomocí vrcholů zapište všechny jeho boční stěny.



***Příklad*:**

Boční stěny pětibokého jehlanu jsou tvořeny pěti trojúhelníky, které můžeme pomocí jeho vrcholů zapsat takto: *ABV*, *BCV*, *CDV*, *DEV*, *EAV*.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

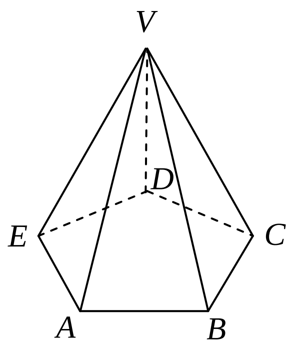
Varianta C

Výsledek řešení:

Trojúhelníky *ABV*, *BCV*, *CDV*, *DEV*, *EAV*.

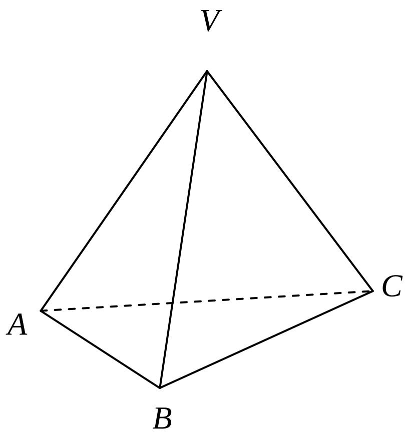
Příklady k procvičení:

1) Na obrázku je znázorněn pětiboký jehlan. Pomocí vrcholů zapište všechny jeho boční hrany.



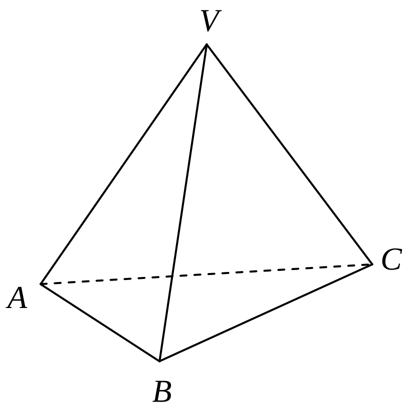
[Úsečky *AV*, *BV*, *CV*, *DV*, *EV*.]

2) Na obrázku je znázorněn trojboký jehlan. Pomocí vrcholů zapište všechny jeho podstavné hrany.



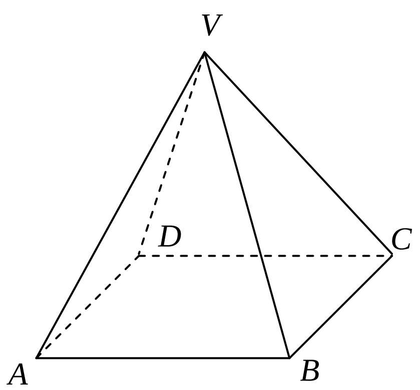
[Úsečky *AB*, *BC*, *AC*.]

3) Na obrázku je znázorněn trojboký jehlan. Pomocí vrcholů zapište jeho podstavu.



[Trojúhelník *ABC*.]

4) Na obrázku je znázorněn čtyřboký jehlan. Pomocí vrcholů zapište jeho boční stěny.



[Trojúhelníky *ABV*, *BCV*, *CDV*, *ADV*.]

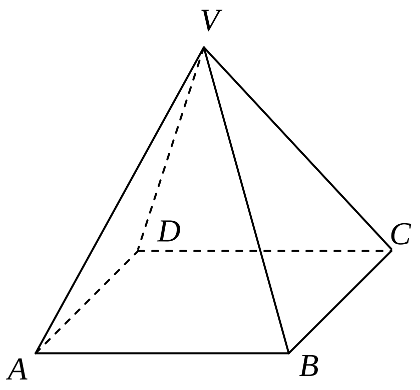
Jehlan

Varianta C

Kolik bočních stěn má pravidelný čtyřboký jehlan?

***Příklad*:**

Vrcholy čtyřbokého jehlanu označíme písmeny A, B, C, D, V a vidíme, že čtyřboký jehlan je tvořen jednou podstavou tvaru čtverce a čtyřmi stěnami ve tvaru trojúhelníku. Celkový počet bočních stěn je tedy 4.



***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:

Pravidelný čtyřboký jehlan má 4 boční stěny.

Příklady k procvičení:

1) Kolik vrcholů má trojboký jehlan? [4]

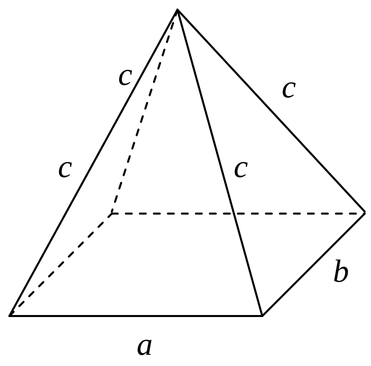
2) Kolik bočních stěn má čtyřboký jehlan? [4]

3) Kolik bočních hran má šestiboký jehlan? [6]

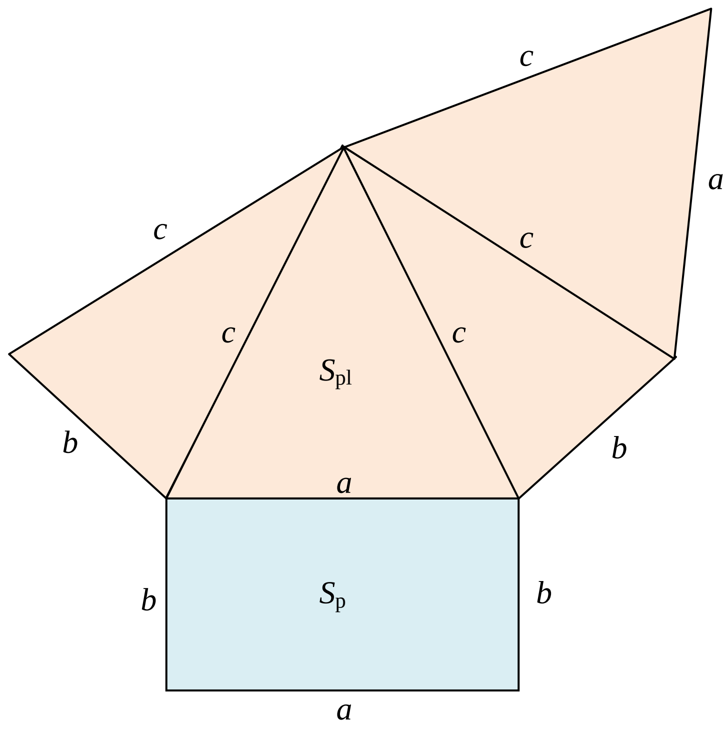
4) Kolik podstav má šestiboký jehlan? [1]

Síť a povrch jehlanu

Čtyřboký jehlan



Síť čtyřbokého jehlanu



Základní pojmy

Síť jehlanu je složena ze ***všech jeho stěn***.

Z vystřižené sítě můžeme složit model jehlanu.

S_{p} … obsah podstavy

S_{pl} … obsah pláště krychle

$S = S_{\mathrm{p}} + S_{\mathrm{pl}}$ … povrch hranolu

Povrch hranolu je součet obsahů všech jeho stěn.

Plášť hranolu je tvořen ***trojúhelníky***.

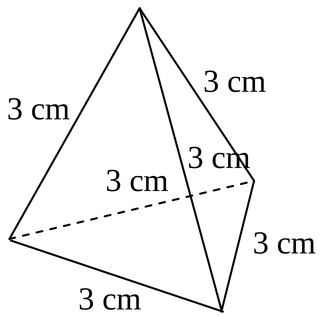
Síť a povrch jehlanu

Varianta A

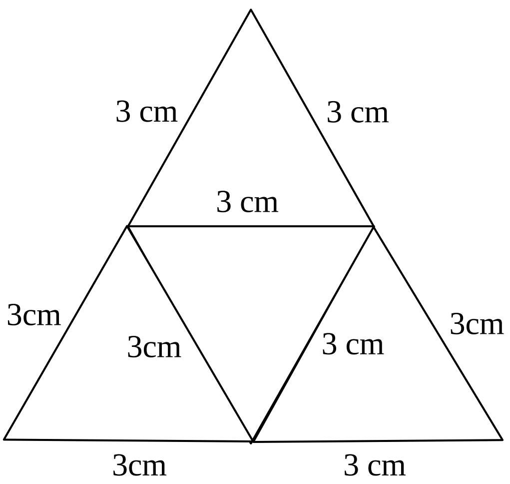
Narýsujte síť trojbokého jehlanu podle obrázku.

***Příklad*:**

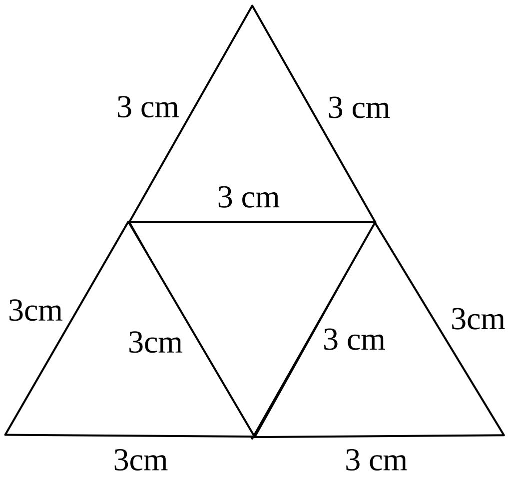
Trojboký jehlan



Síť trojbokého jehlanu



Výsledek řešení:



***Příklad*:**

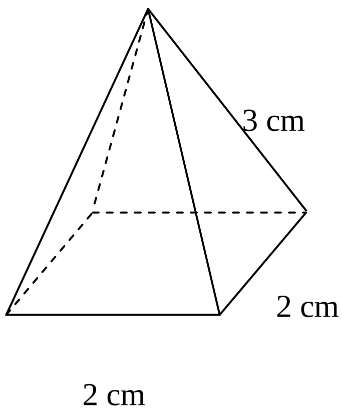
Varianta A

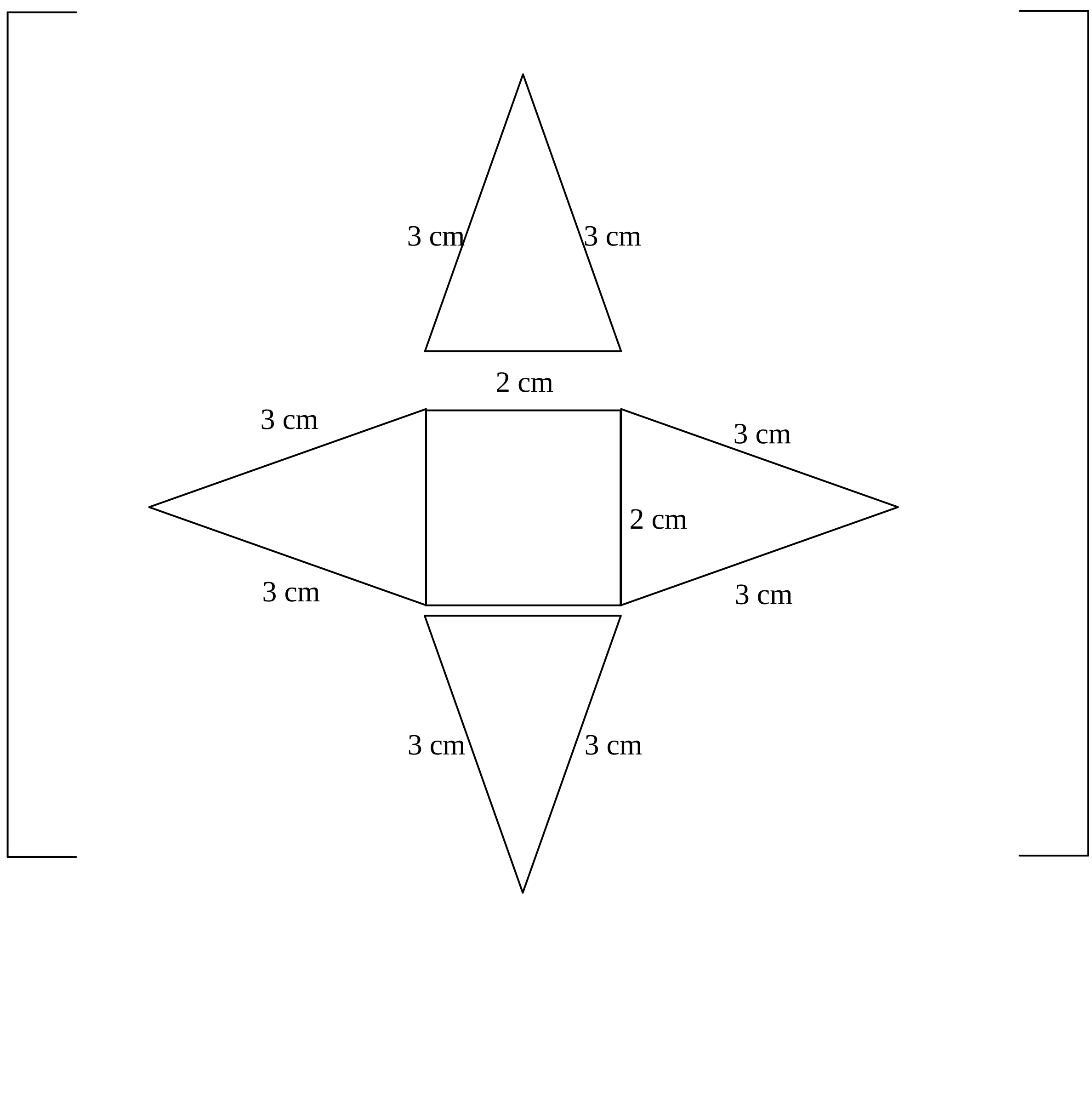
Varianta B

Varianta C

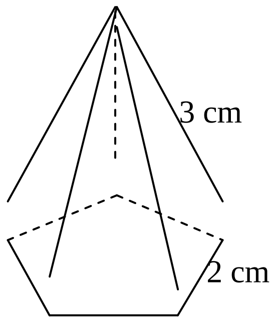
Příklady k procvičení:

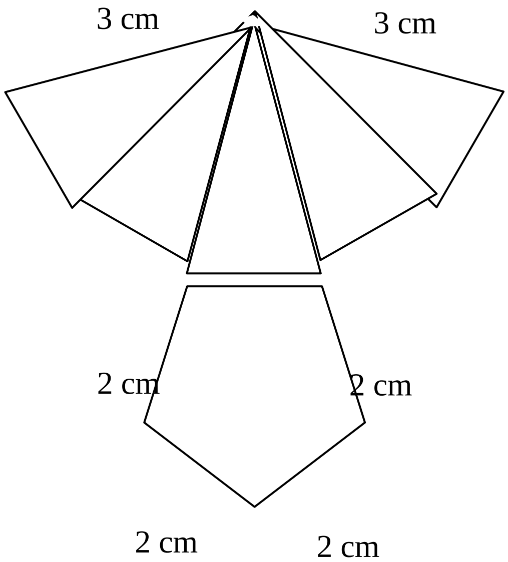
1) Narýsujte síť pravidelného čtyřbokého jehlanu podle obrázku.



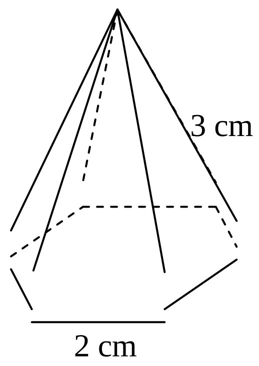


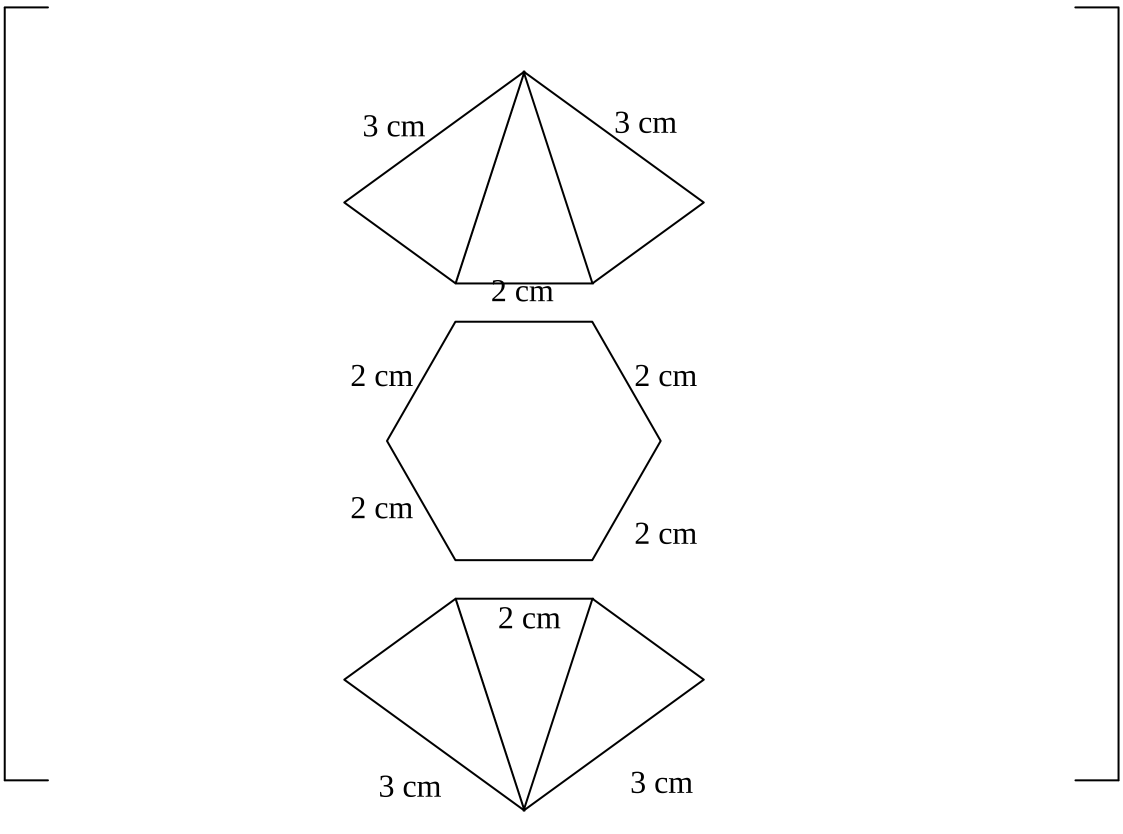
2) Narýsujte síť pravidelného pětibokého jehlanu podle obrázku.



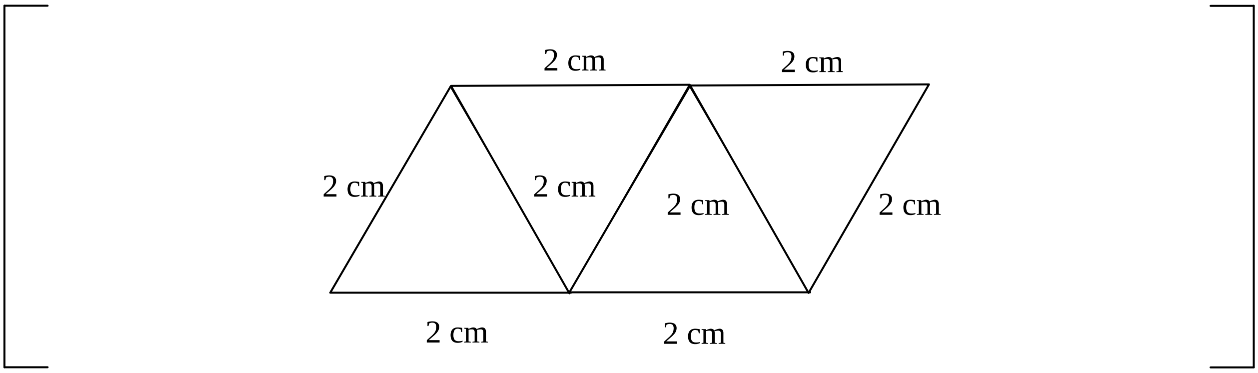


3) Narýsujte síť pravidelného šestibokého jehlanu podle obrázku.





4) Narýsujte pravidelného čtyřstěnu s hranou délky 2 cm.



Síť a povrch jehlanu

Varianta B

Vypočtěte povrch pravidelného čtyřbokého jehlanu, jehož podstavná hrana má délku 5 cm a výška stěny má délku 12 cm.

***Příklad*:**

$a = 5$ cm

$v_a = 12$ cm

$S = ?$ (cm²)

Obsah podstavy spočteme jako obsah čtverce se stranou délky a.

$S_\mathrm{p} = a^2 = 5^2 = 25\ \mathrm{cm}^2$

Plášť je tvořen čtyřmi rovnoramennými trojúhelníky se základnou a a výškou v_a.

$$S_\mathrm{pl} = 4 \cdot \frac{a \cdot v_a}{2} = 4 \cdot \frac{5 \cdot 12}{2} = 120\ \mathrm{cm}^2$$

$S = S_\mathrm{p} + S_\mathrm{pl} = 25 + 120 = 145\ \mathrm{cm}^2$

Povrch hranolu 145 cm^2.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:

Povrch hranolu 145 cm^2.

Příklady k procvičení:

1) Vypočtěte povrch pravidelného čtyřstěnu, jehož hrana má délku 1,2 dm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [2,49 dm^2]

2) Vypočtěte povrch pravidelného šestibokého jehlanu, jehož podstavná hrana má délku 6 mm a stěnová výška 10 mm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [273,53 mm^2]

3) Vypočtěte povrch pravidelného osmibokého jehlanu, jehož podstavná hrana má délku 12 cm a stěnová výška 30 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

[2 135,29 cm^2]

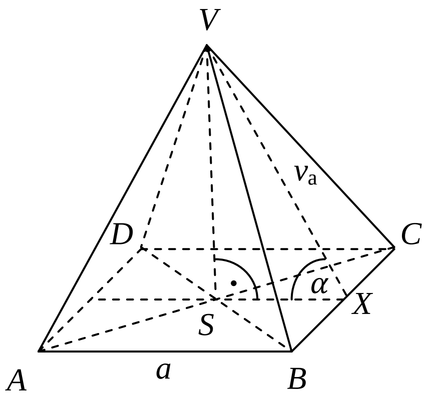
4) Vypočtěte povrch pravidelného čtyřbokého jehlanu, jehož podstavná hrana má délku 10 cm a výška jehlanu má délku 12 cm. [360 cm^2]

Síť a povrch jehlanu

Varianta C

Vypočtěte povrch pravidelného čtyřbokého jehlanu, jehož podstavná hrana má délku 10 cm a stěnová výška svírá s rovinou podstavy úhel o velikosti 60°.

Příklad:



$a = 10$ cm

$\alpha = 60°$

$S = ?\ (\text{cm}^2)$

Obsah podstavy spočteme jako obsah čtverce se stranou délky a.

$S_p = a^2 = 10^2 = 100\ \text{cm}^2$

Plášť je tvořen čtyřmi rovnoramennými trojúhelníky se základnou a a výškou v_a.

Výšku v_a vypočteme z pravoúhlého trojúhelníku SXV užitím funkce kosinus:

$$\cos\alpha = \frac{\frac{a}{2}}{v_a} = \frac{a}{2v_a}$$

Odtud pro stěnovou výšku v_a dostáváme:

$$v_a = \frac{a}{2\cos\alpha} = \frac{10}{2\cdot\cos 60°} = 10\ \text{cm}$$

$$S_{pl} = 4\cdot\frac{a\cdot v_a}{2} = 4\cdot\frac{10\cdot 10}{2} = 200\ \text{cm}^2$$

$$S = S_p + S_{pl} = 100 + 200 = 300\ \text{cm}^2$$

Povrch jehlanu je 300 cm^2.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:

Povrch jehlanu je 300 cm^2.

Příklady k procvičení:

1) Vypočtěte povrch pravidelného čtyřbokého jehlanu, jehož boční hrana má délku 15 cm a výška jehlanu je 10 cm. Výsledek zaokrouhlete na jednotky. [651 cm^2]

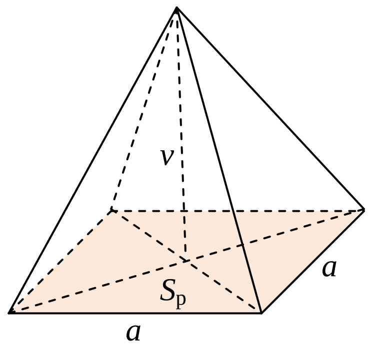
2) Vypočtěte povrch pravidelného čtyřbokého jehlanu, jehož boční stěna svírá s rovinou podstavy úhel 50° a podstavná hrana má délku 4,6 cm. Výsledek zaokrouhlete na jednotky. [54 cm^2]

3) Vypočtěte povrch pravidelného čtyřbokého jehlanu, jehož boční hrana má délku 42 cm a podstavná hrana má délku 28 cm. Výsledek zaokrouhlete na jednotky. [3 002 cm^2]

4) Vypočtěte povrch pravidelného čtyřbokého jehlanu, jehož protilehlé boční hrany svírají úhel 45° a výška jehlanu je 8 cm. Výsledek zaokrouhlete na jednotky. [100 cm^2]

Objem jehlanu

Čtyřboký jehlan



S_{p} … obsah podstavy

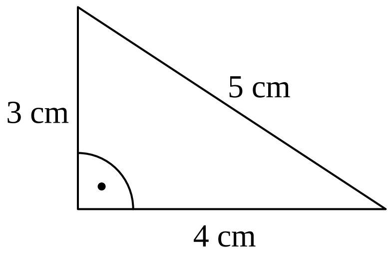
v … výška jehlanu

$V = \frac{1}{3} S_{\mathrm{p}} \cdot v$ … objem jehlanu

Objem jehlanu

Varianta A

Jehlan má výšku 3 cm a jeho podstava je znázorněna na obrázku. Určete objem jehlanu.



***Příklad*:**

$a = 3$ cm

$b = 4$ cm

$c = 5$ cm

$v = 3$ cm

$V = ?$ (cm^3)

Obsah podstavy spočteme jako obsah pravoúhlého trojúhelníku s odvěsnami a a b.

$$S_\mathrm{p} = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

Objem jehlanu pak vypočteme podle vztahu:

$$V = \frac{1}{3} S_\mathrm{p} \cdot v = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 3 = 6 \text{ cm}^3$$

Objem jehlanu je 6 cm^3.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

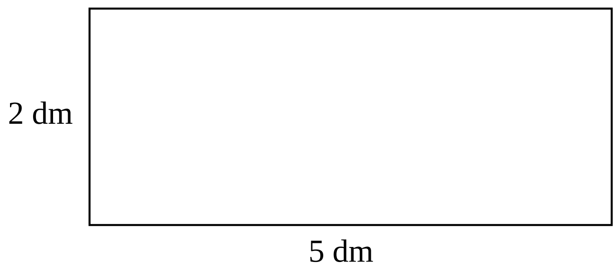
Varianta C

Výsledek řešení:

Objem jehlanu je 6 cm^3.

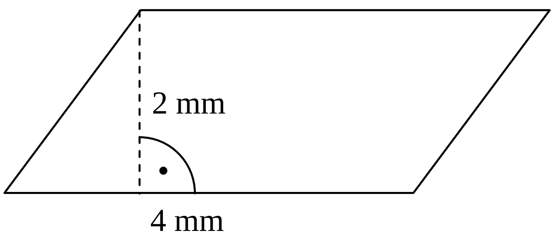
Příklady k procvičení:

1) Jehlan má výšku 5 dm a jeho podstava je znázorněna na obrázku. Určete objem jehlanu. Výsledek zaokrouhlete na setiny.



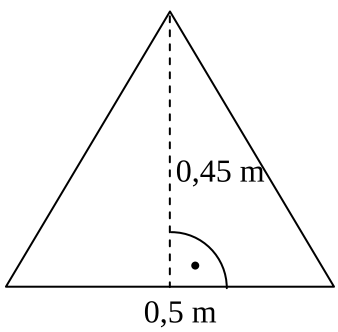
[16,67 dm^3]

2) Jehlan má výšku 8 mm a jeho podstava je znázorněna na obrázku. Určete objem jehlanu. Výsledek zaokrouhlete na setiny.



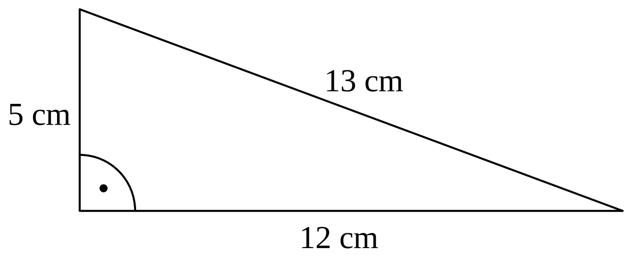
[21,33 mm^3]

3) Jehlan má výšku 0,2 m a jeho podstava je znázorněna na obrázku. Určete objem jehlanu.



[0,007 5 m^3]

4) Jehlan má výšku 0,2 m a jeho podstava je znázorněna na obrázku. Určete objem jehlanu.



[200 cm^3]

Objem jehlanu

Varianta B

Vypočtěte objem čtyřbokého jehlanu, který má výšku 8 cm a jeho podstavou je kosočtverec se stranou 4 cm a výškou 3 cm.

***Příklad*:**

$a = 4$ cm

$v_a = 3$ cm

$v = 8$ cm

$V = ?$ (cm^3)

Obsah podstavy určíme jako obsah kosočtverce podle vztahu:

$S_p = a \cdot v_a = 4 \cdot 3 = 12 \text{ cm}^2$

Objem jehlanu pak vypočteme podle vztahu:

$V = \frac{1}{3} S_\mathrm{p} \cdot v = \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot 8 = 32 \text{ cm}^3$

Objem jehlanu je 32 cm^3.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:

Objem jehlanu je 32 cm^3.

Příklady k procvičení:

1) Vypočtěte objem čtyřbokého jehlanu, který má výšku 2 dm a jeho podstavou je kosodélník se stranou 3 dm a výškou 10 dm. [200 dm^3]

2) Vypočtěte objem čtyřbokého jehlanu, který má výšku 20 mm a jeho podstavou je obdélník se stranami 16 mm a 18 mm. [1 920 mm^3]

3) Vypočtěte objem čtyřbokého jehlanu, který má výšku 0,4 m a jeho podstavou je lichoběžník se stranami 0,8 m a 0,6 m a výškou 0,4 m. Výsledek zaokrouhlete na tři desetinná místa. [0,037 m^3]

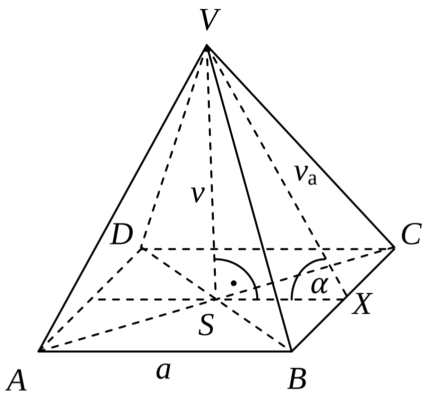
4) Vypočtěte objem čtyřbokého jehlanu, který má výšku 200 mm a jeho podstavou je čtverec se stranou 180 mm. [2 160 000 mm^3]

Objem jehlanu

Varianta C

Vypočtěte objem pravidelného čtyřbokého jehlanu, jehož podstavná hrana má délku 10 cm a stěnová výška svírá s rovinou podstavy úhel o velikosti 60°.

***Příklad*:**



$a = 10$ cm

$\alpha = 60°$

$S = ?$ (cm^2)

Obsah podstavy spočteme jako obsah čtverce se stranou délky a.

$S_p = a^2 = 10^2 = 100\ \text{cm}^2$

Tělesovou výšku v vypočteme z pravoúhlého trojúhelníku SXV užitím funkce tangens:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{v}{\frac{a}{2}} = \frac{2v}{a}$$

Odtud pro tělesovou výšku v dostáváme:

$$v = \frac{a \operatorname{tg}\alpha}{2} = \frac{10 \cdot \operatorname{tg} 60°}{2} \doteq 8{,}66\ \text{cm}$$

$$V = \frac{1}{3} S_p \cdot v = \frac{1}{3} \cdot 100 \cdot 8{,}66 \doteq 288{,}67\ \text{cm}^2$$

Objem jehlanu je 288,67 cm^2.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:

Objem jehlanu je 288,67 cm^2.

Příklady k procvičení:

1) Vypočtěte objem pravidelného čtyřbokého jehlanu, jehož boční hrana má délku 15 cm a výška jehlanu je 10 cm. Výsledek zaokrouhlete na jednotky. [832 cm^3]

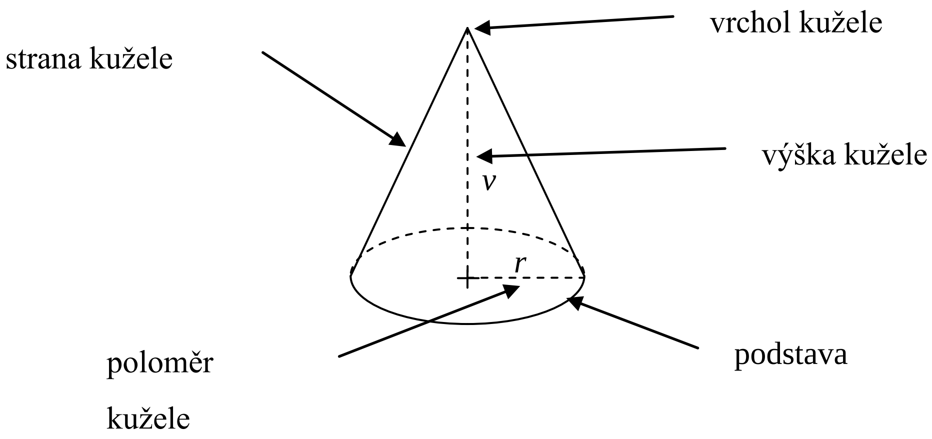
2) Vypočtěte objem pravidelného čtyřbokého jehlanu, jehož boční stěna svírá s rovinou podstavy úhel 50° a podstavná hrana má délku 4,6 cm. Výsledek zaokrouhlete na jednotky. [19 cm^3]

3) Vypočtěte objem pravidelného čtyřbokého jehlanu, jehož boční hrana má délku 42 cm a podstavná hrana má délku 28 cm. Výsledek zaokrouhlete na jednotky. [9 669 cm^3]

4) Vypočtěte objem pravidelného čtyřbokého jehlanu, jehož protilehlé boční hrany svírají úhel 45° a výška jehlanu je 8 cm. Výsledek zaokrouhlete na jednotky. [58 cm^3]

Kužel

Kužel



Základní pojmy

Podstavou kužele je ***kruh***.

Výška kužele je vzdálenost vrcholu kužele od středu jeho podstavy.

Poloměr kužele je poloměr jeho podstavy.

Všechny strany kužele tvoří ***plášť kužele***.

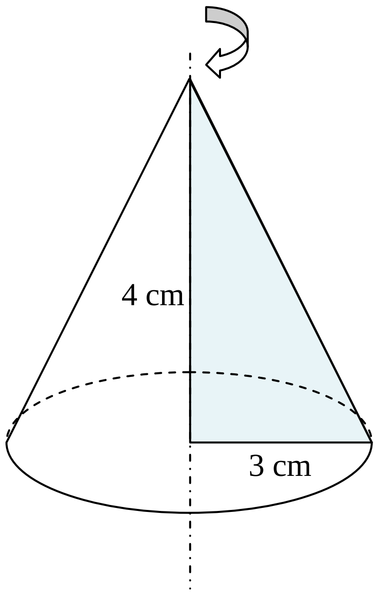
Kužel

Varianta A

Pravoúhlý trojúhelník má odvěsny s rozměry 3 cm a 45 cm. Určete poloměr a výšku kužele, který vznikne otáčením tohoto trojúhelníku kolem jeho delší odvěsny.

***Příklad*:**

Celou situaci nakreslíme do obrázku.



Z obrázku je patrné, že výška kužele je 4 cm a jeho poloměr 3 cm.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:
Výška kužele je 4 cm a jeho poloměr 3 cm.

Příklady k procvičení:

1) Pravoúhlý trojúhelník má odvěsny s rozměry 5 mm a 15 mm. Určete poloměr a výšku kužele, který vznikne otáčením tohoto trojúhelníku kolem jeho delší odvěsny.

[5 mm; 15 mm]

2) Pravoúhlý trojúhelník má odvěsny s rozměry 1,2 dm a 3,4 dm. Určete poloměr a výšku kužele, který vznikne otáčením tohoto trojúhelníku kolem jeho kratší strany.

[3,4 dm; 1,2 dm]

3) Rovnoramenný trojúhelník má základnu dlouhou 6 m a ramena 5 m. Určete poloměr a výšku kužele, který vznikne otáčením tohoto trojúhelníku kolem jeho osy souměrnosti.

[3 m; 4 m]

4) Rovnoramenný trojúhelník má základnu dlouhou 10 cm a ramena 13 cm. Určete poloměr a výšku kužele, který vznikne otáčením tohoto trojúhelníku kolem jeho osy souměrnosti.

[5 cm; 12 cm]

Kužel

Varianta B

Určete výšku kužele, jehož podstava má poloměr 10 cm a strana má délku 26 cm.

***Příklad*:**

$r = 10$ cm

$s = 26$ cm

$v = ?$ (cm)

Kužel vzniká rotací pravoúhlého trojúhelníku kolem jeho odvěsny. Pro stranu kužele, jeho poloměr a výšku můžeme na základě Pythagorovy věty psát:

$s^2 = r^2 + v^2$

Odtud pro výšku kužele platí:

$v = \sqrt{s^2 - r^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$ cm

Výška kužele má délku 24 cm.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:
Výška kužele má délku 24 cm.

Příklady k procvičení:

1) Určete výšku kužele, jehož podstava má poloměr 8 mm a strana má délku 11,6 mm.

[8,4 mm]

2) Určete výšku kužele, jehož podstava má poloměr 3,6 m a strana má délku 8,5 m.

[7,7 m]

3) Určete výšku kužele, jehož podstava má poloměr 14,4 dm a strana má délku 34 dm.

[30,8 dm]

4) Určete výšku kužele, jehož podstava má poloměr 88 cm a strana má délku 127,6 cm.

[92,4 cm]

Kužel

Varianta C

Obvod podstavy kužele je 120 cm. Určete jeho poloměr. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

***Příklad*:**

$o = 120 \text{ cm}$

$r = ? \, (\text{cm})$

$$o = 2\pi r \rightarrow r = \frac{o}{2\pi} = \frac{120}{2 \cdot \pi} \doteq 19{,}10 \text{ cm}$$

Poloměr podstavy daného kužele je přibližně 19,10 cm.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:

Poloměr podstavy daného kužele je přibližně 19,10 cm.

Příklady k procvičení:

1) Obvod podstavy kužele je 11 cm. Určete jeho poloměr. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [1,75 cm]

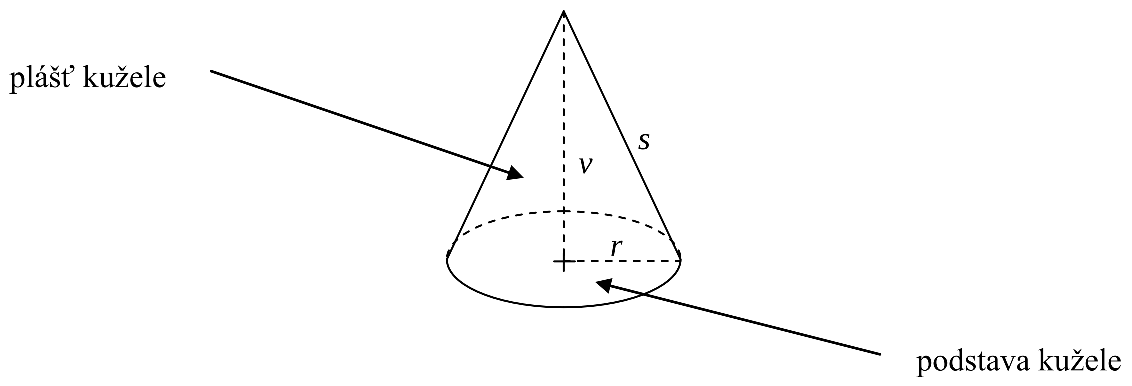
2) Obvod podstavy kužele je 0,45 dm. Určete jeho poloměr. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [0,07 dm]

3) Obvod podstavy kužele je 1,12 m. Určete jeho poloměr. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [0,18 m]

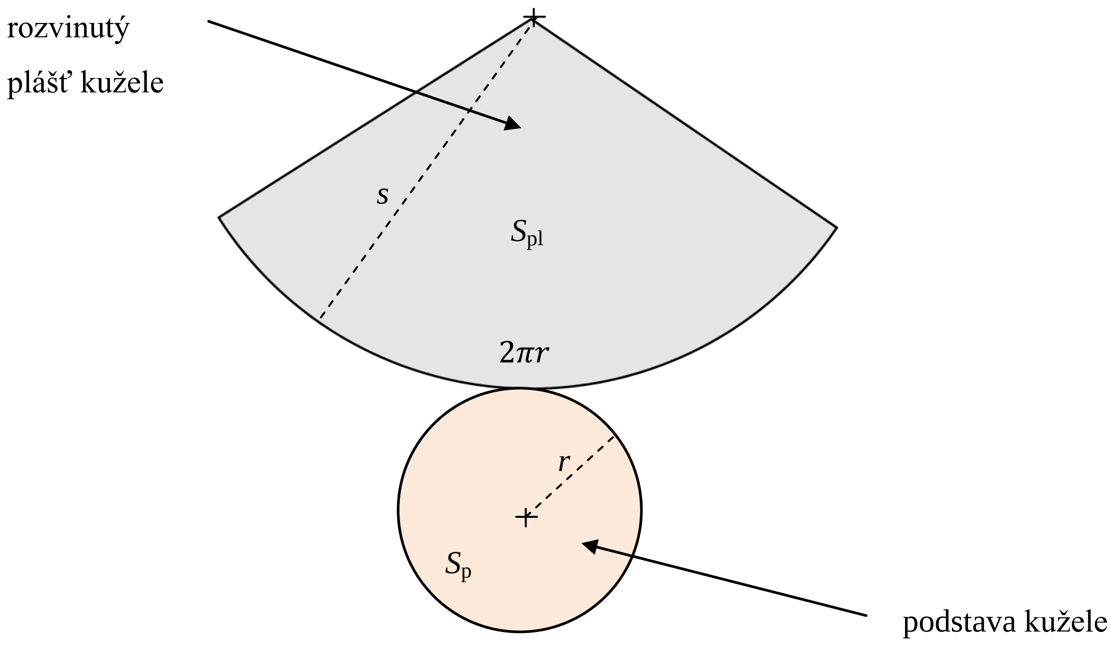
4) Obvod podstavy kužele je 1 125 mm. Určete jeho poloměr. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [179,05 mm]

Síť a povrch kužele

Kužel



Síť kužele



Poloměr rozvinutého pláště je roven délce strany kužele.

Délka ***oblouku kružnice*** na rozvinutém plášti je rovna obvodu podstavy kužele.

S_{p} … obsah podstavy

S_{pl} … obsah pláště kužele

r … poloměr kužele

v … výška kužele

s … strana kužele

$S = S_{\mathrm{p}} + S_{\mathrm{pl}}$ … povrh kužele

$$S = \pi r^2 + \pi r s = \pi r(r + s)$$

Síť a povrch kužele

Varianta A

Určete povrch kužele s poloměrem 2 cm a výškou 8 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

***Příklad*:**

$r = 2$ cm

$v = 8$ cm

$S = ?$ (cm^2)

Kužel vzniká rotací pravoúhlého trojúhelníku kolem jeho odvěsny. Pro stranu kužele, jeho poloměr a výšku můžeme na základě Pythagorovy věty psát:

$s^2 = r^2 + v^2$

Odtud pro stranu kužele platí:

$s = \sqrt{r^2 + v^2} = \sqrt{2^2 + 8^2} \doteq 8{,}25$ cm

$S = \pi r^2 + \pi r s = \pi \cdot 2^2 + \pi \cdot 2 \cdot 8{,}25 \doteq 64{,}40$ cm^2

Povrch kužele je 64,40 cm^2.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:
Povrch kužele je 64,40 cm^2.

Příklady k procvičení:

1) Určete povrch kužele s poloměrem 21 cm a výškou 4 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [2 795,79 cm^2]

2) Určete povrch kužele s poloměrem 1,4 m a výškou 4,05 m. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [25,01 m^2]

3) Určete povrch kužele s poloměrem 0,95 dm a výškou 2,15 dm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [9,85 dm^2]

4) Určete povrch kužele s poloměrem 1 115 mm a výškou 895 mm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [8 914 022,76 mm^2]

Síť a povrch kužele

Varianta B

Určete obsah pláště kužele s poloměrem 16 cm a výškou 4 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

***Příklad*:**

$r = 16$ cm

$v = 4$ cm

$S_{\mathrm{pl}} = ?\ (\mathrm{cm}^2)$

Kužel vzniká rotací pravoúhlého trojúhelníku kolem jeho odvěsny. Pro stranu kužele, jeho poloměr a výšku můžeme na základě Pythagorovy věty psát:

$s^2 = r^2 + v^2$

Odtud pro stranu kužele platí:

$s = \sqrt{r^2 + v^2} = \sqrt{16^2 + 4^2} \doteq 16{,}49$ cm

$S_{\mathrm{pl}} = \pi r s = \pi \cdot 16 \cdot 16{,}49 \doteq 828{,}88\ \mathrm{cm}^2$

Obsah pláště kužele je 828,88 cm^2.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:

Obsah pláště kužele je 828,88 cm^2.

Příklady k procvičení:

1) Určete obsah pláště kužele s poloměrem 12,4 cm a výškou 8,4 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [583,45 cm^2]

2) Určete obsah pláště kužele s poloměrem 0,56 dm a výškou 2,42 dm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [4,37 dm^2]

3) Určete obsah pláště kužele s poloměrem 2 m a výškou 0,4 m. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [12,82 m^2]

4) Určete obsah pláště kužele s poloměrem 224 mm a výškou 345 mm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [289 467,20 mm^2]

Síť a povrch kužele

Varianta C

Honza vyrábí papírové kornouty ve tvaru kužele s poloměrem 5 cm a výškou 6 cm. Kolik cm^2 papíru bude muset natřít, opatřuje-li nátěrem 10 kornoutů. Kornouty natírá pouze. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

***Příklad*:**

$r = 5$ cm

$v = 6$ cm

$p = 10$

$S = ?\ (\mathrm{cm}^2)$

Pro stranu kužele, jeho poloměr a výšku můžeme na základě Pythagorovy věty psát:

$s^2 = r^2 + v^2$

Odtud pro stranu kužele platí:

$s = \sqrt{r^2 + v^2} = \sqrt{5^2 + 6^2} \doteq 7{,}81$ cm.

Povrch jednoho kornoutu vypočteme jako obsah pláště kužele podle vztahu:

$S_1 = \pi r s = \pi \cdot 5 \cdot 7{,}81 \doteq 122{,}679\ \mathrm{cm}^2$

Pro povrch deseti kornoutů pak platí:

$S = pS_1 = 10 \cdot 122{,}679 = 1226{,}79\ \mathrm{cm}^2$

Honza musí natřít barvou přibližně 1226,79 cm^2 papíru.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:
Honza musí natřít barvou přibližně 1226,79 cm^2 papíru.

Příklady k procvičení:

1) Nádrž na vodu tvaru kužele bez podstavy má průměr 2 m a výšku 0,5 m. Kolik m^2 plechu je třeba natřít, natíráme-li nádrž z obou stran? [7,03 m^2]

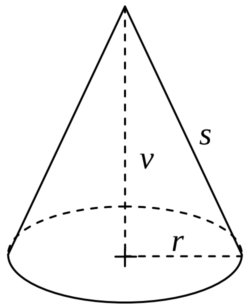
2) Dopravní kužel má poloměr 3 dm a výšku 5 dm. Kolik dm^2 červené barvy potřebujeme na natření 10 kusů zvnějšku i s podstavou? [832,30 dm^2]

3) Střecha rotundy má tvar kužele s průměrem 5 m a výškou 3 m. Kolik m^2 lepenky budeme potřebovat, připočítáme-li 5% na spoje a lemy? [32,20 m^2]

4) Kolik cm^2 plechu je potřeba na výrobu stříšky na komín tvaru pláště válce s poloměrem 5 cm a výškou 10 cm, připočítáme-li 10% na spoje a lemy? [193,18 cm^2]

Objem kužele

Kužel



S_p … obsah podstavy

r … poloměr kužele

v … výška kužele

$V = \frac{1}{3} S_\mathrm{p} \cdot v$ … objem kužele

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 v$$

Objem kužele

Varianta A

Určete objem kužele s poloměrem 2 cm a výškou 8 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

***Příklad*:**

$r = 2$ cm

$v = 8$ cm

$V = ?\ (\text{cm}^3)$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 v = \frac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot 8 \doteq 33{,}51\ \text{cm}^3$$

Objem kužele je 33,51 cm^3.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:

Objem kužele je 33,51 cm^3.

Příklady k procvičení:

1) Určete objem kužele s poloměrem 21 cm a výškou 4 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [1847,26 cm^3]

2) Určete objem kužele s poloměrem 1,4 m a výškou 4,05 m. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [8,31 m^3]

3) Určete objem kužele s poloměrem 0,95 dm a výškou 2,15 dm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [2,03 dm^3]

4) Určete objem kužele s poloměrem 1 115 mm a výškou 895 mm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [1 165 202 447,15 mm^3]

Objem kužele

Varianta B

Určete poloměr kužele s objemem 165 cm^3 a výškou 4 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

***Příklad*:**

$V = 165\ \mathrm{cm}^3$

$v = 4\ \mathrm{cm}$

$r = ?\ (\mathrm{cm})$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 v \Rightarrow r = \sqrt{\frac{3V}{\pi v}}$$

$$r = \sqrt{\frac{3V}{\pi v}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 165}{\pi \cdot 4}} \doteq 6{,}28\ \mathrm{cm}$$

Poloměr kužele je 6,28 cm.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:
Poloměr kužele je 6,28 cm.

Příklady k procvičení:

1) Určete poloměr kužele s objemem 25 cm^3 a výškou 0,5 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [6,91 cm]

2) Určete poloměr kužele s objemem 0,25 dm^3 a výškou 0,5 dm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [0,69 dm]

3) Určete poloměr kužele s objemem 14 m^3 a výškou 2 m. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [2,59 m]

4) Určete poloměr kužele s objemem 1445 mm^3 a výškou 210 mm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [2,56 mm]

Objem kužele

Varianta C

Určete výšku kužele s objemem 65 cm^3 a poloměrem 4 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

***Příklad*:**

$V = 65\ \mathrm{cm}^3$

$r = 4\ \mathrm{cm}$

$v = ?\ (\mathrm{cm})$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 v \Rightarrow v = \frac{3V}{\pi r^2}$$

$$v = \frac{3V}{\pi r^2} = \frac{3 \cdot 65}{\pi \cdot 4^2} \doteq 1{,}97\ \mathrm{cm}$$

Výška kužele je 1,97 cm.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení: Výška kužele je 1,97 cm.

Příklady k procvičení:

1) Určete výšku kužele s objemem 365 cm^3 a poloměrem 2 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [9,33 cm]

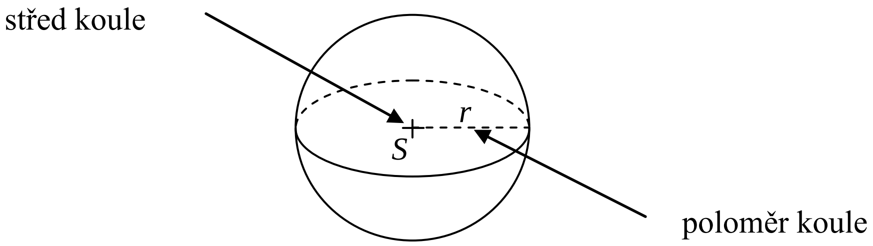
2) Určete výšku kužele s objemem 2,1 dm^3 a poloměrem 0,1 dm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [14,16 dm]

3) Určete výšku kužele s objemem 1,1 m^3 a poloměrem 0,1 m. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [10,25 m]

4) Určete výšku kužele s objemem 3652 mm^3 a poloměrem 22 mm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [2,68 mm]

Koule a její povrch

Koule



Koule je množina všech bodů v prostoru, které mají od jejího středu vzdálenost menší nebo rovnou ***r***.

r … poloměr koule

$S = 4\pi r^2$ … povrch koule

Koule a její povrch

Varianta A

Určete povrch koule s poloměrem 2 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

***Příklad*:**

$r = 2$ cm

$S = ?$ (cm²)

Pro povrch koule platí:

$S = 4\pi r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 2^2 \doteq 50{,}27\ \text{cm}^2$

Povrch koule je 50,27 cm^2.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení: Povrch koule je 50,27 cm^2.

Příklady k procvičení:

1) Určete povrch koule s poloměrem 24 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [7 238,23 cm^2]

2) Určete povrch koule s poloměrem 1,05 m. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [13,85 m^2]

3) Určete povrch koule s poloměrem 0,915 dm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [10,52 dm^2]

4) Určete povrch koule s poloměrem 1 005 mm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [12 692 348,48 mm^2]

Koule a její povrch

Varianta B

Určete poloměr koule s povrchem 10 cm^2. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

***Příklad*:**

$S = 10\ \mathrm{cm}^2$

$r = ?\ (\mathrm{cm})$

Pro povrch koule platí:

$S = 4\pi r^2$

Odtud pro poloměr koule platí:

$$r = \sqrt{\frac{S}{4\pi}} = \sqrt{\frac{10}{4\pi}} \doteq 0{,}89\ \mathrm{cm}$$

Poloměr koule je 0,89 cm.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:
Poloměr koule je 0,89 cm.

Příklady k procvičení:

1) Určete poloměr koule s povrchem 12,4 cm^2. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [0,99 cm]

2) Určete poloměr koule s povrchem 0,56 dm^2. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [0,21 dm]

3) Určete poloměr koule s povrchem 2 m^2. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [0,40 m]

4) Určete poloměr koule s povrchem 225 mm^2. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [4,23 mm]

Koule a její povrch

Varianta C

Poloměr Země je 6 378 km. Určete její povrch a výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

***Příklad*:**

$r = 6\,378$ km

$S = ?$ (km^2)

Pro povrch koule platí:

$S = 4\pi r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 6378^2 \doteq 511\,185\,932{,}52$ km^2

Povrch Země je 511 185 932,52 km^2.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:

Povrch Země je 511 185 932,52 km^2.

Příklady k procvičení:

1) Poloměr globusu je 18 cm. Určete jeho povrch a výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [4 071,50 cm^2]

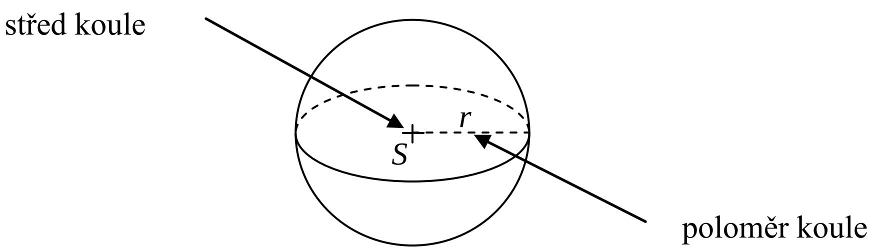
2) Poloměr hrací kuličky je 8 mm. Kolik mm^2 musíme natřít barvou, natíráme-li 10 kuliček? Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [8 042,48 mm^2]

3) Průměr pingpongového míčku je 38 mm. Určete jeho povrch a výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [4 536,46 mm^2]

4) Průměr koule pro zorbing je 3 m. Určete její povrch a výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [28,27 m^2]

Objem koule

Koule



Koule je množina všech bodů v prostoru, které mají od jejího středu vzdálenost menší nebo rovnou ***r***.

r … poloměr koule

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$ … objem koule

Objem koule

Varianta A

Určete objem koule s poloměrem 4 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

***Příklad*:**

$r = 4$ cm

$V = ?\ (\text{cm}^3)$

Pro objem koule platí:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot 4^3 \doteq 268{,}08\ \text{cm}^3$$

Objem koule je 268,08 cm^3.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:
Objem koule je 268,08 cm^3.

Příklady k procvičení:

1) Určete objem koule s poloměrem 48 cm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.
[463 246,69 cm^3]

2) Určete objem koule s poloměrem 2,05 m. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.
[36,09 m^3]

3) Určete objem koule s poloměrem 1,915 dm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.
[29,42 dm^3]

4) Určete objem koule s poloměrem 2 010 mm. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.
[34 015 493 925,78 mm^3]

Objem koule

Varianta B

Určete poloměr koule s objemem 20 cm^3. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

***Příklad*:**

$V = 20\ \mathrm{cm}^3$

$r = ?\ (\mathrm{cm})$

Pro objem koule platí:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Odtud pro poloměr koule platí:

$$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} \doteq 1{,}68\ \mathrm{cm}$$

Poloměr koule je 1,68 cm.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:

Poloměr koule je 1,68 cm.

Příklady k procvičení:

1) Určete poloměr koule s objemem 24,8 cm^3. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

[1,81 cm]

2) Určete poloměr koule s objemem 1,12 dm^3. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

[0,64 dm]

3) Určete poloměr koule s objemem 4 m^3. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

[0,98 m]

4) Určete poloměr koule s objemem 550 mm^3. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

[5,08 mm]

Objem koule

Varianta C

Poloměr Země je 6 378 km. Určete její objem a výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

***Příklad*:**

$r = 6\,378\text{ km}$

$V = ?\,(\text{km}^3)$

Pro objem koule platí:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 6378^3 \doteq 1\,086\,781\,292\,542{,}89\text{ km}^3$$

Objem Země je 1 086 781 292 542,89 km^3.

***Příklad*:**

Varianta A

Varianta B

Varianta C

Výsledek řešení:

Objem Země je 1 086 781 292 542,89 km^3.

Příklady k procvičení:

1) Poloměr globusu je 20 cm. Určete jeho objem a výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [33 510,32 cm^3]

2) Poloměr kopacího míče je 13 cm. Určete jeho objem a výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [9 202,77 cm^3]

3) Průměr pingpongového míčku je 38 mm. Určete jeho objem a výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [28 730,91 mm^3]

4) Průměr koule pro zorbing je 3 m. Určete její objem a výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [14,14 m^3]