|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **UŽITÍ PYTHAGOROVY VĚTY V PRAXI** |  |  |  |  |

**Příklad 1:** Žebříky štaflí jsou dlouhé 3 metry. Jsou-li štafle postavené na zemi, je vzdálenost dolních konců žebříků 1 metr. Do jaké výšky štafle sahají ?

Nejprve si situaci načrtneme:



Z obr. vidíme, že žebříky štaflí tvoří vrcholy rovnoramenného trojúhelníku se základnou 1 metr. Snadno spočteme výšku rovnoramenného trojúhelníku:



Štafle sahají do výšky 2,96 m.

**Příklad 2:** Jak dlouhou kládu potřebují dobyvatelé hradu, aby ji mohli opřít o vrcholy hradeb ? Hradby jsou vysoké 9 metrů a jsou obehnány močálovým příkopem širokým 12 metrů.

Opět si danou situaci velmi zjednodušeně načrtneme:



Pro výpočet délky klády použijeme Pythagorovu větu:



Aby mohli dobyvatelé opřít kládu o vrchol hradeb, potřebují kládu dlouhou aspoň 15 metrů.

**Příklad 3:** Kolik korun stojí omítnutí štítu střechy domu tvaru rovnoramenného trojúhelníku, stojí-li 1 m2 omítky 150 Kč? Výška rovnoramenného trojúhelníku je 6 metrů, velikost jeho ramen je 10 metrů.



Nejprve si spočteme velikost základny rovnoramenného trojúhelníku:



Nyní si spočteme povrch štítu:



A na závěr spočteme cenu *x* za omítku:



Omítnutí štítu střechy stojí 7200 Kč.

**Příklad 4:** Balon B na laně dlouhém 45 metrů se vznáší svisle nad místem X, kde je připoután. Když zafoukal vítr, vychýlil se balon tak, že byl svisle nad místem Y. Jak vysoko byl balon nad místem Y, jsou-li místa X, Y na vodorovném terénu a jejich vzdálenost je 15 m ?





Balon byl po zafoukání větru ve výšce 42,4 m nad místem Y.

**Příklad 5:** Stožár, jehož výška je h = 35 metrů, je upoután třemi stejně dlouhými lany. Lana jsou připevněna ke stožáru ve čtyřech pětinách jeho výšky nad zemí a zakotvena ve vzdálenosti 12 metrů od paty P stožáru. Určete celkovou délku lana potřebnou k upoutání stožáru.



Nejprve si určíme výšku PX, ve které jsou uchopeny lana:



Poté si z pravoúhlého trojúhelníku PXY určíme délku jednoho lana XY:



Nakonec spočteme celkovou délku *d* lana:



K upoutání stožáru je třeba celkem 91,5 m lana.

**Příklad 6:** Jezero má tvar pravidelného šestiúhelníku, který je tvořen šesti rovnostrannými trojúhelníky o straně délky 50 m. Na jedné z šesti stran jezera je stánek se zmrzlinou. Tomáš se opaluje na pláži, která leží naproti pláže se stánkem. O kolik metrů si zkrátí cestu, nepůjde-li ke stánku pěšky podél břehu, ale poplave ke stánku přímou cestou ?

Začneme náčrtem situace:



Nejprve si spočítáme výšku rovnostranného trojúhelníku (vzdálenost mezi břehem a středem jezera):



Celková vzdálenost d, kterou Tomáš ke stánku uplave je:

 

Pokud by šel Tomáš po břehu, urazil by následující vzdálenost l:



Tomáš si tedy zkrátí plaváním cestu:

X =  150 – 86,6 = 63,4 m



Poplave-li Tomáš přímou cestou ke stánku, zkrátí si cestu o 63,4 m m. Určitě se více nadře.

**Příklad 7:** Na mapě s měřítkem 1:500 je zakreslen obdélníkový pozemek, jehož obvod měří 52 cm a jedna strana je o 10 cm kratší než strana druhá. Kolik kroků dlouhých 75 cm musí udělat pan Neprakta, chce-li přejít po úhlopříčce z jednoho rohu do druhého ? Výsledek zaokrouhli na celé kroky.

Opět začneme stručným náčrtem:



**Pokusme si stanovit sled postupných početních kroků:**

1. Vypočteme délky stran a, b
2. Převedeme je do skutečných velikostí
3. Vypočteme užitím Pythagorovy věty velikost úhlopříčky
4. Spočteme počet kroků pana Neprakty
5. Vypočteme délky stran a, b:



1. Převedeme délky stran a, b do skutečných velikostí:

1 : 500 - 1 cm na mapě představuje 500 cm (nebo-li 5 m) ve skutečnosti

a = 18 cm - ve skutečnosti má strana **a** velikost 5.18 = **90 m**

b = 8 cm - ve skutečnosti má strana **b** velikost 8.5 = **40 m**

1. Vypočteme užitím Pythagorovy věty velikost úhlopříčky:



1. Určíme počet kroků pana Neprakty:



Chce-li pan Neprakta přejít z jednoho rohu svého pozemku do druhého, musí udělat asi 131 kroků dlouhých 75 cm.

**Příklad 8:** Vzdálenost míst A a B na mapě s měřítkem 1:50 000 je 8 cm. Místo A je ve výšce 300 m.n.m. (metrů nad mořem), místo B pak ve výšce 800 m.n.m. Jaká je skutečná přímá vzdálenost míst A, B ?



1 cm na mapě - 50 000 cm ve skutečnosti

1 cm na mapě - 500 m ve skutečnosti

8 cm na mapě - 500 . 8 = 4000 m (4 km) ve skutečnosti

Z pravoúhlého trojúhelníku ABB´ spočteme vzdálenost AB´, což je skutečná (přímá) vzdálenost bodů A, B:



Skutečná vzdálenost mezi místy A a B je 4,1 km.

**Příklad 9:** Park má tvar kosočtverce, jehož úhlopříčky mají délky v poměru 3 : 4. Součet délek obou úhlopříček činí 3,5 km. Kolik metrů oplocení je třeba pro tento park. Určete také rozlohu parku .

Nejprve si určíme délky obou úhlopříček:

Počet dílků………..3d + 4d = 7d

7 dílků ………….. 3,5 km

1 dílek ………….. 

**3 dílky** ………….. ****

**4 dílky** …………...

Provedeme si náčrtek dané situace:



Z pravoúhlého trojúhelníku ABS si určíme délku strany kosočtverce (uvědom si, že úhlopříčky kosočtverce se navzájem půlí a svírají spolu pravý úhel):



Nyní si spočteme obvod kosočtverce:



A na závěr si spočteme výměru (rozlohu) parku – spočteme si výměru trojúhelníku ABS, což je čtvrtina výměry celého parku a posléze spočteme rozlohu celého parku:



Na oplocení parku je třeba 5 km oplocení, rozloha parku je 1,5 km2.

**Příklad 10:** Mach a Šebestová stojí před svým domem. Mach šel do školy směrem na jih rychlostí 1,5 m/s, Šebestová ujížděla do obchodu na kole východním směrem rychlostí 6 m/s. Jak daleko budou od sebe za 10 minut ?

Nejprve si spočítáme dráhy, které Mach a Šebestová urazí za 10 minut. Protože jsou rychlosti uvedené v *m/s*, převedeme si rovněž 10 minut na sekundy: 

Dráha, kterou urazil Mach při cestě do školy: 

Dráha, kterou ujela Šebestová při jízdě na kole: 

Provedeme si náčrtek situace:





Za 10 minut budou Mach a Šebestová od sebe vzdáleni 3,71 km.

**Příklad 11:** Na těleso působí v témže bodě dvě síly o velikostech F1 = 210 N a F2 = 160 N, které jsou navzájem kolmé. Určete graficky i početně velikost výslednice těchto sil.

Nejprve určíme výslednici sil graficky: Na obrázku dostaneme výslednici jako úhlopříčku v rovnoběžníku OPQR. Velikost výslednice určíme pomocí Pythagorovy věty například z pravoúhlého trojúhelníku OPQ.





Velikost výslednice sil je rovna 264 N.

**Příklad 12:** Jak dlouhý je betonový nájezd pro cyklistická kola na schodišti o šesti schodech, má-li každý schod výšku 18 cm a délku schodu 24 cm. Šířka nájezdu je 0,3 metru.

Než přistoupíme k náčrtu schodiště, podívej se ještě jednou na zadání a zamysli se, zda opravdu potřebujeme pro náš výpočet délky nájezdu znát všechny zadané údaje. V náčrtu máš na mou otázku odpověď:



Určitě si z náčrtu poznal, že zbytečným údajem je šířka nájezdu. Nejprve si spočteme délku *x* nájezdu pro jeden schod z pravoúhlého trojúhelníku na obr. 2:



Nyní spočteme délku *d* celého nájezdu pro 6 schodů (obr. 1):



Betonový nájezd pro cyklistická kola je dlouhý 1,8 m.



**Příklad 13:** Z kmene, jehož průměr na užším konci je 30 cm, se má vytesat trám čtvercového průřezu. Vypočtěte délku strany největšího možného průřezu. Výsledek zaokrouhlete směrem dolů (proč asi ?).

Celou situaci si opět graficky znázorníme:



**Odpovídej na mé otázky:**

**? Prochází úhlopříčka čtverce středem kružnice ?**

*Ano*

**? Co představuje úhlopříčka čtverce ?**

*Průměr kružnice*

**? Jakou má velikost ?**

*30 cm*

Z náčrtu si vytáhneme pouze kružnici a v ní vepsaný čtverec:



Užitím Pythagorovy věty vypočteme délky strany čtverce:



Trám čtvercového průřezu může mít délku strany nejvýše 21,2 cm.

**Příklad 14:** V kruhovém parčíku o poloměru 27 m je vybudováno sportovní obdélníkového hřiště tak, že jeho vrcholy leží na hranici parku (hřiště je vepsáno do kružnice). Urči rozlohu hřiště, víš-li, že délka jedné strany hřiště je 45 m. Urči dále rozměry zatravněné plochy.

Nejprve si nakresli obrázek:



Neznámou stranu obdélníkového hřiště spočteš z pravoúhlého trojúhelníku ABC (pravý úhel u vrcholu B):



Nyní si spočteme výměru hřiště S:



Dále spočteme výměru parčíku S´ včetně hřiště:



Na závěr vypočteme rozlohu zatravněné části (parčík bez hřiště):

****

Výměra hřiště je 1350 m2, výměra zatravněné části je 939 m2.

**Příklad 15:** Zloději chtějí převézt ukradený vzácný obraz v kufru. Kufr má tvar kvádru s vnitřními rozměry 70 cm, 45 cm a 15 cm, obraz má tvar obdélníku s rozměry 30 cm a 80 cm. Vejde se zlodějům obraz do kufru ?



Z obrázku je patrné, že obraz určitě nelze celý položit na dno kufru, protože jeho délka (80 cm) je větší než největší rozměr kufru (70 cm). Proto musíme spočíst přední (nebo zadní) stěnovou úhlopříčku kufru. Bude-li její velikost menší nebo rovna délce kufru (80 cm), pak se obraz do kufru nevleze:





Největší stěnová úhlopříčka má velikost 71,6 cm, obraz má však délku větší, proto se do kufru nevleze.

**Příklad 16:** Vejde se rybářský prut dlouhý 2,9 m do skříně o rozměrech 2 m; 1,7 m a 1,5 m ?

Aby se rybářský prut vlezl do skříně, musí mít maximálně velikost rovnou velikosti tělesové úhlopříčky kvádru (skříně). Proto nejdříve spočteme velikost tělesové úhlopříčky a poté ji porovnáme s délkou rybářského prutu.



Nejprve si spočteme velikost stěnové úhlopříčky, která leží ve spodní podstavě skříně (kvádru):



Poté si spočteme velikost tělesové úhlopříčky skříně (kvádru):



Tělesová úhlopříčka má velikost 3 m, což je o 0,1 m více, než délka rybářského prutu. Ten se tedy do skříně vleze.

**Příklad 17:** Jak dlouho cestu urazil brouk hladovec B, než objevil kus salátu S, který mu tak chutná ? Hrana jedné kostečky má velikost 2 cm.



Jedná se o velmi jednoduchý příklad, který spočívá ve výpočtu přepon pravoúhlých trojúhelníků. Spočteme si například úsek BA (na obr.trojúhelník označen žlutou barvou):





Stejně pak spočítáme další barevně označené úseky:





Výsledky velikostí zbývajících barevně neoznačených úseků:



Celková vzdálenost *d*, kterou urazil brouk k salátu, je:



Než se brouk dostane k salátu, urazí na krychli vzdálenost 27,57 cm.

**Příklad 18:** Stan, ve kterém bydlí Pepík se svým mohutným čtyřnohým kamarádem Žerykem, má tvar pravidelného čtyřbokého jehlanu (podstavou je čtverec, plášť je tvořen čtyřmi rovnoramennými trojúhelníky). Rozměry vidíš na obrázku. Může se metr vysoký Žeryk postavit, aniž by se dotýkal hlavou vrcholu stanu ?



Naším úkolem je spočíst výšku jehlanu, což je vzdálenost mezi vrcholem V a průsečíkem úhlopříček ve čtvercové podstavě. Již dobře víš, že výška v geometrickém útvaru představuje nejkratší možnou vzdálenost například mezi dvěma body, popřípadě mezi bodem a úsečkou at. A nejkratší vzdálenost je vždy vzdálenost kolmá. Proto pro Tebe není určitě problém najít pravoúhlý trojúhelník, ze kterého spočteš výšku. Je to trojúhelník ASV s pravým úhlem při vrcholu S. V něm však neznáš vedle hledané výšky ani velikost odvěsny AS. Víš však, že je rovna poloviční velikosti úhlopříčky ve čtvercové podstavě:



Nyní si již můžeme spočíst velikost výšky jehlanu:



Výška stanu je přibližně 12 dm (1,2 m). Žeryk mající výšku 1 m tedy může ve stanu stát, anuž by se ho dotýkal.

**Příklad 19:** Střecha čtvercového altánu potřebuje nově natřít. Kolik plechovek bude třeba koupit na jeden nátěr, vystačí-li jedna plechovka na natření přibližně 4 m2 ?



Střecha tvoří plášť pravidelného jehlanu se čtvercovou podstavou a čtyřmi shodnými rovnoramennými trojúhelníky. Abychom mohli spočíst obsah rovnoramenného trojúhelníku, musíme znát jeho výšku. Tu spočteme pomocí vhodně zvoleného pravoúhlého trojúhelníku. Na obrázku vidíš jednu z možností volby pravoúhlého trojúhelníku. Jedna se o trojúhelník SXV s pravým úhlem při vrcholu S. Rozměry odvěsen jsou: . Přeponou je výška trojúhelníku, kterou potřebujeme spočítat, abychom získali výšku rovnoramenného trojúhelníku a následně pak rozlohu střechy.





Nyní snadno spočtu obsah rovnoramenného trojúhelníku:



Dále pak vypočteme rozlohu střechy:



A na závěr vypočtu počet plechovek, které musím nakoupit:



Abych mohl natřít střechu, musím v obchodě nakoupit 4 plechovky.

**Příklad 20 (obtížný):** Mostní kruhový oblouk je části kružnice o poloměru 35 m. Výška oblouku je 7 m. Vypočti rozpětí mostního oblouku.

Příklad sice vypadá obtížně, ale myslím, že po zhlédnutí obrázku Ti bude jasný. Modrou barvou je na obrázku vyznačen mostní oblouk a jeho výška v. Červenou barvou pak jeho rozpětí.



Z pravoúhlého trojúhelníku ALS získáš polovinu z celkového rozpětí mostního oblouku:



Celkové rozpětí mostního oblouku pak je:



Mostní oblouk má rozpětí 42 m.

**C V I Č E N Í**

Nejprve Ti nabízím několik úloh na procvičení probrané látky. Pokus se nejprve vždy sám úlohu vyřešit. Po seznamu úloh následuje přehled výsledků a nápovědy k jednotlivým příkladům. Přeji Ti hodně štěstí.

**Úloha 1:** Štít domu má tvar rovnoramenného trojúhelníku. Šířka domu je 10 m, výška štítu je 5,3 m. Vypočítej délku střešních krovů.

**Úloha 2:** Dvojitý žebřík délky 2,05 m stojí na podlaze a je rozevřen tak, že jeho spodní konce jsou od sebe vzdáleny 90 cm. V jaké výšce nad podlahou je horní konec žebříku?

**Úloha 3:** Stožár, jehož výška je h = 32 metrů, je upoután čtyřmi stejně dlouhými lany. Lana jsou připevněna ke stožáru ve třech čtvrtinách jeho výšky nad zemí a zakotvena ve vzdálenosti 14 metrů od paty P stožáru. Určete celkovou délku lana potřebnou k upoutání.

**Úloha 4:** Stožár je ve dvou třetinách své výšky nad zemí upevněn třemi lany, z nichž každé má délku 17 m a je zakotveno ve vzdálenosti 9,6 m od paty stožáru. Jak vysoký je stožár?

**Úloha 5:** Z kmene, který má na užším konci průměr 25 cm, se má zhotovit trám obdélníkového průřezu, jehož jeden rozměr je 20 cm. Vypočítej největší možnou hodnotu druhého rozměru.

**Úloha 6:** Vzdálenost míst A a B na mapě s měřítkem 1 : 100 000 je 5 cm. Místo A je ve výšce 300 m nad mořem a místo B je ve výšce 1600 m nad mořem. Jaká je skutečná přímá vzdálenost míst A a B?

**Úloha 7:** Z jednoho místa vyšli současně tři princové hledat sedmihlavého draka. První princ šel na sever rychlostí 4 km/h, druhý princ šel na západ rychlostí 5 km/h a třetí na jih rychlostí 6 km/h. Jak daleko budou od sebe za 30 minut? Kteří princové budou mít k sobě nejblíže a kteří nejdál?

**Úloha 8:** Schody do sklepa jsou ve velmi tmavé místnosti, jsou úzké a kluzké. Proto k nim bude zbudováno zábradlí ve formě tyče. Jak dlouhou tyč budeme k zbudování zábradlí potřebovat, je-li schodů celkem 10 a každý z nich má šířku 20 cm a výšku 15 cm (viz obr.).



**Úloha 9:** Jak dlouhou cestu vykonala mandelinka bramborová ke své milované bramborové nati? Krychle je tvořena malými krychličkami o hraně 1 cm. Průběžné výpočty zaokrouhluj na dvě desetinná místa.



**Úloha 10:** Krabice na uložení dřevěných latěk má rozměry 80 cm, 40 cm a 30 cm. Vejde se do krabice metrová tyč?

**Úloha 11:** V kruhovém parčíku o neznámém poloměru je vybudováno sportovní hřiště tvaru čtverce tak, že jeho vrcholy leží na hranici parku (hranice kruhu je čtverci opsána). Urči poloměr parčíku a výměru hřiště, víš-li, že strana parčíku má velikost 50 m.

**Úloha 12:** Stan má tvar čtyřbokého jehlanu (viz. obr.) se čtvercovou podstavou délky 2 m. Výška stanu je 150 cm. Kolik metrů čtverečných látky bylo třeba na ušití stěn stanu (podstavu nepočítáme), počítáme-li na překrytí a odpad 10% látky navíc. Výsledek vyjádři v m2 a zaokrouhli na setiny.



**VÝSLEDKY ÚLOH, NÁPOVĚDY K ÚLOHÁM**

**Úloha 1:** Danou situaci si nejprve načrtni:



Délku střešních krovů *x* spočteme užitím Pythagorovy věty:





**Úloha 2:** Výšku určíš z následujícího obrázku:





**Úloha 3:** Úloha velmi podobná vzorovému příkladu 5. Nejprve si určíš výšku *h*, ve které jsou uchopeny lana:



Poté si z pravoúhlého trojúhelníku určíme délku *l* jednoho lana:



Nakonec spočteme celkovou délku *d* lana:



**Úloha 4:** Situaci si načrtneme na obrázek:





Stožár je vysoký 21 metrů.

**Úloha 5:** Úloha je podobná vzorovému příkladu 13. Opět si načrtneme obrázek:





**Úloha 6:** Úloha je velmi podobná vzorovému příkladu 8. Nejprve si vzdálenost na mapě (5 cm) převedeme pomocí měřítka mapy do skutečné vzdálenosti:

*1 cm na mapě - 100 000 cm ve skutečnosti*

*1 cm na mapě - 1000 m ve skutečnosti*

*5 cm na mapě - 1000 . 5 = 5000 m (5 km) ve skutečnosti*

Výškový rozdíl mezi místy A a B je: *1600 m – 300 m = 1300 m = 1,3 km*

Skutečná (přímá) vzdálenost *v* mezi body A a B je:



**Úloha 7:** Nejprve si spočti dráhy, které princové urazí za 30 minut (1/2 hodiny):



Celou situaci si načrtneme na obrázek:



První a druhý princ jsou od sebe vzdáleni:



Druhý a třetí princ jsou od sebe vzdáleni:



První a třetí princ jsou od sebe vzdáleni:



Nejblíže jsou od sebe vzdáleni první a druhý princ, nejdále pak první a třetí princ.

**Úloha 8:** Nejprve si spočteš délku *d* zábradlí odpovídajícímu jednomu schodu:



Podíváš-li se na obrázek, vidíš, že červená část zábradlí odpovídá devíti schodům (9.d):



Červeně vyznačená část *x* zábradlí má tedy velikost:



Celková délka tyče *y* k tvorbě zábradlí tedy je:



**Úloha 9:** Cesta mandelinky se skládá ze dvou stejných úseků vyznačených různými barvami na obrázku:



Nejprve si vypočteš červeně vyznačené úseky x:



Poté si vypočteš modře vyznačené úseky y:



Na závěr vypočteš celkovou dráhu d, kterou urazí mandelinka při cestě k bramborové nati:



**Úloha 10:** Celou situaci si načrtneme:



Nejprve si spočteš velikost stěnové úhlopříčky u, která leží ve spodní podstavě krabice:



Poté si spočteš velikost tělesové úhlopříčky u´ krabice:



Tělesová úhlopříčka krabice je menší než 1m, tyč se tedy do krabice nevejde.

**Úloha 11:** Protože víme, že parčík má tvar čtverce o straně 50 m, spočteš si délku úhlopříčky hřiště:



Poloměr r kruhového parčíku je vlastně polovina délky úhlopříčky u:



Výměra čtvercového hřiště je 

**Úloha 12:** Nejprve si vyznač na obrázku trojúhelník, který využiješ k výpočtu výšky boční stěny:





Obsah jedné ze čtyř stěn spočítáš následujícím způsobem:



Obsah S´ všech bočních stěn stanu pak je: 

K získanému obsahu S´ připočteme 10% látky navíc (0,1.S´ = 0,72 m2) a dostáváme tak celkovou spotřebu látky x na ušití stěn

:

