**5.5** Napište prvních 10 členů posloupnosti dané rekurentně

a) $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_{n+1} = a_n - a_{n-1}$,

b) $a_1 = 3$, $a_n = a_{n-1} - 2$,

c) $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_n = 4 \, . \, a_{n-1}$.

[ a) 1; 2; 1; −1; −2; −1; 1; 2; 1; −1;
b) 3; 1; −1; −3; −5; −7; −9; −11; −13; −15;
c) $\frac{1}{2}$; 2; 8; 32; 128; 512; 2 048; 8 192; 32 768; 131 072 ]

**5.6** Vyjádřete $n$-tý člen posloupnosti

a) $x, 2x, 3x, 4x, \ldots$, b) $a, a^2, a^3, a^4, \ldots$,

c) $\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, -\frac{4}{5}, \ldots$, d) $54, 18, 6, 2, \frac{2}{3}, \frac{2}{9}, \ldots$.

[ a) $a_n = nx$; b) $a_n = a^n$; c) $a_n = \dfrac{(-1)^{n+1} \, . \, n}{n+1}$;
d) $a_n = 54 \, . \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ ]

**5.7** Napište prvních pět členů posloupnosti, pro jejíž členy platí:

a) $a_1 = 3$, $a_{n+1} = 4a_n$

b) $a_1 = 0$, $a_{n+1} = k \, . \, a_n$

c) $a_1 = 3{,}5$, $a_{n+1} = a_n - 1{,}5$

[ a) 3; 12; 48; 192; 768; b) 0; 0; 0; 0; 0;
c) 3,5; 2; 0,5; −1; −2,5 ]

**5.8** Určete $n$-tý člen posloupnosti

a) $a_1 = 1$, $a_{n+1} = -a_n$; b) $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 3a_n$,

c) $a_1 = -1$, $a_{n+1} = a_n$; d) $a_1 = 2$, $a_{n+1} = 1 - a_n$.

[ a) $a_n = (-1)^{n+1}$; b) $a_n = 3^{n-1}$; c) $a_n = -1$;
d) $a_n = 0{,}5 + (-1)^{n+1} \, . \, 1{,}5$ ]

**5.9** Přesvědčte se, že čísla $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$ jsou první tři členy posloupností $\frac{1}{2^n}$ a $\frac{1}{n^2 - n + 2}$. Doplňte v obou posloupnostech další dva členy.

$\left[\ \frac{1}{16}, \frac{1}{32} \text{ a } \frac{1}{14}, \frac{1}{22}\ \right]$

**5.10** Napište prvních pět členů posloupnosti dané vztahem $a_{n+2} = \frac{a_{n+1}}{a_n}$, jestliže a) $a_1 = 4$, $a_2 = 3$, b) $a_1 = -3$, $a_2 = -6$, c) $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_2 = \frac{1}{4}$.

$\left[\text{a) } 4; 3; \frac{3}{4}; \frac{1}{4}; \frac{1}{3}; \text{ b) } -3; -6; 2; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{6};\right.$
$\left.\text{c) } \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 2; 4\ \right]$

***5.11** Doplňte 6 členů posloupnosti, jejíž první tři členy jsou 1, 2, 4, a vyjádřete $a_{n+1}$ rekurentně. Takových vyjádření může být mnoho a některá z nich vedou k různým posloupnostem. Určete jich několik.

[ Např. $a_{n+1} = 2a_n$; $a_{n+1} = a_n + n$; $a_{n+1} = 3a_n - n$; $a_{n+1} = a_n^2 - n + 2$; $a_{n+1} = 2a_n^2 - 4a_n + 4$ atd. ]

**5.12** Pro která $x$ je posloupnost a) $(nx)$, b) $(x^n)$ rostoucí a pro která $x$ je klesající?

[ a) $x < 0$ klesající, $x > 0$ rostoucí; b) $0 < x < 1$ klesající; $x > 1$ rostoucí ]

***5.13** Dokažte, že posloupnost $\left(\frac{n+1}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$ je klesající a po-